AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

Fatma YARDİBİ

OPERASYONEL RİSKİN KAYIP DAĞILIMLAR YAKLAŞIMI İLE MODELLENMESİ

Danışman

Doç. Dr. Can Deniz KÖKSAL

Yüksek Lisans Tezi

Antalya, 2010

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

Fatma YARDİBİ

OPERASYONEL RİSKİN KAYIP DAĞILIMLAR YAKLAŞIMI İLE MODELLENMESİ

Danışman

Doç. Dr. Can Deniz KÖKSAL

Yüksek Lisans Tezi

Antalya, 2010

Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

Bu çalışma, jürimiz tarafından İşletme Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ OLARAK kabul edilmiştir.

İmza

Başkan: . . . .

Üye (Danışman): . . . .

Üye: . . . .

Onay: Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

Tez Savunma Tarihi : . . . / . . . / 2010

Mezuniyet Tarihi : . . . / . . . / 2010

Prof. Dr. Burhan VARKIVANÇ
Müdür

……...............................

İ Ç İ N D E K İ L E R

ŞEKİLLER LİSTESİ

TABLOLAR LİSTESİ

GRAFİKLER LİSTESİ

KISALTMALAR LİSTESİ

AMA	İleri Ölçüm Yaklaşımlarıdır (Advanced Measurement Approaches)
BCBS	Basel Bankacılık Denetim Komitesi
BCCI	Bank of Credit and Commerce International
BDDK	Bankacılık Düzenleme ve Denetleme Kurumu
BG	Brüt Gelir
BIA	Basit Gösterge Yaklaşımı (Basic İndicator Approach)
BIS	Uluslararası Ödemeler Bankası
CAR	Riske Maruz Sermaye (Capital at Risk)
CL	Felaketsel Kayıp (Catastrophic Loss)
EL	Beklenen Kayıp (Expected Loss)
EV	Uç Değer (Eksterme Value)
EVT	Ekstrem Değerler Teoremini
GPD	Genel Pareto Dağılımı
IID	Bağımsız ve Aynı Dağılıma Sahip (Independent and Identically Distributed)
LDA	Kayıp Dağılımlar Yaklaşımı (Loss Distribution Approach)
SA	Standart Yaklaşım (Standardized Approach)
UL	Beklenmeyen Kayıp (Unexpected Loss)
VaR	Riske Maruz Değer (Value at Risk)

ÖZET

Son yıllarda sermaye gereksiniminin hesaplanmasında operasyonel riskin önemi artmıştır. Operasyonel riskin modellenmesinde gelişmiş ölçüm yaklaşımlarının kullanılması, diğer yaklaşımlara göre riske karşı daha duyarlı hesaplamalar yapılmasını sağlamaktadır. Bu çalışmada gelişmiş ölçüm yaklaşımlarından kayıp dağılım yaklaşımının operasyonel riskin modellenmesindeki kullanımı üzerinde durulmuştur. Aktüeryal temellere dayanan kayıp dağılım yaklaşımı tarihi veriler yardımıyla operasyonel risklerin olasılık dağılımlarını tahmin etmektedir.

Çalışmanın ilk bölümünde operasyonel riskin tanımı ve modellenmesi üzerinde durulmuştur. İkinci bölümde kayıp dağılımlar yaklaşımı aktüeryal açıdan incelenmiş ve sermaye gereksinimi hesaplamalarında nasıl kullanılacağı üzerinde durulmuştur. Uygulama kısmında bir bankanın belirli parametre değerleri kullanılarak operasyonel riskleri için toplam kayıp dağılımları simülasyon yöntemiyle oluşturulmuş ve sermaye gereksinimleri farklı yaklaşımlarla hesaplanmıştır. Operasyonel risk olaylarına ait toplam kayıp dağılımlarının, dağılım özellikleri gözönüne alınarak riske maruz değerleri hesaplanıp yorumlanmıştır. Sonuç olarak kalın kuyruklu dağılımların, riske maruz sermaye miktarını artırdığı gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Operasyonel Risk, Kayıp Dağılımlar Yaklaşımı, Toplam Kayıp Dağılımı, Riske Maruz Değer

LOSS DISTRIBUTION APPROACH FOR MODELLING OF OPERATIONAL RISK

ABSTRACT

Importance of operational risk in calculation of capital necessity has increased in recent years. Using advanced measurement approaches in modeling operational risk provide us with more sensitive calculations in comparison to other approaches. In this study we emphasized on use of loss distribution approach, which is one approach of the advanced measurement approaches, in modeling operational risk. Relaying on actuary basis, loss distribution approach estimates probability distribution of operational risks with help of historical data.

In the first chapter of this study, description of operational risk and its modeling was explained. In the second chapter, loss distribution approach was examined in the terms of actuary and was explained how to use this approach in calculations of capital requirements. In the application part of this study, for operational risks, aggregate loss distribution has been established through simulation method by using the specific parameters of a bank, and capital requirements have been calculated with different approaches. Value at risk of aggregate loss distribution, which belongs to operational risk cases, was calculated and interpreted by considering their distribution characteristics. It was observed that, fat tail distributions maximize amount of capital at risk.

Key Words: Operational Risk, Loss Distribution Approach, Aggregate Loss Distribution, Value at Risk.

TEŞEKKÜR

Tez çalışmamın her aşamasında yakın ilgisini, değerli katkı ve eleştirilerini esirgemeyen, çalışma boyunca karşılaşılan güçlüklerin aşılmasında beni yönlendiren değerli hocam Sayın Doç. Dr. Güçkan Yapar'a, tezimin tamamlanabilmesi için her zaman bana destek olan ve anlayış göstererek çalışmayı bitirebilmem için gerekli çalışma koşullarını ve ortamı sağlayan değerli meslektaşlarım Pervin Baylan ve Dr. Özgül Vupa'ya, tez çalışmam boyunca ve tezin araştırılıp hazırlanması aşamalarında benden hoşgörü ve yardımlarını esirgemeyen tez danışmanım olan değerli hocam Sayın Doç. Dr. Can Deniz Köksal'a, karşılaşılan güçlüklerde beni motive eden ve bana her zaman destek olan sevgili eşim Erkan Yardibi'ye ve beni bu günlere getiren ve hayatımın her döneminde özveri ile destek olan Annem ve Babam'a teşekkürü bir borç bilirim.

GİRİŞ

Geçmişte yaşanan ve bu günlerde de küresel anlamda yeniden yaşanmaya başlayan finansal risk bağlantılı krizleri de dikkate aldığımızda stokastik yöntemler kullanılarak aktüeryal anlamda bu riskleri modellemek mümkün olabilmektedir. Bu modellemeler doğrultusunda risklerin yönetilmesi ve gerekli sermaye tahsisinin doğru olarak yapılması finans kuruluşları yöneticileri ve hissedarları için büyük önem taşımaktadır.

Kayıp dağılımlar yaklaşımı (Loss distribution approach), sigorta kapsamına giren riskler nedeniyle yapılacak ödemelerin ortaya çıkma olasılığı, zamanlaması ve tutarının modellenmesi amacıyla geliştirilmiş aktüeryal matematik modellere dayanmaktadır. Aktüeryal alandaki uygulamaları daha eskiye dayanmaktadır. Bu alanda ilk çalışmalardan birini Heckman-Meyers (1983) yapmıştır. Aktüeryal matematik temelleri konusundaki en kapsamlı çalışma Klugman (1998) tarafından yapılmıştır ve kaynak niteliğindedir. Panjer-Willmot (1986), Robertson (1992), Venter (1983) ve Willmot-Lin (2001) in yaptığı çalışmalarda diğer önemli çalışmalardandır.

Kayıp Dağılımlar yaklaşımı ağırlıklı olarak aktüeryal alanda kullanılmakla beraber yeni kullanım alanları da mevcuttur. 1990'lı yıllarda yaşanan BCCI, Barings Bank, Daiwa Bank, Worldcom, Enrol gibi yüksek maliyetli kayıp olayları sonrasında Basel Bankacılık Denetim Komitesi operasyonel riski de yasal sermaye yükümlülüğüne tabi tutulan kredi ve piyasa riskine dahil etmiştir. Operasyonel riskin sayısallaştırılarak ölçülmesi ve maruz bulunan riskler için yasal sermaye yükümlülüğünün getirilmesi risk ölçüm yaklaşımlarının gelişmesini hızlandırmıştır. Basel Bankacılık Denetim Komitesi (2001) operasyonel risklerin ölçümünde ve gerekli sermayenin tahsis edilmesinde kullanılacak ileri ölçüm yöntemleri arasında Kayıp dağılımlar yaklaşımına yer vermektedir. Bu alanda kayıp dağılımlar yaklaşımı, matematiksel olarak sağlam aktüeryal modellere dayanan ve aktüeryal hesaplamalarda kullanılan modellerin risklerin farklı özelliklerine göre uyarlanmasından oluşan bir risk ölçüm yöntemi olarak kullanılmıştır. Operasyonel risk ölçümünde kullanımı oldukça yenidir.

Matematiksel-aktüeryal yöntemler kullanılarak operasyonel risklerin ölçülmesi ile ilgili ilk çalışmalar Cruz (1998) tarafında yapılmıştır. Cruz (2002) operasyonel risklerin büyüklüğünün hesaplanması sürecine Ekstrem Değerler Teoremini (EVT) uygulayarak, ekstrem değerlerinde başarı ile modellenmesini sağlamıştır.

Gelişmiş ülkelerin merkez bankaları ve bankacılık denetim otoritelerinden yetkililerin oluşturduğu Basel Bankacılık Denetim Komitesi (BCBS) 1974 yılında oluşturulmuş, Uluslararası Ödemeler Bankası (BIS) bünyesinde faaliyet gösteren bir kuruluştur. 1980'lerin sonlarından itibaren Basel Komitesi'nin risk konusunda çalışmalara başlaması riskleri bankacılık sistemi ve finansal istikrar açısından daha önemli bir konuma getirmiştir. Basel Komitesi 1988 yılında Bankacılık sektöründeki denetimi düzenlemek amacı ile risk ağırlıklı sermaye kriterlerini yürürlüğe koymuş, bankacılığı güçlendirmek ve bankacılık krizlerini önlemek amacıyla da Basel Sermaye Uzlaşısı (Basel I) adında bir taslak hazırlamıştır. Basel I'e getirilen birtakım eklemelerle piyasa riskiyle ilgili VaR (Value at Risk – Risk Değeri) gibi bazı ölçüm metotları gündeme getirilmiş ve piyasa riskinin ölçülmesi hedeflenmiştir. Ancak sadece piyasa riskini ölçmeyi gerektirmesi akademisyenler ve uzmanlar tarafından çok eleştirilmiştir.

1999 yılında Basel Komitesi yeni bir sermaye yeterliliği taslağı hazırlamıştır. Basel II olarak bilinen bu taslak eskisine göre daha kapsamlı risk hassasiyeti ve ölçümlerine sahiptir. Basel II ile tanımlanan bankacılık risk türlerine operasyonel risk de ilave edilmiştir. Basel Komitesi, operasyonel riski, "uygun olmayan ya da işlemeyen iç süreçler, insanlar ve sitemler ya da dış etkenler nedeniyle ortaya çıkabilecek zarara uğrama riski" olarak tanımlamıştır. Basel Komitesi, bankaların beklenen kayıplarını gelirlerinden ayırdıkları karşılıklar dahilinde izlemelerine izin vermiş, beklenmeyen kayıpları için de sermaye ayırmalarını öngörmüştür. Bankalar bu doğrultuda beklenen kayıpları için yasal sermaye; beklenmeyen kayıplar için de ekonomik sermaye bulundurmak durumundadır. Yasal sermaye, yerel denetimin risk anlayışı ile kurumu potansiyel operasyonel risklerden korumak için tahsis edilen minimum sermaye rakamıdır. Ekonomik sermaye ise, pay sahiplerini, potansiyel ekonomik kayıplardan (firmanın ekonomik değerinde eksilmeye sebebiyet verecek beklenmeyen değişikliklerden dolayı oluşabilecek kayıplardan) korumak üzere, belirli bir güven ve zaman aralığında ölçülen tahmini sermaye rakamıdır.

Basel II sermaye standardı, bankacılık risklerinin üç ana grup altında toplanarak ölçülmesini ve bu riskleri karşılayacak kadar ekonomik sermaye tutulmasını öngörmektedir. Bu standartta tanımlanan bankacılık riskleri; kredi riski, piyasa riski ve operasyonel risk olarak üç başlık altında toplanmaktadır (BIS, 2004). Teknolojik gelişmelerin hızla yaşandığı günümüz piyasalarında, bankaların ve firmaların piyasa koşullarında yaşanan bu hızlı değişimler sonucu ortaya çıkan operasyonel riski etkin olarak yönetebilmesi için; operasyonel riske neden olan faktörleri belirlemesi, operasyonel kayıpların tanımlanması ve ölçülmesi, operasyonel risk için gerekli sermaye miktarının hesaplanması süreçlerini uygulaması gerekmektedir.

Basel Komite sermaye gereksinimi hesaplaması için dört farklı yaklaşım tanımlamaktadır. Basel Komitenin önerdiği yaklaşımlar; temel gösterge yaklaşımı, standart yaklaşım, alternatif standart yaklaşım ve gelişmiş ölçüm yaklaşımlarıdır. Gelişmiş ölçüm yaklaşımı içerisinde yer alan kayıp (hasar) dağılım yaklaşımı risklerin ölçümü ve sermaye yeterlilikleri hesaplamalarında tercih edilen bir yöntem olmuştur. Kayıp Dağılımlar Yaklaşımı, matematiksel olarak sağlam aktüeryal modellere dayanan ve aktüeryal hesaplamalarda kullanılan modellerin risklerin farklı özelliklerine göre uyarlanmasından oluşan bir risk ölçüm yöntemi olarak kullanılmıştır.

BİRİNCİ BÖLÜM

1. OPERASYONEL RİSK

Basel komite anlaşması ile bankaların gerçekte maruz kalınan riskine en uygun minimum sermaye gereksinimi ve risk ölçümü için standartlar getirmiştir. Bankaların beklenen ve beklenmeyen kayıpları için karşılık ayırmasını önermiştir. Bankanın beklenen kaybı için yasal sermaye, beklenmeyen kayıpları için ise ekonomik sermaye ayırmasını öngörmüştür.

Düzenleyici sermaye, aynı zamanda sermaye yükümlülüğü ya da minimum sermaye gereksinimi olarak da adlandırılır. Düzenleyiciler tarafından tanımlanan sermayeyi, bankanın potansiyel kayıplarına karşılık bir güvence olarak ayırması gerekir. Düzenleyici sermaye, bankanın bir bankacılık krizine neden olmadan başlıca potansiyel kayıplarını (önemli kayıpları kapsar, felaketsel kayıplar değil) kapsama yeteneği bağlamında garanti altına alması demektir. Sonuç olarak, yasal sermaye yönetimi güvenirliğini sağlamalı ve bankacılık sektörünün durağanlığını ve mevduatları korumalıdır.

Ekonomik Sermaye, diğer taraftan her türlü sermayeyi (örneğin, kayıtlı sermaye, karşılıklar, vergiler gibi) banka aktiviteleri kesintiye uğramaksızın ekonomik kayıpları karşılayabilir. Bu bankanın uzman görüşüne göre hesaplanır ve bir denetimcinin incelemesine bağlı değildir. Ayrıca, ekonomik sermaye yönetimi, risklerin ölçümlerinin belirlenmesinde, stratejik kararların doğru bilgiye dayanmasına, şirketin uzun dönem karlılığını ve rekabetini güçlendirmeye yardımcı olmaktadır. Aslında yasal sermaye ve ekonomik sermaye yakından ilgilidir (Manic, 2007, s. 12).

Bir başka değişle ekonomik sermaye pay sahiplerini potansiyel ekonomik kayıplardan (firmanın ekonomik değerinde eksilmeye sebebiyet verecek beklenmeyen değişikliklerden dolayı oluşabilecek kayıplardan) korumak üzere, belirli bir güven ve zaman aralığında ölçülen tahmini sermaye rakamıdır.

Ekonomik sermaye yasal sermayeden birkaç hususta farklılaşır;

- Ekonomik sermaye kurumun maruz kaldığı tüm risklerin ölçülmesi ve raporlanması yönündeki en iyi uygulamadır. Yasal sermaye ise yerel otoritelerin talebi ile sadece muhasebe aktifleri üzerinde hesaplanan bankanın maruz kaldığı tüm riskleri kapsamayan asgari sermaye rakamını içerir.

- Ekonomik sermaye, pay sahiplerini, bankanın iflasının yanı sıra, aşırı volatil yatırım gelirlerinden korumak adına tutulan sermaye rakamıdır. Yasal sermaye, bankacılık sistemini sistemik riskten korumak, bankaların iflasını engellemek için öngörülen minimum sermaye rakamıdır.
- Yasal sermaye düzenleyicilerin risk perspektifinden, ekonomik sermaye ise pay sahiplerinin risk perspektifinden hesaplanan sermaye rakamıdır.
- Ekonomik sermaye kavramı "gerçek değer, ekonomik değer" üzerine yoğunlaşırken, yasal sermaye ise "muhasebe değeri" üzerinde yoğunlaşmaktadır (Operasyonel Risk Çalışma Grubu, 2006).

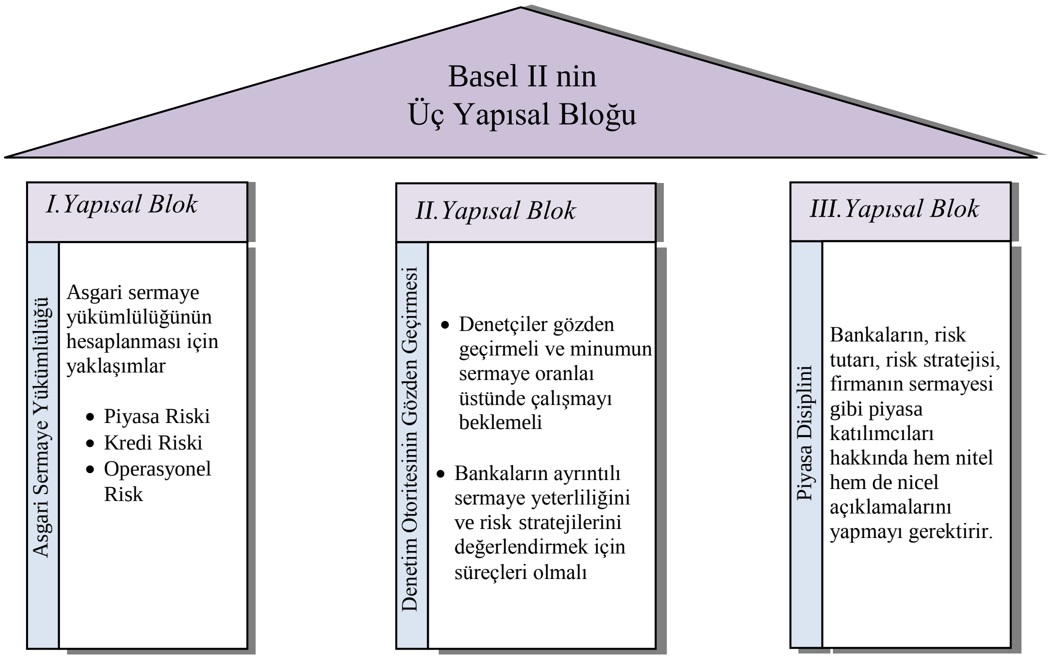
Bu tanımlardan da anlaşılacağı üzere operasyonel riske karşılık olarak ekonomik sermaye rakamının hesaplanabilmesi için ileri ölçüm yaklaşımlarının kullanılması gerekmektedir. Diğer yaklaşımlar yasal sermaye tanımına da uygun olarak muhasebe değerleri üzerinden (brüt gelir kriteri ile) ölçümleme gerçekleştirmektedirler.

Riskin evrensel olması bankaları kredi riski, piyasa riski ve operasyonel risk olmak üzere üç temel risk tipine ayırır.

Kredi riski; karşı tarafın ödeme yükümlülüğünü yerine getiremememsi durumunda yerine konacak paranın maliyeti kredi riskinin oluşturmaktadır. Bu kayıp riskteki miktarı ve telafi etme oranını da içermektedir.

Piyasa riski; bankaların finansal varlık portföyünün değerini etkileyen makro değişkenlerden kaynaklanan faiz riski, kur riski, hisse senedi gibi risklerden oluşur.

Operasyonel risk; Bir bankada sonuçlanabilecek bütün parasal kayıpların riskinden oluşmaktadır. Operasyonel riskler ise kredi ve piyasa riskleri dışında kalan insan, süreç, sistem hataları kaynaklı oluşabilecek riskleri kapsar.



Şekil 1.1: Basel II nin Üç Yapısal Bloğu (Manic, 2007, s. 13)

Asgari sermaye yükümlülükleri: Her banka için asgari sermaye yükümlülüklerini hesaplaması gereklidir. Yani bankanın aldığı risklere karşılık bir kenara yedek olarak koyacağı bir parasal tedbirdir.

Denetim otoritesinin gözden geçirmesi: İkinci yapısal blokta denetleyiciler gerektiğinde eyleme geçme olasılığı ile daha aktif role sahiptirler. Bankanın içsel sermaye değerlendirmelerini incelemeli, asgari sermaye yükümlülükleri oranları üstünde çalışmayı bankalara garantilemeli ve eğer sermaye korunamaz ya da düzeltilemez ise iyileştirici hızlı ataklar yapabilmelidirler. Sermaye risk oranı kredi, piyasa ve operasyonel risklerin neden olduğu potansiyel kayıplar için var olabilecek banka sermayesi olarak düşünülmelidir. Ölçümü;

$$\text{Sermaye Oranı} = \frac{\text{Toplam Sermaye}}{\text{Kredi Riski} + 1{,}25(\text{Piyasa Riski} + \text{Operasyonel Risk})}$$

Ayrıca; toplam sermaye oranının %8 den daha düşük olmaması gerekir, toplam düzenleyici sermaye büyük veya aşağıdaki toplama eşittir (BIS, International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, 2004).

$$\text{Toplam Sermaye} \geq 0{,}08 \times (\text{Kredi Riski} + \text{Piyasa Riski} + \text{Operasyonel Risk})$$

Denetim otoriteleri şeffaf ve sorumlu bir şekilde risk yönetim sürecinde kullanılan kriterleri alenen açıklamak zorundadırlar. Sonuç olarak bu risk yönetimini inceleme süreci daha iyi risk yönetim tekniklerini izlemeye finansal kuruluşları teşvik eder.

Piyasa disiplini: Finansal risk tutarı, risk değerlendirme fonu süreci, organizasyon ve yapısı, risk yönetimi uygulamaları ve kuruluşu, sermaye yeterliliği ile ilgili piyasa katılımcılarının nicel ve nitel açıklamalarını yapması gerekir. Genel olarak bu tür açıklama piyasa risk yönetiminin gelişmişlik düzeyini ortaya koymaktadır. Piyasa disiplini ve kamu açıklamaları saydamlığın göstergesidir. Birinci yapısal blokta yer alan asgari sermaye yükümlülüklerini ve ikinci yapısal blokta yer alan denetimsel gözden geçirme sürecini tamamlamak üzere piyasanın banka ile ilgili önemli ve temel bilgilere erişebilmesini sağlayacak bir kamuyu bilgilendirme sürecini oluşturarak piyasa disiplinini teşvik etmelidir.

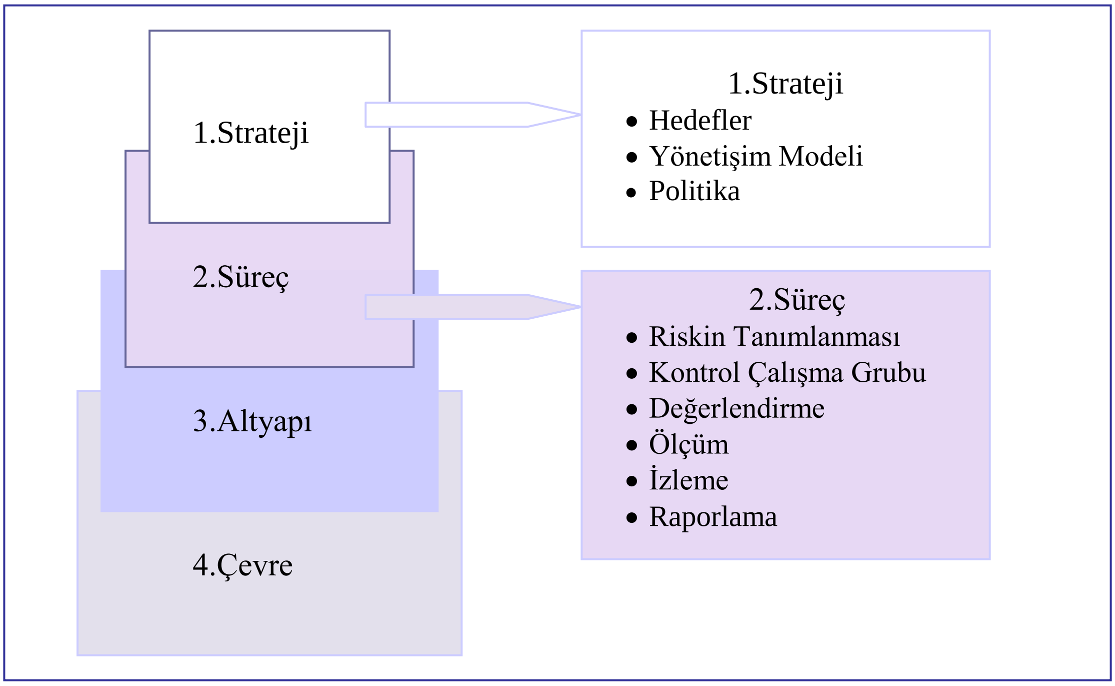
Basel II operasyonel sermaye gereksinimini hesaplamak için üç temel model önermiştir. Bunlar; Temel Gösterge Yaklaşımı (Basic İndicator Approach-BIA), Standart Yaklaşım (Standardized Approach-SA) ve İleri Ölçüm Yaklaşımlarıdır (Advanced Measurement Approaches-AMA). Her birinin risk hassasiyet seviyeleri kendi aralarında farklıdır. AMA modelleri şimdiye kadar oluşturulmuş en iyi risk hassasiyeti olan modellerdir.

Basel, bankaların operasyonel risk çalışma gruplarının düşünmesi ve benimsemesi gereken on nitel ilke tanımlamıştır. Ancak bankalar bu ilkelerden AMA sermaye modelleri kullanıldığında sorumludur.

1. Yönetim kurulu, operasyonel riskin önemli yönlerini onaylamak ve periyodik olarak operasyonel risk çalışma gurubu çerçevesinde gözden geçirmek için farkında olmalıdır.
2. Yönetim kurulu bu çerçevede etkin bir iç denetime tabi olunmasını sağlamalıdır.
3. Üst yönetimin bu çerçevede yerine getirmesi gereken sorumlulukları vardır ve tüm düzeylerdeki personelin bu sorumlulukları anlaması gerekir.
4. Bankaların tüm ürünleri, faaliyetleri, süreçleri ve sistemleri hem mevcut operasyonları hem de yeni ürünleri için operasyonel risklerini tanımlamalıdır.
5. Bankalar süreçleri düzenli olarak operasyonel risk profillerini ve maruz kalınan maddi kayıplarını izlemek için oluşturmalıdırlar.

6. Bankaların süreçleri ve prosedürleri kontrol etmek ya da operasyonel riski azaltacak politikaları olmalıdır. Alternatif stratejilerin uygulanabilirliğini ve uygun olanların çıkarılmasını belirlemeyi değerlendirmelidir.
7. Bankalar işlerin bozulması durumunda endişeli gidişe göre idare etme kabiliyetini beklenmedik olay ve iş sürekliliği planını yenine garantiye almalıdır.
8. Banka denetim otoriteleri, bankaların detaylı risk yönetiminin bir parçası olarak etkili operasyonel risk yönetimi stratejilerine sahip olmayı gerektirmelidir.
9. Denetim otoriteleri bankanın operasyonel risk yönetimi stratejileriyle ilişkili bağımsız düzenli değerlendirmelere kılavuzluk etmelidirler.
10. Bankalar piyasa katılımcılarının operasyonel risk yönetim yaklaşımlarını değerlendirmek için kamu açıklaması yapmalıdırlar (Manic, 2007, s. 18).

Bu ilkeler çerçevesinde operasyonel risk çalışma grubu dört temel bileşene sahiptir.



Şekil 1.2: Operasyonel Risk Çalışma Grubu (Manic,2007,s.19)

Yakın zamana kadar operasyonel risk tanımı ile ilgili olarak bir görüş birliği yoktu. Önceki tanımlar ya tutarsız ya da örtüşen tanımlardı. Sonunda 2001'de operasyonel risk tanımı üzerine fikir birliğine varılmıştır.

Genel olarak kredi riski ve piyasa riski dışında kalan tüm riskler olarak tanımlanan operasyonel risk, bankaların faaliyetleri sonucu maruz kaldıkları bir risk türüdür. Basel

Komite, operasyonel riski, “uygun olmayan ya da işlemeyen iç süreçler, insanlar ve sistemler ya da dış etkenler nedeniyle ortaya çıkabilecek zarara uğrama riski” olarak tanımlamıştır.

Ülkemizde de BDDK’nın 8 Şubat 2001 tarih ve 24312 Sayılı Resmi Gazete’de yayımlanan “Bankaların İç Denetim ve Risk Yönetimi Hakkında Yönetmelikte” operasyonel risk; “Banka içi kontrollerdeki aksamalar sonucu hata ve usulsüzlüklerin gözden kaçmasından, banka yönetimi ve personeli tarafından zaman ve koşullara uygun hareket edilmemesinden, banka yönetimindeki hatalardan, bilgi teknolojisi sistemlerindeki hata ve aksamalar ile deprem, yangın, sel gibi felaketlerden kaynaklanabilecek kayıplara ya da zarara uğrama ihtimali olarak tanımlanmaktadır.

Denetim otoritelerinin tanımlarına bakıldığında, operasyonel risk tanımı içerisinde strateji ve itibar gibi diğer işletme risklerinin yer almadığı görülmektedir. Bu tanımlamalarda belirleyici unsur olarak ‘ölçülebilirlik’ kriteri dikkat çekmektedir. Operasyonel riskin etkin yönetimi ve kontrolünün sağlanması; ölçülebilirlik kriterinden daha önemli olan operasyonel risk kapsamının açıkça anlaşılmasına ve her bankanın yapısına ve işleyişine uygun olarak kendi operasyonel risk tanımını yapmasına bağlıdır (Yıldırım, 2006, s.17).

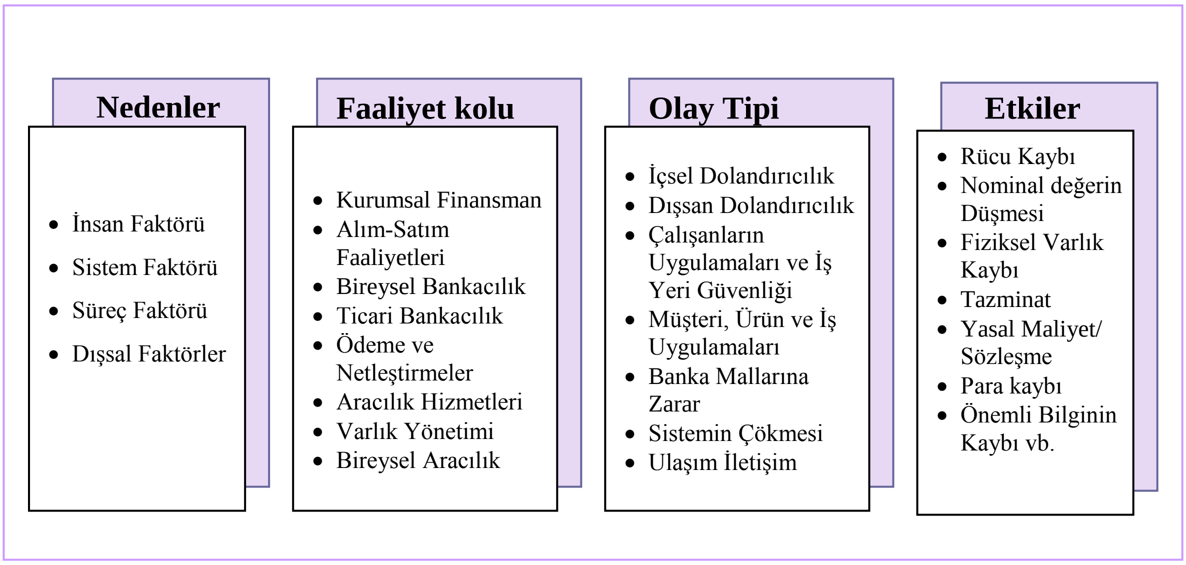
Operasyonel riskin kendine özgülüğü nedeniyle oluşturulması gereken risk yönetim sistemi de diğer risklerden belirgin farklılık taşımaktadır. Risk yönetim sisteminin en önemli aşamalarından olan risklerin ölçümü için belirli niteliklere sahip operasyonel risk verisinin mevcudiyeti kritik öneme sahiptir (Mazıbaş, 2006).

Operasyonel risk yönetiminin en zor tarafı, bankaların operasyonel riski daha önce tanımamaları nedeniyle bir kayıp veri seti oluşturmamasıdır. Operasyonel kayıplara ilişkin bir veri seti olmadan bankaların operasyonel risklerini tanımlamaları, ölçmeleri ve gerekli sermayeyi ayırmaları mümkün olmamaktadır. Etkin bir operasyonel risk yönetimi için bankaların operasyonel riske neden olan faaliyetlerini tanımlamaları, operasyonel risk noktalarını belirlemeleri, kayıplarını en doğru şekilde tahmin ederek gerekli sermayeyi ayırmaları gerekmektedir.

1.1 Operasyonel Riske Neden Olan Faktörler

Operasyonel risk, yetersiz ve başarısız içsel süreç, insan, sistem veya dışsal olaylar sonucunda oluşan kayıpların riskidir.

Bu tanımda yasal risk dahil edilirken strateji ve itibar riski hariç bırakılmıştır.



Şekil 1.3: Nedenler, Faaliyet Kolu, Olay Tipi ve Etkiler (Manic, 2007,s.15)

1.1.1 İnsan Faktörü

Operasyonel riske neden olan insan faktörü, banka çalışanlarının, banka yönetiminin ve personelin eğitim yetersizliğinden, ihmalinden, görevlerini kötüye kullanmalarından kaynaklanan zarara uğrama riski olarak tanımlanabilir (Teker, 2006, s. 29). Banka çalışanlarının yapmış olduğu hatalar ya da usulsüzlükler bankalara büyük zararlar vermektedir.

İnsan faktörünün operasyonel riske neden olacak davranışları; kayıtlara zarar verilmesi, kayıtların saklanması, kayıtlarda silinti veya kazıntı yapılması, sahtecilik, kayıtların düzensiz ve hatalı tutulması, önemli bilgilerin yanlış kullanılması, gelirler ve karları olduğundan fazla veya az göstermek, müşterilere yapılan usulsüz ödemeler ve verilen krediler, ödenen cezalar ve yanlış beyanlar olarak örneklendirilebilir (Çağıl, 2006, s. 70).

1.1.2 Sistem Faktörü

Banka bünyesinde kurulan yeni bir sistemde ya da mevcut sistemin güncellenmesi sırasında oluşabilecek hatalar ve yanlış programlamalar veri kayıplarına neden olabilir.

- Genel riskler; bankanın yazılımlarına dışarıdan girilebilmesi, değişim yönetimi, kapasite yönetimi ve acil durum yönetimi olmak üzere dörde ayrılır.

- Uygulama odaklı riskler; sistemde yaşanan aksaklıklar dolayısıyla veri girişinin yanlış yapılması, verinin geçerli olduğu süre içinde saklanmaması, hazırlanan raporlarda geçerli bilginin bulunmaması, hesaplama hataları, sistem hataları dolayısıyla bilgi akışının zamanında yapılmaması gibi nedenlerden ortaya çıkabilir. Kullanıcı odaklı riskler; genellikle çalışanların bilgisayar sistemi ile ilgili bilgi eksikliğinden kaynaklanmaktadır. Kullanıcı odaklı riskleri azaltabilmek için, özellikle yapılan işlemin çalışan tarafından yürütüldüğü aşamasını incelemek ve kontrol sistemleri geliştirmek gerekmektedir (Çağıl, 2006, s. 71)

1.1.3 Süreç Faktörü

Bankaların iç kontrol sistemleri karşılaşılabilecek risklerden korunmak amacıyla geliştirilmiştir. Ancak tasarlanan bu iç kontrol sistemlerinin yanlış geliştirilmesi ya da doğru geliştirilmiş olsa bile yanlış uygulanması sonucu maruz kalınabilecek operasyonel riskler artar. Operasyonel riske neden olan süreç faktörlerine örnek olarak banka dokümanlarının eksik doldurulması sonucu ortaya çıkacak veri eksikliği, sözleşme şartlarında eksiklik ve uygunsuzluklar, muhasebe hataları gibi aksaklıklar gösterilebilir.

1.1.4 Dışsal Faktörler

Dışsal riskler; dışarıdan alınan hizmetlere ilişkin riskler, banka dışı riskler ve doğal afetler olarak sıralanabilir. Dışarıdan alınan hizmetlere ilişkin riskler son yıllarda oldukça önemli hale gelmiştir. Dış Kaynak Kullanımı (Outsourcing) hem risk azaltıcı bir uygulama hem de bir risk kaynağı olabilir. Banka dışı risklere örnek olarak bombalama, terörist saldırılar, kara para aklama ve banka dışı dolandırıcılık, sosyal kargaşadan kaynaklanan zararlar ve finansal kurumların web sitelerine zarar verilmesidir. Doğal afetlere örnek olarak sel, kasırga, deprem, elektrik kesintisi ve yangın verilebilir.

Tablo 1.1: Operasyonel Risk Sınıflandırması

İçsel Riskler		
İnsan	**Süreç**	**Sistem**
Çalışanlardan Kaynaklanan Hile/ Dolandırıcılık	Muhasebe Hatası	Veri Kalitesi
Çalışan Hataları	Kapasite Riski	Programlama Hataları
Çalışanların Kötü Davranışları	Sözleşme Riski	Güvenlik İhlali
İşverenin Sorumluluğu	Hatalısatım/Uygunluk	Stratejik Risk
İş Hukuku	Ürün Karmaşıklığı	Altyapı/Tedarikçi
Sağlık Ve Güvenlik	Proje Riski	Sistem Kapasitesi
Grev	Raporlama Hataları	Sistem Uyumluluğu
Bilgi Eksikliği/ Yetenek	Tasfiye/Ödeme Hataları	Dağıtım Sistemi
Kilit Personel Kaybı	İşlem Hatası	Sistem Hatası
	Değerlendirme Hatası	Sistemin Uygunluğu

Dışsal Riskler	
Harici	**Fiziksel**
Yasalar	Yangın
Kara para Aklama	Doğal Felaket
Dış kaynak kullanımı	Fiziki Güvenlik
Politika	Terörizm
Regulatör	Hırsızlık
Tedarikçi Riski	
Vergiler	

Kaynak: (Jorion, Financial Risk Manager Handbook, Fourth Edition, 2007, s. 554)

1.2 Operasyonel Verilerin Sınıflandırılması

Risk verilerinin toplanması ve bunların analize uygun hale getirilmesi için bir veri tabanı sisteminin bulunması gereklidir. Operasyonel risk veri tabanı, banka içerisindeki tüm iş kollarında ve faaliyetlerinde birbirinden farklı birçok operasyonel risk verisi gerektirmesi nedeniyle kapsamlı bir veri tabanı olmalıdır. Risklerin sayısallaştırılabilir ve ölçülebilir olması büyük önem taşımaktadır.

Bankaların operasyonel risk veri tabanı sistemleri için içsel verilerin toplanması esnasında, veri toplama sürecine ilişkin olarak bazı ölçütlerin geliştirilmesi ve bunlara uyumun sağlanması gereklidir. Bu standartlardan bazıları şunlardan oluşabilecektir:

- Veri toplama süreci; bankanın operasyonel risklerine, risk verilerine, bunların ölçüm yöntemlerinde kullanımına ve içsel veri toplama süreciyle ilgili olarak Basel-II ile getirilen temel ölçütlere uyumlu olmalıdır.

- Bankanın, yönetim tarafından yazılı hale getirilerek banka içinde ilgili tüm taraflara iletilmiş operasyonel risk veri toplama politikası ve bunun uygulanmasına ilişkin stratejileri bulunmalıdır.

- İçsel veri toplama sürecinin amacı, temel unsurları, işleyiş biçimi ile yetki ve sorumluluk dağılımları belirlenmeli, yazılı hale getirilmeli ve oluşturulan yapı banka yönetimi tarafından onaylanarak düzenli aralıklarla gözden geçirilmelidir.

- Hangi verilerin, nerelerden, hangi kapsam ve nitelikte toplanacağı konusunda veri çeşitleri, iş kolları ve faaliyetler bazında gerekli "gerçekçi ve uygulanabilir" sınıflandırmalar geliştirilmiş olmalıdır.

- Veri toplama süreci, bankanın tüm önemli faaliyetleri ile bunlardaki operasyonel riskleri içerebilecek şekilde kapsamlı olmalı, önemli faaliyetleri ve risk tutarlarını dışarıda bırakmamalıdır.

- Toplanacak kayıp tutarlarıyla ilgili olarak bankanın faaliyetleri ve ölçeği ile uyumlu bir alt eşik belirlenmiş olmalı ve bu eşiğin üzerinde kalan operasyonel risk kayıp olaylarına ait veriler toplanmalıdır.

- Bankada, risk ölçümü ve yönetimi amaçlarına uygun, güvenilir ve denetlenebilir veriler toplanabilmesi için gerekli bilgi işlem altyapısı, süreç ve sistemler oluşturulmuş olmalıdır.

- Veri toplama süreci, bankanın organizasyon ve faaliyet yapısında, risk profilinde ve kontrol ortamındaki değişiklikler nedeniyle ortaya çıkabilecek yeni gereksinimleri karşılayabilecek düzeyde esnek olmalıdır.

- Bankanın risk yönetim sisteminin mimarisi; süreçler, sistemler ve riskin ele alınış biçimindeki değişmeden kaynaklanabilecek ilave veri gereksinimini karşılamak için gerekli değişiklik ve ilaveleri yapmaya elverişli olmalıdır.

- Operasyonel risk unsuru taşıyan kredi ve piyasa riski olaylarına ait verilerin ne şekilde ele alınacağı konusunda açık ve detaylı ölçütler belirlenmiş olmalıdır.

- Veri toplama sürecine ilişkin geçerlilik ve kalite güvencesi ölçütleri belirlenmiş ve denetim otoritesi, iç denetim birimleri ve dış denetim kuruluşlarınca incelemeye elverişli düzeyde yazılı hale getirilmiş olmalıdır.

- Veri toplamada kullanılan yöntem ve süreçlere ilişkin banka içerisindeki izin süreci, göz önünde bulundurulan ölçütler ve bu ölçütlere uyum düzeyi, düzenli olarak iç denetim birimlerince kontrol edilmelidir.

- Toplanan veriler, içsel risk yönetimi amaçlarına dönük olarak banka yönetimine raporlanıyor olmalıdır.

- Bankanın faaliyet yapısı ve kontrol ortamındaki değişikliklerin veriler üzerindeki etkileri, düzenli olarak gözden geçirilmeli ve geçerliliğini kaybetmiş verilerle ilgili olarak yapılacak işlemler belirlenmiş olmalıdır (Mazıbaş, 2006-3).

Verilerin toplanması sürecinde karşı karşıya bulunulan en önemli konu toplanacak veri türleri ve bunların sınıflandırılma şeklidir. Hangi verilerin toplanacağı ve bunların hangi sınıflandırma esas alınarak gerçekleştirileceği birçok analizin yapılabilirliğini, doğruluğunu ve uygulanabilirliğini belirleyen en önemli etkenlerdendir.

Basel Komitesi operasyonel risk verilerini nedensellik ve kayıp verileri olmak üzere iki ana grupta incelemektedir.

1.2.1 Nedensellik Verisi

Bir operasyonel risk olayının gerçekleşmesine çoğu zaman birden çok etken neden olmaktadır. Bu etkenlerin birbiri ile etkileşim halinde bulunması bu konuda kesin yargılara varılmasını da engelleyebilmektedir.

Komite, risklerin yönetilebilmesi ve ölçülebilmesi için "nedenlerine" odaklanılmasının uygun bulunduğunu, ancak mevcut sektör uygulamaları hakkında bilgi edinebilmek için gerçekleştirilen anket çalışmalarında riskin ölçümüne yönelik nedensellik modellerinin gelişiminin henüz başlangıç safhasında olduğunun belirlendiğini, bu nedenle hakkında verilere ulaşılması daha kolay olan, daha objektif ölçümler gerçekleştirilmesine imkan veren ve karşılaştırılabilir olan "kayıp" verilerine ilişkin detaylı sınıflandırmaların geliştirildiğini belirterek, sermaye yeterliliği amacıyla bu aşamada "kayıp" verilerine ağırlık verilmesi yaklaşımını benimsemiştir (Çağıl, 2006, s.74). Ayrıca komite, Operasyonel riskler için sermaye yeterliliği hesaplamalarında kayıp verilerinin kullanılmasını, riskin yönetimi için ise nedensellik verilerinin kullanılmasını önermektedir.

1.2.2 Kayıp Verileri

Kayıp verileri, belirli bir operasyonel kaybın "olay" bazında ele alınması ile operasyonel kaybın finansal "kayıp etkisi" açısından ele alınması suretiyle ikili bir sınıflandırmaya tabi tutulmaktadır. Komitenin, yasal sermaye amacıyla gerçekleştirilen risk ölçümlerinde bütünlüğün sağlanması amacıyla detaylı olarak operasyonel risk kayıp olayları konusunda geliştirdiği operasyonel risk kayıp olayları sınıflandırması aşağıdaki gibidir;

- Banka İçi Hile ve Dolandırıcılık Olayları
- Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık Olayları
- İstihdam Uygulamaları ve İşyeri Güvenliğiyle İlgili Kayıp Olayları
- Müşteriler, Ürünler ve İş Uygulamalarına İlişkin Kayıp Olayları
- Fiziki Varlıklara Verilen Zararlar ile İlgili Kayıp Olayları
- Faaliyetlerin Durması ve Sistem Hatalarına İlişkin Kayıp Olayları
- İşleme, Teslimat ve Süreç Yönetimine İlişkin Kayıp Olayları

İçsel operasyonel kayıp verisi, operasyonel risk ölçümü için en uygun bilgidir, fakat bu genellikle operasyonel risk modelleme amaçları için yeterli değildir. Daha spesifik bir şekilde, operasyonel riske maruz değeri ölçmek için gerçekleşen nadir kayıp olaylarının olasılığının doğru bir şekilde ölçülmesi gerekmektedir. Nadir olaylar sıklıkla gerçekleşmezler ve bu nedenle tek bir kurumun sağlıklı bir kayıp havuzunu geliştirmek için bu nadir gerçekleşen olaylardan yeterli sayıda yaşaması mümkün değildir. Bu nedenle sadece içsel veriyi temel alan bir kurumun kendi kayıp şiddet dağılımının kuyruğunun şeklini (the shape of the tail) tahmin etmesi son derece zordur. Bu ikileme firmanın çözümü iki seçeneklidir; firma uzman fikirleri ve senaryo analizini kullanarak kuyruğun şeklini (the shape of the tail) tahmin edebilir veya dışsal veriyi kullanabilir (Harmantzis, 2003).

Banka iç veri tabanı oluşturulurken, bankanın operasyonel risk tanımı, politika ve stratejileri açıkça belirtilmeli, elde edilebilecek mevcut veri kaynaklarının analizi doğru ve kapsamlı olarak yapılmalı, hangi amaçla veri tabanı oluşturulduğu ve buna bağlı olarak ihtiyaç duyulan veri detayı kapsamlı olarak ortaya konmalıdır. Operasyonel kayıp verisi toplamak için oluşturulan operasyonel kayıp veri tabanı; verinin güvenli ve sistematik bir şekilde analizine uygun bir yapı içerisinde saklanmasına imkan vermeli ve güncel verileri toplarken örgütsel iş süreçlerini desteklemelidir.

Bankalar, operasyonel risklerin ölçüm sürecinde temelde iç veri kullanmaktadır. İç veri, operasyonel risklerin ölçümünde kullanılan en uygun ve bankanın kendi içinden sağlanması nedeniyle en güvenilir kaynaktır. İç verilerin hesaplamalar için yeterli olmadığı koşullarda, dış veriler istatistiki yöntemlerle uygun hale getirilerek operasyonel risk veri tabanına dahil edilebilir. Çok iyi bir veri toplama sürecinde bile, risk yapısı kapsamlı bir şekilde anlaşılmasına olanak sağlayacak yeterli iç verinin sağlanamayacağı bazı faaliyet alanları mevcuttur. Bu durumda, dış verilerden yararlanmak gerekebilir.

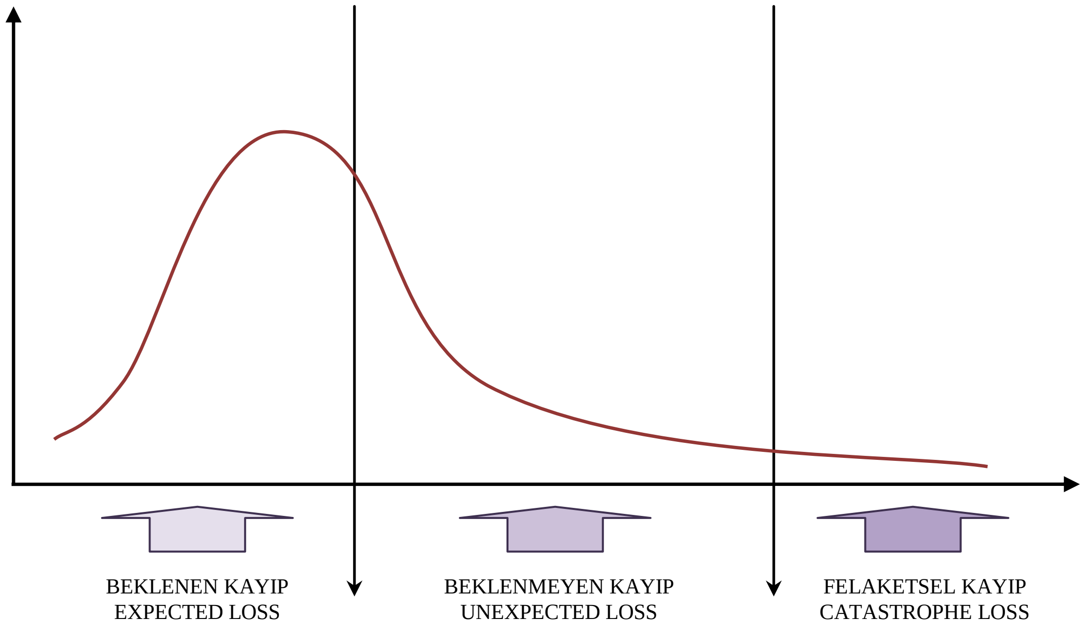
Basel Komitesi de, bankaların operasyonel risk ölçüm sistemlerinde, özellikle düşük sıklıkta gerçekleşen ve yüksek tutarda kayba neden olan operasyonel risklere için uygun dış veriyi kullanmalarını önermektedir.

1.3 Operasyonel Kayıp Türleri

Beklenen Kayıp (Expected Loss-EL): Beklenen kayıplar, bir bankanın belirli bir dönem içinde gerçekleşen toplam operasyonel zararlarının ortalaması olarak kabul edilmektedir.

Beklenmeyen Kayıp (Unexpected Loss- UL): Beklenmeyen kayıp, bankaların belirli bir dönem içinde gerçekleşen toplam zararlarının normal dağılıma uyduğu durumlarda, standart sapmasının bir çarpanı olarak ifade edilmektedir.

Felaketsel Kayıp (Catastrophic Loss- CL): Ortaya çıkma olasılığı düşük, ancak şiddeti çok yüksek olan olaylar bankanın felaketsel kayıpları olarak kabul edilmektedir.



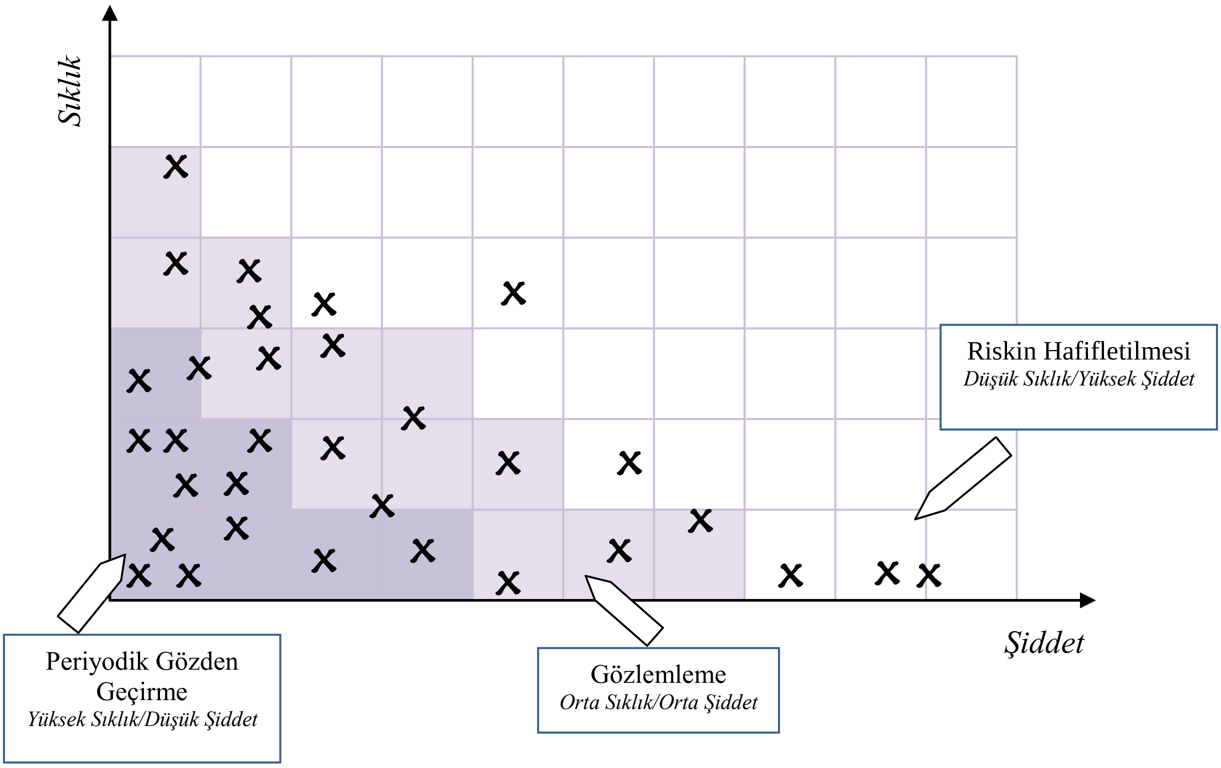
Şekil 1.4: Kayıp Dağılım Biçimleri

Basel, riske maruz sermayenin (CAR-Capital-at-Risk) beklenmeyen zararları içermesini, karşılıkların (provisions) ise beklenen zararı içermesini öngörmektedir. Sermaye hesaplaması ve sermaye standartlarının uluslararası yakınsamasını içeren Basel dokümanının gelişmiş ölçüm yaklaşımı detaylı şartlar bölümünde, E(L)'nin tespitinde yeterli veri olması durumunda CAR'ın yalnız U(L)'yi içereceği, diğer durumda E(L) ve U(L) toplamından oluşacağı bildirilmiştir (Chambers & Çifter, 2007).

Yönetim açısından belki de en önemli kısım riskin tanımı ile başlayan ve kontrol çalışma grubu tarafından riskin takibi, riskin değerlendirilmesi, riskin ölçümü, riskin izlenmesi ve son olarak riskin raporlanması ile devam eden operasyonel risk sürecidir.

Riskin tanımlanmasında risk haritası bir araç olarak kullanılır. Maruz kalınan birim riskin, risk tipi ve derecesi ile ilgili bilgi edinmek için bu süreç yürütülür. Temel olarak riskin derecesi sıklığı ve şiddeti açısından açıklanabilir. Bazı zaman birimleri için hasar olaylarının sayısı frekansı (sıklığı) iken hasarın parasal miktarı da şiddetidir. Risk haritasında frekans ve şiddet, nitel (yüksek, orta, düşük) ve nicel olarak ifade edilebilir.

Nicel risk haritalaması sonucu, her bir risk olay tipi ya da faaliyet kolu için, şiddete karşılık beklenen hasar sıklığının tipik çizimi olasılık-etki diyagramı gibidir. Genellikle risk haritası logaritmik ölçekte çizilir.



Şekil 1.5:Örnek Risk Haritası (Manic,2007,s.21)

Kontrol çalışma alanında, her belirlenen risk kontrol yaklaşımına için en uygunu tanımlanır. Burada önemli olan, riskin ne ölçüde ekstra maliyet olmadan başa çıkılabildiğini bilmektir. Periyodik gözden geçirme, gözlemleme, riskin hafifletilmesi ve sigorta bazı kontrol yaklaşımlarıdır.

Nedensellik modelleri; potansiyel operasyonel risklerin tahmini için geliştirilmiş matematiksel yaklaşımlardır. Bu yaklaşımlar; çok faktörlü modeller, Bayes ya da nedensellik ağları, bulanık mantık ve yapay sinir ağlarıdır. Bu modeller kayıpların çok değişkenli dağılımını elde etmek için dış veri tabanı içsel kayıp veri tabanı, anahtar risk göstergesi, anahtar risk sürücülerini kullanır. Amaç faktörleri ya da özellikle riskte en büyük etkiye sahip faktörün hangisi olduğunu anlamaktır. Model faktörlerin değişimini maruz kalınan riski tahmin etmelidir.

Sermaye modelleri; ekonomik sermaye ve düzenleyici sermaye gereksiniminin hesaplandığı modellerdir. Temelde, beklenmeyen kayıpları hesaplamayı gerektiren bir sermaye yükümlülüğü olarak tanımlanır.

1.4 Operasyonel Riskler İçin Sermaye Gereksinimi Hesaplanması

Operasyonel risklerin ölçülmesi ve buna bağlı olarak gerekli ekonomik/yasal sermaye ayrılması ve risklerin yönetimi sürecinde en önemli koşullardan birisi risklerin sayısallaştırılabilir olmasıdır. Operasyonel riskin sayısallaştırılabilen kısmının analizinde kullanılan yaklaşımlar üç grupta toplanmaktadır; "Yukarı Yönlü-Aşağı Yönlü Yaklaşımlar", "Kantitatif-Kalitatif Yaklaşımlar" ve "Düzenleyici Otoritelerin Önerdikleri Yaklaşımlar".

1.4.1 Düzenleyici Otoritelerin Önerdikleri Yaklaşımlar

Basel Komite, sermaye gereksinimi hesaplaması için dört farklı yaklaşım tanımlamaktadır.

1.4.1.1 Temel Gösterge Yaklaşımı

Temel gösterge yaklaşımı, operasyonel risk için ayrılması gereken sermaye miktarının sabit bir göstergenin belirli bir oran ölçüsünde hesaplanmasını gerektirir. Söz konusu sabit gösterge, Komite tarafından bankanın son üç yıla ait pozitif brüt gelirlerinin ortalaması olarak (BG) belirlenmiştir. Brüt gelir parametresi, net faiz geliri ve net faiz dışı gelirler toplamının son üç yıllık ortalaması olarak tanımlanır (Teker, 2006,s.42).

Bankalar ortalama brüt gelirini hesaplarken;

- Provizyonları (temerrüde düşmüş faiz geliri için ayrılan karşılıklar),
- Olağanüstü gelir/giderleri (sigorta gelirleri dahil),
- Menkul kıymet satışından doğan kar/zararları dahil etmemelidir (Teker, 2006, s.43).

Temel gösterge yaklaşımında sermaye gereksinimi pozitif yıllık brüt gelirin α katsayısı ile çarpılmasıyla hesaplanır. α katsayısı %15 olarak kabul edilmiştir. Yıllık brüt gelirin eksi veya sıfır olduğu yıllarla ilgili rakamlar hesaplamada dikkate alınmamaktadır. Bu yaklaşım, maruz kalınan operasyonel riskin büyüklüğünü gösteren bir değişkenin Komite tarafından belirlenen bir katsayı (α) ile çarpılmasına dayanmaktadır. Bu yaklaşımda, finansal değişken olarak brüt gelirin kullanılması ve alfa katsayısının ise %15 olarak uygulanması benimsenmiştir (Basel Committee on Banking Supervision, 2005, s. 141).

$$K_{BIA} = \left[\sum_{i=1}^{n} (GI_i \times \alpha) / n \right]$$

KBIA = Temel gösterge yaklaşımına göre bulundurulacak sermaye

GI = Son üç yılın yıllık pozitif brüt geliri

n = Son üç yıl içinde brüt gelirin pozitif olduğu yılların sayısı

α = Komitenin tespit ettiği oran (%15)

Temel gösterge yaklaşımında risk duyarlılığı son derece düşüktür. Temel gösterge olarak sadece brüt gelirin alınması çok eleştirilmiş ve yetersiz bulunmuştur. Bu yaklaşım daha çok küçük ve ulusal bankaların kullanımına uygun olup, Basel komitesi uluslararası alanda faaliyet gösteren ve önemli ölçüde riske maruz kalan büyük bankalar için bu yaklaşımı önermemektedir.

1.4.1.2 Standart Yaklaşım

Temel gösterge yaklaşımının daha karmaşık bir şekli olan standart yaklaşım, banka faaliyetlerini bir dizi standartlaştırılmış faaliyet birimlerine ve faaliyet kollarına ayırmakta, daha sonra bu alanlarda bankanın faaliyetinin büyüklüğü ve hacmini yansıtan genel bir gösterge kullanmaktadır.

Tablo 1.2: Standart Yaklaşıma Göre Sermaye Gereksinimi

Faaliyet Kolu	Gösterge	(β)	Sermaye Gereksinimi ($BG_n \times \beta$)
Kurumsal Finansman	BG_1	%18	$BG_1 \times 0{,}18$
Alım-Satım Faaliyetleri	BG_2	%18	$BG_2 \times 0{,}18$
Bireysel Bankacılık	BG_3	%12	$BG_3 \times 0{,}12$
Ticari Bankacılık	BG_4	%15	$BG_4 \times 0{,}15$
Ödeme ve Netleştirmeler	BG_5	%18	$BG_5 \times 0{,}18$
Aracılık Hizmetleri	BG_6	%15	$BG_6 \times 0{,}15$
Varlık Yönetimi	BG_7	%12	$BG_7 \times 0{,}12$
Bireysel Aracılık	BG_8	%12	$BG_8 \times 0{,}12$
Toplam Sermaye Gereksinimi (C_{sy})			$\sum (BG_i)(\beta_i)$

Kaynak: Dilek Leblebici Teker, “Bankalarda Operasyonel Risk Yönetimi”, 2006, s.44

Standartlaştırılmış yaklaşımın temel gösterge yaklaşımından farkı, dikkate alınan brüt gelirin 8 gelir grubuna göre değerlendirilmesi ve tek katsayı yerine (α) her bir gelir grubu için farklı katsayı (β) kullanılmasıdır.

1.4.1.3 Alternatif Standart Yaklaşım

Basel Komitesi standart yaklaşıma birkaç değişiklik getirerek alternatif standart yaklaşıma önerileri arasında yer vermiştir.

Tablo1.3: Alternatif Standart Yaklaşıma Göre Sermaye Gereksinimi

Faaliyet Kolu	Gösterge	(β)	
		1.Seçenek	2.Seçenek
Kurumsal Finansman	BG_1	%18	%18
Alım-Satım Faaliyetleri	BG_2	%18	%18
Bireysel Bankacılık	(T.Kredi*0,035)	%12	%15
Ticari Bankacılık	(T.Kredi*0,035)	%15	%15
Ödeme ve Netleştirmeler	BG_5	%18	%18
Aracılık Hizmetleri	BG_6	%15	%18
Varlık Yönetimi	BG_7	%12	%18
Bireysel Aracılık	BG_8	%12	%18

Kaynak: Dilek Leblebici Teker, "Bankalarda Operasyonel Risk Yönetimi",2006,s.47

Alternatif Standart Yaklaşımda bireysel bankacılık ve ticari bankacılık diğer faaliyet kollarından ayrı tutularak söz konusu gösterge her iki faaliyet kolu için toplam kredilerin %3,5'i olarak kabul edilmiştir. Faaliyet kolu bazında sermaye gereksinimi hesaplanması için 2 yöntem önerilmiştir. Birinci yöntem, standart yaklaşımda önerilen katsayıların kullanılarak hesaplamanın yapılmasıdır. İkinci yöntemde ise ticari bankacılık ve bireysel bankacılık için %15, diğer faaliyet kolları için %18 rakamları katsayı kabul edilmiştir.

Bireysel bankacılık faaliyet kolunda, bireysel krediler ile KOBİ'lere verilen krediler (1.000.000 Euro'nun altında verilen krediler ile bireysel kredi olma özelliğini taşıyan krediler); ticari bankacılık faaliyet kolunda ise kurumsal krediler, yabancı ülkelere verilen krediler, KOBİ'lere verilen krediler (1.000.000 Euro ve üzerinde verilen krediler) ile bankalara verilen krediler yer almaktadır (Basel Komite,2004).

1.4.1.4 Gelişmiş Ölçüm Yaklaşımları

Diğer yaklaşımlar bankalara sadece ayırmaları gereken sermaye miktarı konusunda bilgi verirken maruz kalmış oldukları riskin niteliği ve risk noktaları hakkında bilgi sağlamaz. Bu yaklaşım, temel gösterge yaklaşımı, standart yaklaşım ve alternatif standart yaklaşımdan farklı olarak daha karmaşık fakat riske duyarlı bir yöntemdir. Denetim otoritesi tarafından gelişmiş ölçüm yaklaşımları kullanılmasına izin verilen bankalar daha düşük sermaye ayırma imkanına sahip olacaklardır.

Gelişmiş ölçüm yaklaşımlarını uygulamak isteyen bankaların karşılaştıkları en önemli sorun yeterli nitelikte uygun veriye sahip olmamalarıdır. Bir bankanın gelişmiş ölçüm yaklaşımına göre operasyonel riskinin ölçülebilmesi için yeterli miktarda veriye sahip olması gerekmektedir. Banka yeterli miktardaki verileri sayesinde verilerinin hangi dağılıma yaklaştığını tahmin edebilmektedir.

Basel, gelişmiş ölçüm yaklaşımı uygulamasında iç ve dış verinin birlikte kullanmasını gerektiğini belirtmiş, ancak iç ve dış verinin nasıl birleştirileceği konusuna açıklık getirmemiştir. İç veri için asgari 5 yıllık veri tabanı gerekirken, ülke düzenleyici kuruluşları (regulatörleri) tarafından oluşturulacak dış veri için asgari 3 yıllık veri tabanı gerekmektedir.

Gelişmiş ölçüm yaklaşımında, dış verinin tüm örneklemi kapsamaması ya da dağılımın doğru olmaması (biased distributions) ve iç verinin kütle içerisinde örneklemi temsil etmesi sebebi ile iç ve dış verinin birleştirilmesi en zor alanı temsil etmektedir. İç ve dış verinin birleştirilmesinde diğer bir engel dış verinin kapsamı ile iç verinin kapsamı ve özellikleri arasındaki farklılıklardır (Chambers & Çifter, 2007).

Gelişmiş ölçüm yaklaşımındaki temel standartlar; risk hesaplamasının 56 kategoride yapılması, iç veri ve dış verinin birlikte kullanılması, senaryo analizlerine yer verilmesi, verilerin iç kontrol faktörlerini ve iş ortamını yansıtması olarak sıralanmıştır (BIS, 2004).

Gelişmiş ölçüm yaklaşımında bankalar kendi içsel hesap yöntemlerine göre niteliksel ve niceliksel kriterler belirlemektedir. Belirlenen bu kriterlerin denetim otoriteleri tarafından onaylanması gerekmektedir. Gelişmiş ölçüm yaklaşımlarından birini kullanacak olan bankaların, öncelikle iç kayıp veri tabanlarını oluşturmaları gerekmektedir. Bu iç veri tabanlarında bankanın maruz kaldığı operasyonel risklerin belirli bir zaman aralığı içinde (en az 3 yıl), ortaya çıkma nedenleri, sıklık ve şiddet bilgileri bulunmalıdır. Banka bu bilgiler doğrultusunda gelecekte meydana gelebilecek operasyonel kayıpların dağılımını tahmin edip, zarar tahminlerine ulaşarak operasyonel risk için sermaye gereksinimini hesaplayabilmektedir (Teker, 2006, s. 48).

Gelişmiş ölçüm yaklaşımlarından birini kullanmak isteyen bir banka, faaliyet gösterdiği ülkedeki bankacılıktan sorumlu otoriteye aşağıdaki minimum kriterleri sağladığını ispatlamakla yükümlüdür (Basel Committee on Banking Supervision, 2005, s. 146).

- Banka yönetim kurulu ve üst yönetim operasyonel risk kültürünü taşıdıkları ve aktif olarak operasyonel risk yapısında görev almaya hazır oldukları,
- Bankanın sağlam ve güvenilir operasyonel risk yönetim siteminin bulunduğu,
- Standart yaklaşımın öngördüğü faaliyet kollarında bilgi akışını sağlayacak yeterli kaynağın bulunduğu ve banka iç kontrol ve denetim mekanizmasının güvenilir bir biçimde çalıştığı.

Gelişmiş ölçüm yaklaşımını uygulayabilmek için, bankanın içsel ve dışsal verileri ile senaryo analizleri, banka çevresi ve içsel kontrol faktörleri ile beklenmeyen kayıplarını hesaplayabilmesi gerekmektedir (Teker, 2006, s.49).

Gelişmiş ölçüm yaklaşımı uygulamasında ayrılması gereken sermaye miktarı, bankanın beklenen ve beklenmeyen kayıplarının toplamı olarak hesaplanmaktadır. Ancak banka faaliyetlerinden sağladığı gelirlerle, karşılıklarla veya sigortalanma ile beklenen kayıplarının, kayıplarının tamamını veya bir kısmını karşılayabildiğini ispatlayabilirse, denetim otoritesi bankanın sadece karşılayamayacağı kayıplar için sermaye ayırmasına olanak vermektedir.

Operasyonel riskin ölçülmesinde banka içi verilerinin yetersiz olduğu ya da banka siteminde bulunmadığı durumlarda bankalar dışsal verileri kullanma eğiliminde olmaktadırlar. Kullanılacak dışsal veri, kamusal veriler ya da sektöre ait veriler olabilir. Operasyonel riskin ölçülmesinde dışsal verinin kullanılmasının amacı, bir bankanın kendi bünyesinde karşılayamadığı çeşitli olası zararları da bu hesaplamaya dahil ederek bir tahminde bulunmasının gerekliliğidir. Kullanılacak dışsal verinin, gerçekleşen dışsal verinin türünü, miktarsal kaybını, hangi faaliyet alanında ve risk grubunda gerçekleştiğini ve nedenlerini içermesi gerekmektedir. Banka operasyonel risk grubunun, dışsal veriyi ne zaman ve hangi koşullarda kullanacağına ilişkin sistematik bir süreç oluşturması ve dışsal verilerin ortaya çıkma olasılığı yüksek olaylar grubuna giren verileri senaryo analizine tabi tutarak elde etikleri verileri analiz etmeleri öngörülmektedir (Teker, 2006, s.50).

Bankacılık otoritesi tarafından gelişmiş ölçüm yaklaşımını kullanmak için onay alan bankalar, bu yaklaşım içinde yer alan; içsel ölçüm yaklaşımı, kayıp dağılımları yaklaşımı ve diğer gelişmiş ölçüm yaklaşımlarından birini kullanmakta özgürdür. Bankalar kendi içsel veri tabanına ve risklerini açıklamaya en uygun bulduğu yaklaşımı seçip uygulayabilirler. Operasyonel riskin içsel olarak ölçülmesinde bankalar tarafından sıklıkla kullanılan gelişmiş ölçüm yaklaşımları şu şekildedir:

- İçsel Ölçüm Yaklaşımı (Internal Measurement Approach)
- Kayıp Dağılımı Yaklaşımı (Loss Distrubition Approach)
- Kalitatif Yaklaşımlar (Skorkart Yaklaşımı - Scorecard Approach, Öz Değerlendirme Yaklaşımı – Self Assessment Approach)

1.4.1.4.1 İçsel Ölçüm Yaklaşımı

İçsel ölçüm yaklaşımı, sermaye yükümlülüğünün, beklenen operasyonel risk kayıpları üzerinden hesaplanmasını öngörmekte, bankanın maruz kaldığı operasyonel riskin miktarını ve dağılımın şeklini ortaya koyabilmektedir. Gelişmiş ölçüm yaklaşımları içinde en az kaynak gerektiren, uygulaması en kolay olan yaklaşımdır.

İçsel ölçüm yaklaşımı, bir bankanın operasyonel risk noktalarını belirlemesinde, risk unsurlarını tanımlayarak ne tür önlemler ile engellenebileceği konusunda bilgi vermektedir.

İçsel ölçüm yaklaşımının uygulanabilmesi için Basel Komite tarafından bankaların 8 faaliyet kolundan ve 7 risk alanından oluşan 56 hücrelik bir operasyonel risk matrisi oluşturmaları önerilmiştir.

Tablo 1.4: İçsel ölçüm yaklaşımında kullanılacak operasyonel risk matrisi

Risk Grupları / Faaliyet Kolları	Banka İçi Suistimal	Banka Dışı Suistimal	Çalışanların Uygulamaları ve İş Ortamı Güvenliği	Müşteri, Ürün ve İş Uygulamaları	Banka Mallarına Zarar	Sistemin Çökmesi	Ulaşım/ İletişim
Kurumsal Finansman							
Alım-Satım Faaliyetleri							
Bireysel Bankacılık							
Ticari Bankacılık							
Ödeme ve Netleştirmeler							
Aracılık Hizmetleri							
Varlık Yönetimi							
Bireysel Aracılık							

Kaynak: Dilek Leblebici Teker, "Bankalarda Operasyonel Risk Yönetimi",2006, s.54

Operasyonel risk matrisinin oluşturulmasının ardından, bu matrisin içinin doldurulabilmesi için gerekli olan verilerin toplanması gerekmektedir.

Operasyonel risk matrisindeki her bir faaliyet kolunun (i) maruz kaldığı operasyonel riskin büyüklüğünü temsil etmek üzere brüt gelir, gösterge (Exposure Indicator-$EL_{(i)}$) olarak kabul edilir. İçsel ölçüm yaklaşımında da standart yaklaşımda olduğu gibi her faaliyet kolu için hesaplanan brüt gelir, gösterge olarak kabul edilmektedir. Operasyonel risk matrisindeki her bir faaliyet kolu(i) /zarar türü(j) kombinasyonu için, bankanın içsel zarar verilerine dayalı olarak zararın gerçekleşme olasılığını (Probability of Loss Event- $PE_{(i,j)}$)temsil eden bir parametre ve olayın gerçekleşmesi durumunda maruz kalınabilecek zararı (Loss of Given Event- $LGE_{(i,j)}$)temsil eden ikinci parametre hesaplanır. Hesaplanan bu üç faktör çarpılarak her bir hücre için beklenen zarar (EL) hesaplanır (Frachot, Georges, & Rocalli, 2001).

$$E(L) = \left\lfloor EI_{(i,j)} \times PE_{(i,j)} \times LGE_{(i,j)} \right\rfloor$$

Formülde E(L); bankanın belirli bir dönem içinde beklenen operasyonel kaybı, EI; her faaliyet kolu/risk grubu için operasyonel riski temsil eden göstergeyi ifade etmektedir. Bu gösterge, Basel Komite tarafından bankanın son üç yıllık ortalama brüt geliri olarak önerilmiştir.

Basel Komite, bankaların beklenen kayıpları ile beklenmeyen kayıpları toplamı kadar sermaye ayırmalarını öngörmüştür. Beklenen kayıplardan (EL) yola çıkarak beklenmeyen kayıpların (UL) hesaplanabilmesi için, her bir faaliyet kolu/ zarar türü kombinasyonu için “Gamma Faktörü-γ” belirlenir. Gamma Faktörü-γ EL’nin riske veya sermaye tahsisine dönüşümünde kullanılabilen bir katsayıdır. Belirli bir güven aralığında, elde tutulan süre başına maksimum zarar miktarı olarak tanımlanmaktadır.

Gamma faktörünün her bankanın faaliyetlerine ve içsel verilerine göre birbirinden farklılık gösterebileceğini Pezier ve Alexander (2001) savunmuştur. Gama faktörünün hesaplanabilmesi için bankanın elindeki kayıp verilerin hangi dağılıma yaklaştığının tahmin edilmesi gerekir (Teker, 2006, s. 60).

Operasyonel zararın etki dağılımının tahmini, operasyonel riskin modellenmesinde önemli bir aşamadır. Elde edilen zarar verileri banka faaliyetlerinin sonucu ortaya çıkan banka içi gerçek zarar verileri olduğu gibi, simülasyon teknikleri sonucu elde edilen bir veri seti de olabilmektedir.

Beta dağılımı operasyonel risk yönetiminde genellikle değişim yönetimi ve proje riski sonucu oluşan kayıp verilerin modellenmesinde kullanılmaktadır.

Exponensiyel dağılımlar aynı türdeki operasyonel riskin ortaya çıkma sıklığı arasındaki zamanı açıklar. Exponensiyel dağılımdaki α parametresi, ortaya çıkan operasyonel riskin, ortaya çıktığı sıklığa göre sabit kayıp oranını ifade etmektedir. Bu dağılım genellikle ortaya çıkma sıklığı arasında uzun zaman olan operasyonel risklerin modellenmesine kullanılmaktadır. Örneğin, terör saldırıları gibi ortaya çıkma zaman aralığı uzun olan dışsal faktörler bu dağılım ile modellenebilir (Lewis, 2004).

Banka içi suistimal sıklığı düşük ancak etkisi büyük olan operasyonel risk türüdür ve Poisson dağılımı ile modellenmesi uygun olmaktadır.

Genellikle kabul edilen, kayıp verilerin varyansının, ortalamadan düşük olması durumunda Binom dağılımının; veriler varyansının ortalamaya eşit olduğu durumlarda Poisson dağılımının ve varyansın ortalamadan yüksek olduğu durumlarda negatif Binom dağılımının seçilmesinin uygun olacağıdır (Lewis, 2004).

1.4.1.4.2 Kayıp Dağılım Yaklaşımı

Kayıp dağılım yaklaşım (LDA), beklenen ve beklenmeyen kayıplara ilişkin tahminlere ulaşabilmek için, bankanın operasyonel kayıplarının sıklık ve şiddet tahminleri aracılığıyla modellenmesidir. Doğrudan kayıp dağılımını modelleme ile karşılaştırıldığında riskin iki risk kaynağına bölmenin avantajı, kayıpların etkisini ve nedenlerini daha iyi anlaşılacak şekilde vermesidir (Jorion, 2001, s. 454). Bu yaklaşım temel veri olarak kayıp miktarını esas almaktadır. Bunun nedeni; kayıp tutarının en objektif risk göstergesi olması ve her bir bankanın kendine özgü risk profilini yansıtmasıdır.

Bu yaklaşım çerçevesinde tarihi verilere dayanarak her faaliyet kolu ve risk türü açısından operasyonel riskler aracılığıyla zararın gerçekleşmesi ve miktarına ilişkin olasılık dağılımları tahmin edilmektedir.

Kayıp dağılım yaklaşımını kullanarak operasyonel risklerini modellemek isteyen bankalar aşağıdaki aşamaları uygulamalıdır (Teker, 2006, s. 85):

- Modelleme kullanılacak içsel ve dışsal verilerin toplanması,
- Tüm faaliyet kollarının maruz kalabileceği risk türlerinin belirlenerek, her risk türünün ayrı ayrı sıklık ve şiddet düzeylerinin tanımlanması,
- Monte Carlo Simülasyonu ve benzer yöntemler uygulayarak sıklık ve şiddet dağılımlarının birleştirilmesi ve toplam kayıplarının tahmin edilmesi,
- Elde edilen sonuçlara dayanılarak gerekli sermayenin hesaplanması.

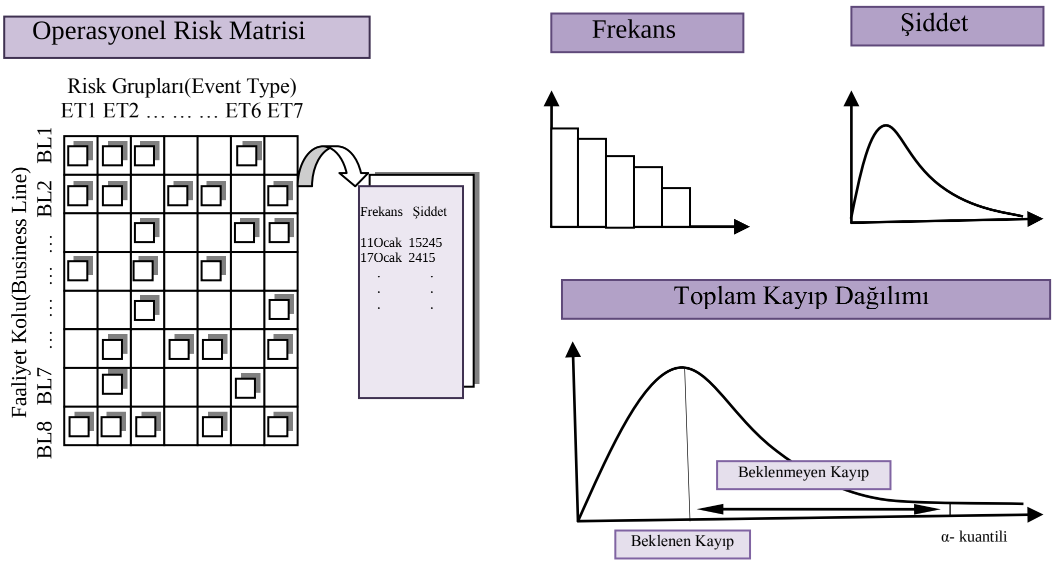
Basel Komitesi, Gelişmiş Ölçüm Yaklaşımları ile sermaye yükümlülüğünün hesaplanmasında kullanılacak verilere ilişkin olarak 8 adet faaliyet kolu ile 7 adet risk türü tanımlamıştır. Bu şekilde bankalar 7x8 boyutunda bir matrisin her bir hücresi için operasyonel risk ölçümü ve sermaye tahsisi gerçekleştirmektedir.

Tablo 1.5: Kayıp Dağılım Yaklaşımına Göre Operasyonel Risk Matrisi

Risk Grupları / Faaliyet Kolları	Banka İçi Suistimal	Banka Dışı Suistimal	Çalışanların Uygulamaları ve İş Ortamı Güvenliği	Müşteri, Ürün ve İş Uygulamaları	Banka Mallarına Zarar	Sistemin Çökmesi	İşlemler, Teslim ve Süreç Yönetimi
Kurumsal Finansman	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$
Alım-Satım Faaliyetleri	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$
Bireysel Bankacılık	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$
Ticari Bankacılık	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$
Ödeme ve Netleştirmeler	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$
Aracılık Hizmetleri	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$
Varlık Yönetimi	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$
Bireysel Aracılık	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$	$OpVar_{(i,j)}$

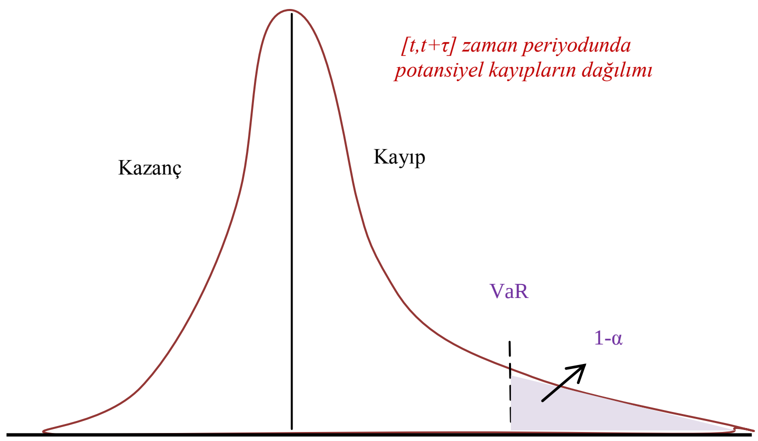
Kayıp dağılımı yaklaşımında, belirli bir zaman aralığında toplanan verilere dayanarak operasyonel risk matrisindeki her faaliyet kolu ve risk türü bazında operasyonel riskler sonucu oluşacak zararın gerçekleşme sıklığı ve şiddetine ilişkin olasılık dağılımları tahmin edilmektedir. Bu yöntemin içsel ölçüm yaklaşımlarından en önemli farkı, beklenmeyen kayıpların beklenen kayıpların direkt bir fonksiyonu olarak hesaplanmaması ve farklı boyutlarda beklenmeyen kayıp ihtimalinin göz önünde bulundurulmasıdır.

Banka iç kayıp verilerini kullanarak, her bir risk türünün gelecek bir yıl içerisinde meydana gelme sıklığını ve riskin doğması halinde şiddetini ölçüp operasyonel risk matrisindeki her faaliyet kolu/risk grubu hücresi için ayrı ayrı operasyonel riske maruz değer (OpVar) hesaplanmaktadır. Operasyonel riskler için gerekli olan sermaye tutarı bu dağılımdan elde edilecek operasyonel riske maruz değerlerin (OpVaR) basit toplamlarının alınması ya da korelasyonun riskleri azaltıcı etkisini dikkate alan diğer toplama yöntemlerinin kullanılması ile belirlenmektedir.



Şekil 1.6: Kayıp Dağılımı Yaklaşımı

Operasyonel VaR, sıklık ve şiddet modellerinin kombinasyonu ile elde edilmektedir. Riske Maruz Değer (VAR), en genel anlamıyla belirli bir süre içerisinde ve belirli bir güven aralığında maruz kalınabilecek maksimum kayıp tutarını gösteren bir rakamdır.



Şekil 1.7: Belirli Bir Zaman Periyodu İçerisindeki Kayıp Dağılımı (Frachot, Georges, & Rocalli, Loss Distribution Approach for Operational Risk, 2001)

Dağılımlarda kullanılacak güven aralığı seviyesi gerekli sermayenin belirlenmesinde etkili olmaktadır. Güven aralığı ne kadar yüksek belirlenirse, beklenmeyen kayıp tutarlarına karşılık gerekli olacak sermaye tutarı da o kadar artacaktır. Operasyonel risk için güven aralığı seviyesinin Basel II' ye göre %99,9 olarak kullanılması ve bir yıllık bir zaman aralığını yansıtması uygun görülmektedir.

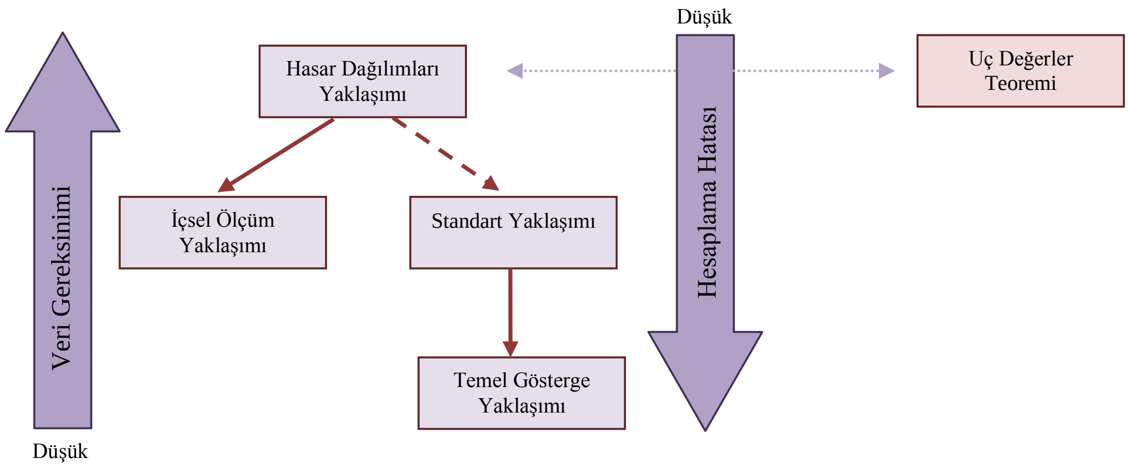
Bu yaklaşım için Basel Komitesi'nin tavsiyelerini şu şekilde sıralayabiliriz;

- Zarar dağılım yaklaşımı altında bankalar, faaliyet kolu zarar türü matrisindeki her bir hücre veya hücre gruplarının gelecek dönemlerdeki (örneğin 1yıl gibi) olası operasyonel risk kayıp dağılımını hesaplamalıdır.
- Sermaye gereksinimi, zarar dağılımının yüksek bir yüzdelik dilimindeki tutarına (%99,9 gibi) dayanmalıdır.
- Kullanılan zarar dağılımı, operasyonel risk kayıp olayının sıklığı ve frekansına ilişkin varsayımlara dayalı olarak üretilmiş olmalıdır.
- Zarar dağılımı özellikle, operasyonel risk kayıp olaylarının sıklığına ve her bir olayın büyüklüğüne ilişkin dağılımların şeklinin hesaplanmasını içermelidir.
- Bu hesaplamalara, spesifik dağılım varsayımları empoze edilmeli (örneğin kayıp olaylarının sıklık dağılımı için Poisson dağılımı, şiddet dağılımı için lognormal dağılımın kullanılması gibi) veya Boot-strapping ve Monte Carlo Simülasyonu gibi teknikler kullanılarak dağılımlar deneysel olarak türetilmelidir.
- Toplam sermaye yükümlülüğü, her bir faaliyet kolu/kayıp türü kombinasyonu için hesaplanan operasyonel risk rakamlarının basit toplamı ya da korelasyonun riskleri azaltıcı etkisini dikkate alan diğer toplama yöntemleri kullanılarak hesaplanmalıdır.

1.4.1.4.3 Skor-Kart Yaklaşımı

Skor-kart yaklaşımı bankanın geneli veya her bir faaliyet kolu için kabul görmüş bir yöntemle hesaplanan toplam operasyonel risk sermayesini hareket noktası kabul eden ve sermayeyi her bir operasyonel risk ünitesine dağıtarak ortaya çıkacak operasyonel risk gelişmeleri ve sermaye ihtiyaçlarını üniteler bazında skor kartlara dayanarak takip etmeye dayanan bir sistemdir (Çağıl, 2006, s. 114) .

Skor-Kart Yaklaşımı, çeşitli faaliyet kollarında risk profilini ve risk kontrol çevresinin önemini belirlemeye çalışmaktadır. Bu yaklaşım, sermaye hesaplamaları için ileriye dönük bir bakış açısı getirmeyi hedeflemektedir. Bu şekilde gelecekteki operasyonel risk zararlarının sıklığı ve şiddetini azaltacak risk kontrol çevresindeki gelişmeler yansıtılmaktadır. Puan kartı gerçek risk ölçümlerine dayalı olabilir. Fakat daha çok faaliyet birimleri/faaliyet kollarındaki belirli risk türlerini temsil eden göstergeleri tanımlamaktadır (BIS, 2001e, s. 34-35).



Şekil 1.8: Yaklaşımların Veri Gereksinimine Göre Karşılaştırılması (Mirzai, 2001).

1.4.2 Diğer Gelişmiş Modeller

Bankalar tarafından kullanılan risk sermayesi ayırma yöntemleri kalitatif- kantitatif, ve yukarıdan aşağıya- aşağıdan yukarıya olmak üzere iki boyutlu incelenir.

Tablo 1.6: Operasyonel Risk Ölçüm Yaklaşımları

Yaklaşımlar	Kantitatif	Kalitatif
Yukarı Yönlü (Bottom Up)	Güvenilirlik Teorisi Simülasyon Modeli Senaryo Analizi	Karar Ağacı Analizi Senaryo Analizi (Subjetif Yaklaşım) Süreç Riski Analizi Uzmana Danışma/Görüşme
Aşağı Yönlü (Top Down)	Maliyet/Kar Odaklı Yaklaşım Ekonomik Fiyatlama Modelleri Tesadüfi Dağılımlar Uç Değer Teorisi	Anahtar Performans Göstergesi Anahtar Kontrol Göstergesi Anahtar Risk Göstergesi Fayda Değer Analizi

Kaynak: (Boyacıoğlu, 2002)

Aşağıdan Yukarıya Modellerle Yukarıdan Aşağıya Modellerin Karşılaştırılması: Yukarıdan aşağı yaklaşımlar farklı risk olaylarını toplar ve yüksek sıklıkta düşük etkili ve düşük sıklıkta yüksek etkili operasyonel risk olayları arasında fark gözetmez. Yukarıdan aşağı yaklaşım modelinde, operasyonel risk, dış piyasa ve kredi risk faktörleri tarafından açıklanmış gelir veya maliyet gibi hedef değişkene ait varyans olarak hesaplanır (Allen, Boudoukh, & Saunders, 2004, s. 162)

Yukarıdan aşağı yaklaşımın birincil avantajı basitliği ve düşük veri gereksinimidir. Tüm basitliğine ve eksikliğine rağmen, yukarıdan aşağı operasyonel ölçüm teknikleri, firmanın genel ekonomik sermaye seviyesini belirlemek için uygun olabilir. Ama yukarıdan aşağı teknikler firmanın hassas olduğu bir konudaki operasyonel riskleri azaltacak prosedürlerin oluşturulması için yeterli değildir. Yukarıdan aşağı yöntemler aynı zamanda geriye dönüktür risk anındaki zaman içinde operasyonel risk dağılımını etkileye bilecek değişikliklere ayak uyduramaz (Allen, Boudoukh, & Saunders, 2004, s. 163).

Yukarıdan aşağı yaklaşımda önce bir hedef değişken seçilir. Bu genellikle gelir veya giderler olarak belirlenir. Daha sonra hedef değişkeni etkileyen dışsal risk (piyasa ve kredi riski gibi) faktörleri modellenir. Bu modelde hedef değişken (gelirler veya giderler) bağımlı değişkendir, piyasa ve kredi riskleri ise bağımsız değişkenlerdir. Operasyonel risk daha sonra piyasa ve kredi riski tarafından açıklanamayan hedef değişken değerindeki varyans olarak hesaplanır (Allen, Boudoukh, & Saunders, 2004, s. 164).

Aşağıdan yukarıya modeller, operasyonel riski bankanın veya firmanın iş kolları perspektifinden analiz eder. Yani, her bir süreç, gelecek senaryoların olma olasılıklarının ortaya konulmasında kullanılan risk faktörleriyle ve kayıp olaylarının kombinasyonlarıyla analiz edilir (Teker, 2006).

Sıklığı yüksek şiddeti düşük risk olayları (HFLS) ile sıklığı düşük şiddeti büyük risk olayları (LFHS) ayırt edilmiştir. Aşağıdan yukarıya modeller, iç denetimden iş kollarının başındaki orta düzey yöneticilere ve operasyonel süreçlere kadar firma içindeki birçok birime fayda sağlar. Ayrıca ileriye dönük olmaları da bu tür yaklaşımların sağladığı bir avantajdır. Aşağıda yukarıya modellerin birincil dezavantajı karmaşıklıkları ve veriye olan ihtiyaçlarıdır. Çok kapsamlı bir veri tabanına ihtiyaç duymaktadır. Ayrıca banka operasyonel risklerinin kabaca toplanması sonucu aşağıdan yukarıya modeller iş hattı ve süreçler arasındaki bağımsızlığı kısmen kaybettirebilir. Bu şekilde korelasyonları ihmal etmek hatalı sonuçlara neden olabilir, çünkü birçok operasyonel risk faktörünün sistematik bileşeni vardır (Allen, Boudoukh, & Saunders, 2004, s. 165).

Kalitatif ve kantitatif yaklaşım karşılaştırması: Kalitatif yaklaşımlar, risk durumunun sistematik veya sistematik olmayan şekilde yansıtılmasını sağlayan sübjektif deneyimlere bağlı değer tahminlerine dayanmaktadır. Bu yaklaşımlar anahtar göstergelerin belirlenmesi veya sistematik hale getirilmesiyle şekillenmektedir.

Riskin olası sonucuna ilişkin bir uyarı sinyali olarak görev yapan “Anahtar Risk Göstergeleri” nin tespit edilmesiyle operasyonel riskin nedenlerinin ortaya çıkarılmasına çalışılır. Nedenler ortaya çıkarılarak operasyonel riske maruz kalma olasılığı tahmin edilir (Teker, 2006). Kantitatif yaklaşımların uygulanmasında ise riskin ortaya çıkma olasılığının hesaplanması ile yakından ilgili olarak yapılan modellemeler çok yönlü kullanıma açık olmakla birlikte yüksek maliyetlidirler. Bu yaklaşımda veri yetersizliği de olumsuz bir unsur olarak ortaya çıkmaktadır.

Kar odaklı yaklaşım: Gelir tabanlı modeller, geçmiş gelir volatilitesinden piyasa ve kredi riskini ortaya çıkarır, artık volatilite ise operasyonel riskin ölçümü olarak ortaya çıkar.

Maliyet odaklı yaklaşım: Operasyonel riski, geçmiş masraflardaki dalgalanmaya göre ölçmektedir. Beklenmeyen operasyonel kayıplar, düzeltilmiş masrafların volatilitesi olarak hesaplanır. Masraf tabanlı modelin birincil dezavantajı, itibari risk, fırsat maliyeti veya gelirleri azaltan riskler gibi maliyet içermeyen operasyonel risk olaylarını ihmal etmesidir.

Ekonomik fiyatlama modeli: Ekonomik fiyatlama modelinde finansal varlıkları fiyatlama modeli (CAPM) operasyonel riskin ölçümü için risk ve getiri arasındaki sabit ilişki bulunmaya çalışılır. Modelin çok sayıda varsayımı içermesi ve büyük ölçüde piyasaya bağımlı olması nedeniyle eleştirilmektedir.

Tesadüfi dağılımlar: Operasyonel risk olayları ile ilgili yeterli veri mevcutsa, doğrudan dağılım oluşturularak sermaye gereksinimi için gerekli hesaplamalar yapılabilir. Ampirik zarar dağılımını çizmek için operasyonel kayıplara ait hem içsel hem de dışsal veriler bir histogram üzerine işlenir. Sektör çaplı dışsal veriler hem LFHS hem HFLS verileri içerdiği için önemlidir. Bu modele göre geçmişe ait operasyonel kayıp dağılımları, gelecekteki kayıp dağılımları için iyi bir göstergedir (Allen, Boudoukh, & Saunders, 2004, s. 176).

Uç değerler teorisi: Bazı portföyler bazen, bir portföyünü ya da kurumun önemli parçalarının bile ödeyebilme kabiliyetini tehlikeye atan büyük hasarları içeren bir eğilim gösterebilirler. Depremler, kasırgalar ve benzeri gibi büyük kazalar dışında büyük hasarların meydana geldiği durumlar vardır (Beirlant, Geogebeur, Teugels, & Segers, 2004, s. 25).

Uç değerler (Eksterme Value-EV) teorisi diğer istatistiksel tekniklerin aksine, merkezdeki çoğunluk verilerini önemsemememekte ve sadece dağılımın uçlarında yer alan değerlerin daha iyi tahmin edilmesi ile ilgilenmektedir. Düşük sıklıkta yüksek şiddette meydana gelen olayların zararlarını temsilinde en sık kullanılan dağılım Genel Pareto Dağılımıdır(GPD).

Burada farklı α şekil parametreleri için standart EV ile yazılan aşağıda üç farklı alt modelleri listelenmiştir (Reiss & Thomas, 2007, s. 15):

Gumbel (EV_0)	$G_0(x) = exp(-e^{-x})$	tüm x'ler için;
Frechet (EV_1)	$G_{1,\alpha}(x) = exp(-x^{-\alpha})$	x>0 için;
Weibull (EV_2)	$G_{2,\alpha}(x) = exp\big(-(-x^{-\alpha})\big)$	$x \leq 0$.

Örneğin bir bankanın operasyonel kayıplarından yüksek sıklıkta düşük şiddette olanlarının normal dağılıma, düşük sıklıkta yüksek şiddette olanlarının GPD'ye uyduğu varsayılarak kayıp dağılımı çizilebilir. Ama burada hangi noktalardan sonra operasyonel zararların düşük sıklıkta yüksek etkili operasyonel zararlar olduğuna karar vermek gerekir. Bunu için Var (Value at Risk) yöntemi kullanılır. VaR, normal piyasa şartlarında, belli bir güven seviyesinde, belli bir zaman aralığında beklenen zararların en kötüsünün ölçümüdür de diyebiliriz.

1.4.3 Sigortalama İle Operasyonel Risk İçin Sermaye Gereksinimi Miktarının Azaltılması

Bankalar genellikle sıklığı düşük ancak ortaya çıktığı zaman etkisi büyük olan operasyonel zararlarını sigortalatma eğilimindedir. Sadece felaketsel kayıplardan korunmak için değil, bankaların sermaye tasarrufu sağlamak için kullandığı bir yöntem olmuştur. Basel Komite, bankaların operasyonel riskleri için sigorta kullanımları ile ilgili düzenlemeler yapmıştır. Basel II uygulamalarına göre, bankalar, operasyonel riskleri için gerekli sermaye miktarını hesaplarken temel gösterge, standart yaklaşım ve alternatif yaklaşım uygulamaları durumunda, sigorta ürünlerinin sermaye tasarrufundan yararlanamayacaklardır. Gelişmiş ölçüm yaklaşımı içinde yer alan içsel ölçüm yaklaşımı veya zarar yaklaşımlarından herhangi birini uyguladıklarında sigortanın sermaye azaltıcı etkisinden yararlanabileceklerdir. Ancak gelişmiş yaklaşımlardan birini kullanan bankalar, maruz kalabilecekleri zararları sigortaladıkları miktarın belirli bir yüzdesini ekonomik sermaye miktarından düşebilecektir.

Bankanın risklerini tanımlayıp ölçerek, gerçekleten ihtiyacı olan sigorta türüne yatırım yapması stratejik bir karardır.

İKİNCİ BÖLÜM

2. HASAR MODELLERİ

Belli bir zaman aralığında kaç adet hasarın gerçekleşeceği ve bu hasarların büyüklüklerinin ne olacağının tahmin edilmesi süreci oldukça önemlidir. Belli bir zaman aralığında gerçekleşen hasarların sayısı N olmak üzere hasar sıklığının fonksiyonu:

$$p_k = P(N = k), \text{ k=0,1,2,….}$$

N'in kesikli bir rasgele değişken olmasından dolayı aktüeryada hasar sıklığının dağılımı için genel olarak hayat dışı sigortalarda Poisson dağılımı, Binom dağılımı, Negatif Binom dağılımları kullanılırken hayat sigortaları için Bernoulli dağılımı kullanılmaktadır (Yardibi, 2009).

Toplam hasar dağılımının modellenmesi sürecinde birbirinden bağımsız olarak modellenmesi gereken diğer süreç, hasar olayına ilişkin büyüklük modelinin oluşturulması sürecidir. Büyüklük modeli birbirinden bağımsız ve aynı dağılıma sahip (iid) olan ve meydana gelme sıklığından bağımsız dağılma özelliği gösteren hasar risklerinin büyüklüklerinin sistematik bir şeklide ifade edilmesi olarak tanımlanabilir (Yardibi, 2009) ve risk modelleri bu süreçler kullanılarak oluşturulur. Bu bölümde öncelikle aktüeryal risk modellerinin tanımlarını inceleyeceğiz.

2.1 Bireysel Risk Modellemesi (Individual Risk Model-IRM)

n risk içeren bir portföyün $X_1, X_2, \dots, X_n$ bağımsız ve aynı dağılıma sahip (iid) toplam yıllık kayıplardan oluştuğu ve X in tek bir poliçeden geldiği düşünülen modellere bireysel risk modelleri denir ve tüm portföy için toplam yıllık kayıplar S ile gösterilir.

$$S = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$$

S in momenti:

S'in beklenen değeri X_i' lerin beklenen değerlerinin basit toplamıdır (Cunningham, Herzog, & London, 2005, s. 534).

$$E[S] = \sum_{i=1}^{n} E[X_i]$$

Eğer X_i'lerin hepsi aynı dağılıma sahip ise $E[X_i]$ nin genel gösterimi $E[X]$ kullanılabilir.

$$E[S] = nE[X]$$

S'in varyansı X_i'lerin varyanslarının basit toplamıdır (Cunningham, Herzog, & London, 2005, s. 534).

$$Var(S) = \sum_{i=1}^{n} Var(X_i)$$

Eğer X_i'lerin hepsi aynı dağılıma sahip ise $Var(X_i)$ nin genel gösterimi $Var(X)$ kullanılabilir.

$$Var(S) = nVar(X)$$

Bir başka değişle S in momenti $M_S(t)$ moment türeten fonksiyonundan bulunabilir (Cunningham, Herzog, & London, 2005, s. 42).

$$M_S(t) = M_{X_1}(t) M_{X_2}(t) \cdots M_{X_n}(t)$$

Eğer X_i aynı dağılıma sahip iseler moment türeten fonksiyonlarının genel tanımı $M_X(t)$ olarak tanımlandığında;

$$M_S(t) = [M_X(t)]^n$$

Eğer n≥50 ise;

$$Pr(S \le F) = Pr\left(\frac{S - E[S]}{\sqrt{var(S)}} \le \frac{F - E[S]}{\sqrt{var(S)}}\right) \approx \Phi\left(\frac{F - E[S]}{\sqrt{var(S)}}\right) = \Phi\left(\frac{F - nE[X]}{\sqrt{nvar(X)}}\right)$$

Burada Φ(x) standart normal dağılımın kümülatif dağılım fonksiyonudur (Gauger, 2006, s. 10).

S in yaklaşık 100(1-α) nıncı yüzdesi;

$$E[S] + z_\alpha \sqrt{var(S)} = nE[X] + z_\alpha \sqrt{var(X)}$$

Burada $\alpha = Pr(N(0,1) > z_\alpha) = 1 - \Phi(z_\alpha)$

2.2 Kolektif Risk Modellemesi (Collective Risk Model-CRM)

Bireysel risk modellemesinde toplam yıllık hasarlar bireysel poliçelere odaklanırken, kolektif risk modellemesinde portföyü içeren bireysel poliçelerden ziyade bir bütün olarak ele alınmaktadır. Kolektif risk modellemesinde kayıpları oluşturan bireysel poliçeler göz ardı edilir. Portföy riski ile üretilmiş N sayıda rassal kayıp olduğu varsayılır.

$$S = X_1 + X_2 + \cdots + X_N$$

S belirli bir zaman aralığında portföy tarafından meydana gelen toplam hasarı, X_N her bir hasar miktarını ve N belirli bir zamanda bir portföydeki poliçelerin meydana getirdiği toplam hasar sayısını göstermektedir.

X_i rassal değişkenleri kendi aralarında bağımsız ve hepsi aynı dağılıma sahiptir. Dahası her bir X_i'nin N rassal değişkeninden de bağımsız olduğunu varsayımıyla olasılık teorisinde S e bir bileşik dağılıma sahiptir denir. N in dağılımı birincil dağılım, genel X_i dağılımı ikincil dağılım olarak adlandırılır (Cunningham, Herzog, & London, 2005, s. 534).

(N'nin bir sayma dağılımına sahip) S'in dağılım fonksiyonu;

$$\begin{aligned} F_S(x) &= Pr(S \leq x) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n Pr(S \leq x | N = n) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n F_X^{*n}(x) \end{aligned}$$

Burada $F_X(x) = Pr(X \leq x)$, X_js'in genel dağılım fonksiyonudur ve $p_n = Pr(N = n)$. $F_X^{*n}(x)$, X'in kümülatif dağılım fonksiyonunun n-kat konvülasyonudur (Klugman, Panjer, & Willmot, 2004, s. 140).

$$F_X^{*0} = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

Ve

$$F_X^{*k}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F_X^{*(k-1)}(x-y)dF_X(y) \qquad ,k = 1,2,\cdots$$

Eğer X,sıfırdan büyük olasılık ile bir sürekli rassal değişken ise;

$$F_X^{*k}(x) = \int_0^x F_X^{*(k-1)}(x-y) f_X(y)dy \qquad ,k = 2,3,\cdots$$

k=1 için eşitlik $F_X^{*1} = F_X(x)$ olur (Klugman, Panjer, & Willmot, 2004, s. 141).
Olasılık dağılım fonksiyonu;

$$f_X^{*k}(x) = \int_0^x f_X^{*(k-1)}(x-y) f_X(y)dy \qquad ,k = 2,3,\cdots$$

S in Momentleri

S koşullu rassal değişkeninin N terimlerinin toplamının her birinin beklenen değeri E[X] ve varyansı Var(X) olması koşuluyla;

$$E[S|N] = N \cdot E[X]$$
$$Var(S|N) = N \cdot Var(X)$$

E[X_i] ve Var(X_i) yerine sırasıyla, E[X] ve Var(X) kullandık çünkü tüm X_i lerin aynı dağılıma sahip olduğunu varsayılıyor (Cunningham, Herzog, & London, 2005, s. 46).
Çift beklenen değer teoremi ile;

$$\begin{aligned} E[S] &= E_N\left[E[S|N]\right] \\ &= E_N\left[N \cdot E[X]\right] \\ &= E[N] \cdot E[X] \end{aligned}$$

E[X], N rassal değişkeni ile ilişkili bir sabittir. Aynı şekilde çift beklenen değer teoremi ile S in varyansı (Cunningham, Herzog, & London, 2005, s. 46);

$$\begin{aligned} Var(S) &= E_N\left[Var(S|N)\right] + Var_N\left(E[S|N]\right) \\ &= E_N\left[N \cdot Var(X)\right] + Var_N\left(N \cdot E[X]\right) \\ &= E[N] \cdot Var(X) + Var(N) \cdot \left(E[X]\right)^2 \end{aligned}$$

E[X] ve Var(X) in her ikisi de rassal değişken N ile ilişkili birer sabittir.

N birincil dağılım ve X ikincil dağılımdan oluşan S in moment çıkaran fonksiyonu;

$$M_S(t) = E\left[e^{St}\right] = E_N\left[E\left[e^{St} \middle| N\right]\right]$$

Ama $E\left[e^{St} \middle| N\right]$, S in moment çıkaran fonksiyonu burada verilen terimler toplamı N dir. Koşullu moment çıkaran fonksiyon;

$$M_S(t)\big|N = E\left[e^{St} \middle| N\right] = \left[M_X(t)\right]^N$$

$$E\left[e^{St} \middle| N\right] = e^{\ln\left[M_X(t)\right]^N} = e^{N \cdot \ln M_X(t)}$$

r= $\ln M_X(t)$ dersek,

$$M_S(t) = E_N\left[E\left[e^{St} \middle| N\right]\right] = E_N\left[e^{Nr}\right] = M_N(r)$$

S in moment çıkaran fonksiyonu birincil dağılım N in moment çıkaran fonksiyonuna eşittir (Cunningham, Herzog, & London, 2005, s. 47).

$$M_S(t) = M_N\left[\ln M_X(t)\right]$$

Örneğin $M_N(t) = e^{\lambda\left(e^t - 1\right)}$ ile verilen moment çıkaran fonksiyonu ile Poisson dağılımına sahip N verilen eşitlikte yerine konulursa;

$$M_S(t) = M_N\left[\ln M_X(t)\right] = e^{\lambda\left[M_X(t) - 1\right]}$$

Yukarıdaki formül elde edilir.

2.2.1 Bileşik Poisson Dağılımı

Daha önce de bahsedildiği gibi kollektif risk modeli $S = X_1 + X_2 + \cdots + X_N$ toplamı olarak tanımlanır. Burada N bir Poisson dağılımı ise S bileşik Poisson dağılımıdır denir.

$$E[S] = \lambda \cdot E[X]$$

Burada $E[N] = \lambda$ dır. Poisson dağılımının özelliğinden $Var(N) = \lambda$ ve varyansı;

$$Var(S) = \lambda \cdot Var(X) + \lambda \cdot (E[X])^2$$
$$= \lambda \left[Var(X) + (E[X])^2 \right]$$
$$= \lambda \cdot E\left[X^2\right]$$

$Var(X) = E\left[X^2\right] - (E[X])^2$ Olduğundan yukarıdaki eşitlik elde edilir (Cunningham, Herzog, & London, 2005, s. 48).

$S = Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_N$ toplamında, çeşitli Y_i'lerin negatif olmayan, bağımsız ve aynı dağılıma sahip olduğu varsayılsın. Tüm varsayımlarda bireysel kayıp miktarı Y_i'ler λ ortalaması ile Poisson olduğu farz edilen hasar frekansı N den bağımsızdır (Gauger, Hopkins, Michael, & Wilson, s. 110).

i. $E[S] = \lambda \cdot E[Y]$

ii. $var(S) = \lambda \cdot E[Y^2]$

iii. $f_S(s) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} f_Y^{*k}(s)$

iv. $M_S(t) = e^{\lambda(M_Y(t)-1)}$ ve $P_S(t) = e^{\lambda(P_Y(t)-1)}$

v. Y rassal değişkeni sürekli ise $Pr(S=0) = e^{-\lambda}$, kesikli ise $Pr(S=0) = e^{\lambda(Pr(Y=0)-1)}$

vi. $S_i = Y_{i,1} + Y_{i,2} + \cdots + Y_{i,N_i}$,($i = 1, \cdots, k$) bileşik toplam modelinde N_i ler λ_i parametresi ile Poisson dağılan ve tüm $Y_{i,j}$ lerin Y_i gibi dağıldığı varsayılsın. Bu bileşik Poisson modellerinin bağımsız olduğu varsayılsın. Buradan $S = S_1 + \cdots + S_k$, frekans modeli $\lambda = \lambda_1 + \cdots + \lambda_k$ parametresine sahip ve şiddet modeli, şiddet modellerinin bileşenlerinin ağırlıklı ortalaması olan bir bileşik Poisson modelidir.

$$f_Y(y) = \frac{\lambda_1}{\lambda} f_{Y_1(y) + \cdots +} \frac{\lambda_k}{\lambda} f_{Y_k(y)}$$

2.3 Kayıp Dağılım Yaklaşımı (LDA)

Kayıp Dağılım Yaklaşımında yer alan aktüeryal risk değişkenleri bir zararın karşılanmasını gerekli kılan olayların gerçekleşme olasılığı, olayın gerçekleşme zamanı ve ödemenin(veya kaybın) tutarından oluşmaktadır. Aktüeryal modellerde ödeme yapılmasına neden olan olayın ortaya çıkma olasılığı ödeme sıklığı ile ödeme tutarının büyüklüğü ayrı süreçte incelenir. Her iki süreçte kullanılan modeller toplam kayıp modeli altında bir araya getirilmekte ve toplam kayıp dağılımına ulaşılmaktadır. Toplam kayıp dağılımı tanımlanmış bir sigorta sözleşmesi grubu için belli bir süre içerisinde risklerin gerçekleşmesi nedeniyle ortaya çıkabilecek tüm ödemeleri göstermektedir (Mazıbaş, 2006).

Toplam kayıp dağılımı yaygın olarak aktüeryal pratikte hem sigorta şirketinin riski sınıflandırma ve sigorta sınıfı için fiyatlandırma sürecinde hem de fonlandırma sürecinde kullanılır. Heckman-Meyers Metodu, Panjer Metodu, Hızlı Fourier Dönüşümü(FFT) ve Stokastik Simülasyon toplam kayıp dağılımlarını hesaplamak için geliştirilmiş bazı yaklaşımlardır. Tüm bu metotlar temelde kayıp sıklığı dağılımı ve kayıp şiddeti dağılımının var olması varsayımına dayanır.

Kayıp Dağılımlar Yaklaşımı kapsamında risklerin ölçümü, kayıpların sıklık ve şiddet olmak üzere iki bağımsız süreçte incelenmektedir. Toplanan kayıp verilerine hangi sıklık ve şiddet dağılımlarının uygun olacağının belirlenebilmesi için verilere ilişkin birtakım özelliklerin görsel ve sayısal olarak incelenmesi, veri setine belirli istatistiksel testlerin uygulanması gerekmektedir.

Ancak bazen pratikte sıklık ve şiddet ayrı ayrı oluşmaz ve sadece toplam bilgilendirme analizi için var olabilirler. Bu durumda toplam kayıp dağılımının biçimi ile ilgili varsayım özellikle dağılımın kuyruk kısmında çok önemli hale gelir (Papush, Patrik, & Podgaits, 2001).

Toplam kayıp dağılımının modellenmesi üç aşamada ele alınır:

1. Kayıp sıklığının modellenmesi
2. Kayıp büyüklüğünün modellenmesi
3. Toplam kayıp dağılımının modellenmesi

Kaybın (hasarın) hangi sıklıkla gerçekleşeceğini ve gelecekte ne şekilde bir eğilim göstereceğinin belirlenmesi amacı ile risklerin gerçekleşme sıklığını ortaya koyan sıklık modeli oluşturulmaktadır. Sıklık modeli; kaybın meydana gelme sıklığına ilişkin davranışı belirleyerek, gelecekte kayıp olaylarının hangi sıklıkla gerçekleşebileceğine ilişkin tahminleri yapabilmemize olanak sağlamaktadır. Genellikle kesikli bir stokastik süreç olarak tanımlanan sıklık modelindeki temel varsayım, kaybın ortaya çıkma sıklığı değişkeninin rasgele bir değişken olduğu ve kayıp olayına ait büyüklük sürecinden bağımsız olduğu varsayımıdır.

Verilerden kayıp dağılımlarını elde etmek kolay bir görev değildir. Veri dosyaları detayları içerecek şekilde tutulmalıdır. Ancak her zaman olayların tipi, şiddeti, sıklığı ve diğer detayları açık bir şekilde var olmayabilir. Verilerin niteliğine büyüklüğüne göre farklı yaklaşımlar kullanılabilir. Kayıp dağılımını türetmek için üç temel yaklaşım vardır. Bunlar; deneysel(ampirik), analitik ve moment temellidir.

Ampirik dağılım fonksiyonu: Geniş veri setleri var olduğu zaman kullanılabilir. Ancak bu gibi durumlarda kümülatif dağılım fonksiyonunun(cdf) yeterince doğru ve düzgün tahmini yapılabilir. Kayıp dağılımının doğal bir tahmini gözlenen (ampirik) hasar büyüklük dağılımıdır. Ancak, eğer gözlem periyodu boyunca parasal değer değiştirilirse, düzeltilmiş enflasyon verisi kullanılmalıdır. Örneklem gözlemleri için $\{x_1, \ldots, x_n\}$, ampirik dağılım fonksiyonu (empirical distribution function-edf) (Cizek, Hardle, & Weron, 2005, s. 298);

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \neq \{i : x_i \leq x\}$$

Operasyonel risk olayları ile ilgili yeterli veri mevcut ise doğrudan dağılım oluşturularak sermaye gereksinimi için gerekli hesaplamalar yapılabilir. Doğrudan ampirik dağılımlar oluşturulabilir. Ampirik kayıp dağılımını çizmek için operasyonel kayıplara ait hem içsel hem de dışsal veriler bir histogram üzerine işlenir. Sektör çaplı dışsal veriler düşük sıklıkta yüksek şiddette hem de yüksek sıklıkla düşük şiddette verileri içerdiği için önemlidir. Bu modele göre geçmişe ait operasyonel kayıp dağılımları, gelecekteki kayıp dağılımları için iyi bir göstergedir. Veriler arasındaki boşluklar Monte Carlo simülasyonu kullanılarak doldurulabilir. Ampirik kayıp dağılımları modeli, dağılımı belli bir spesifik dağılıma uydurmayı gerektirmez. Böylece özel dağılım varsayımlarından doğacak olan potansiyel hatalar da engellenmiş olur (Teker, 2006, s. 91).

Eğer elde ampirik dağılımı oluşturmaya yetecek kadar veri yok ise analitik yöntem kullanılır.

Analitik Metot: Genellikle bir kayıp dağılımı için bir doğru analitik ifade bulmak arzu edilir. Özellikle eğer, hasar istatistikleri çok seyrek (aralıklı) ise ampirik yaklaşım kullanılır. Ancak bu istatistik birçok standart modelde- Gauss dağılımı gibi- hasar büyüklük dağılımı için uygun değildir. Bunun ana nedeni kayıp dağılımlarının doğasının güçlü çarpık oluşudur

(Cizek, Hardle, & Weron, 2005, s. 292). Uygulamada düşünülebilecek hasar büyüklüğü dağılımları; Lognormal, Pareto, Burr, Weibull ve Gamma dağılımı tipik aday dağılımlardır.

2.3.1 Şiddet Dağılımları

Sürekli rassal değişkenler ve özellikle rassal finansal kayıp miktarın ve ya olası ödemeler altında düzenlenen finansal ödemelerin modellenmesinde bu dağılımları kullanırız. Operasyonel risk kayıplarının şiddet dağılımı çoğunlukla pozitif çarpıklık ve yüksek basıklık gösterir. X rassal değişkenine uygun bir dağımı düşünürken ağır kuyruklu olanları finansal verilerin özelliğinden dolayı göz önüne alabiliriz. İçsel veri kayıplarının büyüklüklerini küçük, orta ve büyük olarak sınıflar isek, şiddet dağılımının gövdesini küçük ve orta büyüklükte olanlar yani sıklığı yüksek şiddeti düşük olan kayıplar oluşturur. Sıklığı düşük şiddeti yüksek olan kayıplar da şiddet dağılımının kuyruk bölgesini oluşturur.

Genel kabul görmüş, hasar şiddetini modellemede yaygın olarak kullanılan bazı dağılımlar aşağıda verilmiştir.

2.3.1.1 Normal Dağılım

Normal dağılım, aynı zamanda Gauss tipi dağılım olarak isimlendirilen birçok alanda pratik uygulaması olan çok önemli bir sürekli olasılık dağılım ailesinden biridir. Bu dağılım fonksiyonu simetriktir ve genellikle çan şeklinde tanımlanır. Fonksiyonun iki parametresi ortalaması μ ve standart sapması σ ve yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır (Cox & Cox, 2006, s. 67).

$$\phi(x;\mu,\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left((x-\mu)/\sigma\right)^2} \qquad -\infty < x < \infty$$

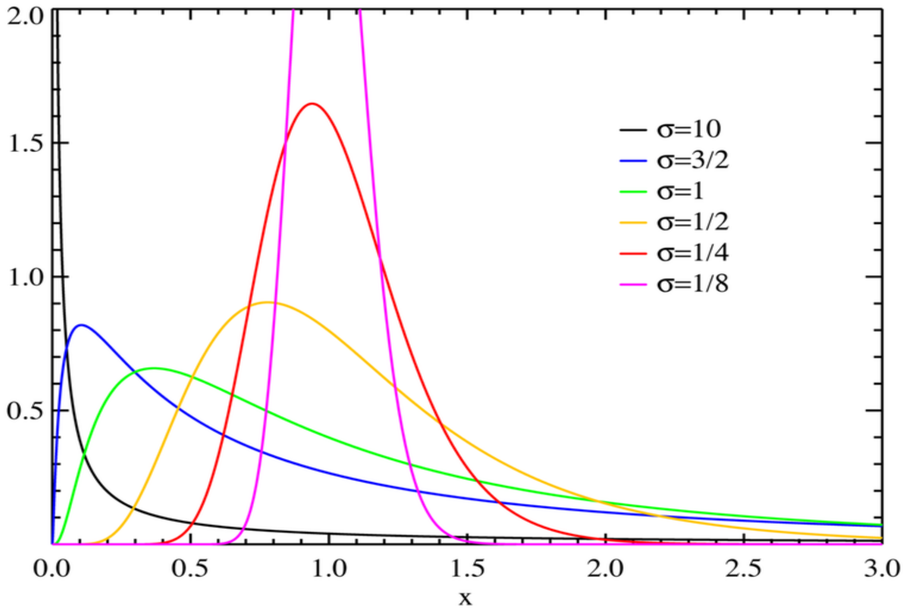
2.3.1.2 Lognormal Dağılım

Eğer X ortalaması μ ve standart sapması σ ile normal dağılıma sahip bir rassal değişken olarak tanımlanmış ise $Y = e^x$ i parametreleri μ ve σ olan bir Lognormal dağılım takip eder. Eğer sürekli birleştirilmiş varlık getirisi bir normal dağılım tarafından modellenmiş ise lognormal dağılımdan bir finansal varlığın modellenmesinde yararlanılabilir. Lognormal dağılımın yoğunluk fonksiyonu;

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}, \qquad x>0$$

Burada ölçek parametresi σ>0 ve yer parametresi $-\infty < \mu < \infty$ dur (Gauger, 2006, s. 50).

Bir lognormal dağılımda toplam kümelenme pozitif gerçel doğru üzerine yoğunlaşmıştır. Dağılım sağa çarpık ve ağır kuyrukludur.



Grafik 2.1: Lognormal Dağılım Olasılık Yoğunluk Fonksiyona Örnek Grafik (http://en.wikipedia.org/wiki/Lognormal)

Y nin dağılımı lognormal olarak isimlendirilmiş ancak özellikle ekonometrik verilere uygulandığında Cobb-Douglas yasası olarak adlandırılır.

Lognormal dağılımın kümülatif dağılım fonksiyonu (cdf) (Gauger, 2006, s. 50);

$$F(x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right), \qquad x>0$$

Φ ortalaması 0 ve varyansı 1 olan standart normal dağılımdır. k. ham momenti m_k;

$$m_k = E\left[e^{kx}\right] = M_X(k) = e^{\left(\mu k + \frac{\sigma^2 k^2}{2}\right)}$$

Eğer X lognormal dağılan bir değişken ise beklenen değeri ve varyansı;

$$E[X] = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}}$$

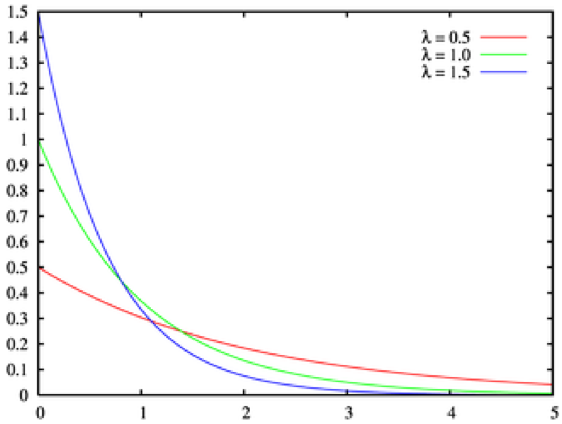
$$Var(X) = \left(e^{\sigma^2} - 1\right)e^{2\mu + \sigma^2}$$

2.3.1.3 Üstel Dağılım

Tanım bölgesi $\{x > 0\}$ biçiminde verilen X sürekli raslantı değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu, parametresi λ (λ>0) olan,

$$f(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-x/\lambda} \quad , x > 0$$
$$= 0 \quad , x \leq 0$$

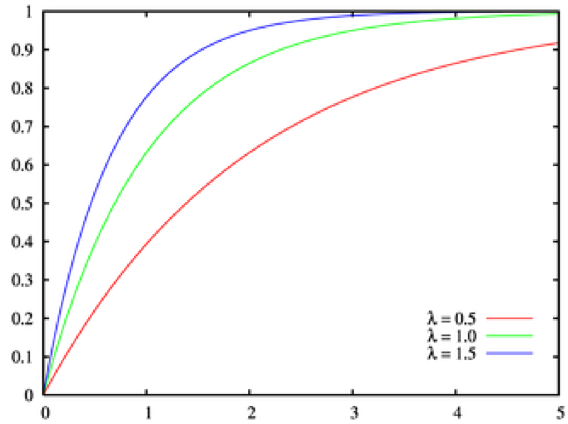
fonksiyonu ise X üstel dağılıma sahiptir denir (İnal & Günay, 1993, s. 178).



Grafik 2.2:Üstel Dağılım Olasılık Yoğunluk Fonksiyonuna Örnek Grafik (http://tr.wikipedia.org)

Kümülatif dağılım fonksiyonu;

$$F(x) = 1 - e^{-x/\lambda} \quad , \quad x > 0$$
$$= 0 \quad , \quad x \leq 0$$
$$= 1 \quad , \quad x \to +\infty$$



Grafik 2.3:Üstel Dağılım Kümülatif Dağılım Fonksiyonuna Örnek Grafik (http://tr.wikipedia.org)

X raslantı değişkeninin beklenen değeri ve varyansı (İnal & Günay, 1993, s. 179);

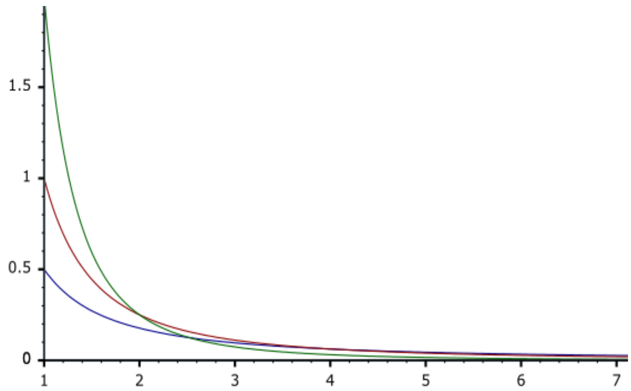
$M_x(t)=\int_0^{\infty} e^{tx}\frac{1}{\lambda}e^{-x/\lambda}dx$ Buradan, Moment Türeten Fonksiyonu $M_x(t)=(1-\lambda t)^{-1}$ ve $E[x]=\lambda$, $V(x)=\lambda^2$ elde edilir.

Üstel dağılım, özellikle kuyruk teorisinde çok önemli bir yere sahiptir.

2.3.1.4 Pareto Dağılımı

Şiddet dağılımını modellemek için kullanışlı olan üçüncü en temel dağılım Pareto dağılımıdır. α ve θ parametreleri ile iki parametreli pareto dağılımı hasar modellemede sıklıkla kullanılır. Örneğin, yangın sonucu konut hasarlarının modellenmesinde kullanılabilir. Pareto dağılımının bir ayırt edici özeliği üstel dağılıma kıyasla çok yüksek miktarlarda kayıp daha yüksek olasılık sağlar. Üstel dağılımdan daha ağır kuyrukludur. Buna rağmen Pareto dağılımı bir dizi rassal değişken dönüşümleri yoluyla üstel dağılımdan kendisi üretilebilir.
X rassal değişkeni iki parametreli pareto dağılıyor ise olasılık yoğunluk fonksiyonu (Gauger, 2006, s. 48);

$$f(x)=\frac{\alpha\theta^{\alpha}}{(\theta+x)^{\alpha+1}} \quad ,x>0 \quad ,\alpha>0 \quad ,\theta>0$$



Grafik 2.4: Pareto Dağılımı Olasılık Yoğunluk Fonksiyonuna Örnek (http://tr.wikipedia.org)

Kümülatif yoğunluk fonksiyonu ise;

$$F(x) = 1 - \left(\frac{\theta}{\theta + x}\right)^{\alpha}, \text{ x>0}$$

olarak tanımlanır. Açıkça görüldüğü gibi, şekil parametresi α ve ölçek parametresi θ pozitiftir. Pareto dağılımının k. dereceden momenti (Cizek, Hardle, & Weron, 2005, s. 296);

$$m_k = \theta^k k! \frac{\Gamma(\alpha - k)}{\Gamma(\alpha)}$$ Momenti sadece k<α için vardır.

Formülde $\Gamma(\alpha) \overset{def}{=} \int_0^{\infty} y^{\alpha-1} e^{-y} dy$ standart gama fonksiyonudur. Ortalama ve varyansı (Cizek, Hardle, & Weron, 2005, s. 296);

$$E[x] = \frac{\theta}{\alpha - 1}, \quad \alpha>1$$

$$V(x) = \frac{\alpha\theta^2}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}, \quad \alpha>2 \text{ için var olabilir.}$$

Pareto dağılımı oldukça kalın (ya da ağır) kuyruğa sahiptir.

Pareto dağılımının moment türeten fonksiyonu yoktur çünkü her pozitif t için $E[e^{tX}] = \infty$ olur. E[X] ve Var(X) küçük α değerlerinde yoktur bu da bu tip dağılımların özellikle küçük α değerleri için nasıl ağır kuyruklu olduğunun belirtileridir. Bunun tüm sebebi moment türeten fonksiyonun olmamasıdır (Gauger, 2006, s. 83).

Aynı beklenen değer için üstel dağılım ile Pareto dağılımının kuyruklarını kıyaslayabiliriz. X ve Y rassal değişkenlerinin göreli kuyruk ağırlıkları, bunların yoğunluk fonksiyonlarının oranının limiti değerlendirilerek daha detaylı analiz edilebilir.

$$L = \lim_{x \to \infty} \frac{f_X(x)}{f_Y(x)}$$

Eğer limit sonsuz ise X in Y den daha ağır kuyruklu olduğunu söyleriz ve böylece çok yüksek kayıpların göreli büyük olasılıklarla ile hasar dağılımları modellemeye daha uygun olur. Eğer limit 0 ise Y nin ağır kuyruğa sahip olduğu sonucuna varabiliriz. Eğer limit pozitif ama sonlu ise kuyruğu orantılı olarak düşünebiliriz (Gauger, 2006, s. 85).

Momentler metodu tahmin edicileri (Cizek, Hardle, & Weron, 2005, s. 296);

$$\hat{\alpha} = 2\frac{\hat{m}_2 - \hat{m}_1^2}{\hat{m}_2 - 2\hat{m}_1^2}, \qquad \hat{\lambda} = \frac{\hat{m}_1\hat{m}_2}{\hat{m}_2 - 2\hat{m}_1^2}$$

Örneklemin k. ham momenti $\hat{m}_k$ dır. Tahmin edicilerin tanımlı olabilmesi için $\hat{m}_2 - 2\hat{m}_1^2 > 0$ olmalıdır. Maalesef, burada maksimum olabilirlik tahmin edicileri için yaklaşık matematiksel ifade kalıpları yoktur ve sadece sayısal olarak hesaplanabilir.

Genelleştirilmiş Pareto dağılımı ise Pareto dağılımının üç parametreli şeklidir. Konum parametresi μ, ölçek parametresi σ ve şekil parametresi ξ ile (Rachev, Menn, & Fabozzi, 2005, s. 44);

$$F(x) = 1 - \left(1 + \frac{\xi x}{\sigma}\right)^{-1/\xi} \quad , x > 0 \quad ,1 + \frac{\xi x}{\sigma} > 0$$

Pareto yasaları sigortacılıkta hasar büyüklüğünün modellenmesinde oldukça kalın kuyruklu olması beklenen durumlarda çok kullanılır. Ana dezavantajı bazı durumlarda matematiksel hesaplanabilirliğinin eksik olmasında yatar.

2.3.1.5 Burr Dağılımı

Uygulamada hasar büyüklüğü dağılımının modellenmesinde Pareto dağılımı çok sık önerilmektedir. Ancak bazen, Pareto yasalarından daha çok esnekliği büyük olan ağır kuyruklu dağılımlar bulmaya ihtiyaç vardır. Böylesine esneklik Burr dağılımı tarafından sağlanır ve şekil parametresi $\tau>0$ dır. Eğer, Pareto dağılımına sahip ise $X = Y^{1/\tau}$ dağılımı bilindiği gibi Burr dağılımıdır. Burr dağılımı olasılık yoğunluk fonksiyonu ve kümülatif yoğunluk fonksiyonu (Cizek, Hardle, & Weron, 2005, s. 298);

$$f(x) = \tau\alpha\lambda^{\alpha}\frac{x^{\tau-1}}{\left(\lambda + x^{\tau}\right)^{\alpha+1}}\ ,\ x>0$$

$$F(x) = 1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda + x^{\tau}}\right)^{\alpha}\ ,\ x>0$$

k. ham momenti (Cizek, Hardle, & Weron, 2005, s. 298);

$$m_k = \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\lambda^{k/\tau}\Gamma\left(1+\frac{k}{\tau}\right)\Gamma\left(\alpha-\frac{k}{\tau}\right)\ ,\ k<\tau\alpha$$

Doğal olarak kapalı formda Laplance dönüşümü mevcut değildir ve dağılımı moment türeten fonksiyona sahip değildir. Maksimum olabilirlik ve momentler yöntemi hesaplamaları için Burr dağılımı yalnızca sayısal olarak değerlendirilebilir. Bir Burr değişkeni ters dönüşüm metodu kullanılarak genelleştirilebilir. Olasılık yoğunluk fonksiyonunun tersinin basit analitik formu (Cizek, Hardle, & Weron, 2005, s. 298);

$$F^{-1}(x) = \left[\lambda\left\{(1-x)^{-1/\alpha} - 1\right\}\right]^{1/\tau}$$

Böylece $X = \left\{\lambda\left(U^{-1/\alpha} - 1\right)\right\}^{1/\tau}$ setini elde edebiliriz. Burada U birim aralığında uniform dağılır. Teorik olarak ortalaması vardır ama sağ kuyruk çok ağırdır. Örneklem ortalaması genel olarak büyük ölçüde E(x) den daha küçük olacaktır.

2.3.1.6 Weibull Dağılımı

Weibull dağılımı bir üstel dağılımın dönüştürülmesi ile elde edilen bir dağılımdır. Olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f(x) = \frac{\alpha x^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}} \quad , \text{x>0}$$

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}} \quad , \text{x>0}$$

α ve β iki pozitif gerçel parametrelerdir (Rachev, Menn, & Fabozzi, 2005, s. 34).

Weibull dağılımı şekil parametresi $\alpha \approx 3{,}6$ için yaklaşık olarak simetriktir. α, daha küçük olduğu zaman dağılım sağa çarpık, büyük olduğu zaman dağılım sola çarpıktır. k. ham momenti (Cizek, Hardle, & Weron, 2005, s. 299);

$$m_k = \beta^{-k/\alpha}\Gamma\left(1 + \frac{k}{\alpha}\right)$$

Burr dağılımı gibi maksimum olabilirlik ve momentler metodu hesaplamaları sadece sayısal olarak değerlendirilebilir. Benzer olarak, Weibull değişkenleri ters dönüşüm metodu kullanılarak genelleştirilebilir.

- α>1 Hafif kuyruklu (light tail)
- α<1 Ağır kuyruklu (heavy tail)
- α=1 parametresi ile Weibull dağılımı β parametresi ile üstel dağılıma indirgenmiş olur (Rachev, Menn, & Fabozzi, 2005, s. 35).

2.3.1.7 Gamma Dağılımı

Gamma, sürekli dağılımlardan 2 parametreli ve (0,∞) aralığında tanımlı bir dağılımdır. İki pozitif değişken parametresi α, θ ile tanımlı olasılık yoğunluk fonksiyonu (Gauger, 2006, s. 43);

$$f(x) = \frac{1}{\theta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\theta} \quad , 0<x<\infty$$

Gamma dağılımı α=1 olduğu zaman üstel dağılıma dönüşür.

Gamma fonksiyonu;

$$\Gamma(\alpha)=\int_{0}^{\infty} x^{\alpha-1}e^{-x}dx$$

$$\Gamma(1)=\int_{0}^{\infty} e^{-x}dx=1$$

Kolaylıkla integrasyonu kullanarak aralarındaki tekrarlı ilişkiyi gösterebiliriz.

$$\Gamma(\alpha)=(\alpha-1)\Gamma(\alpha-1)$$

$\Gamma(n)=(n-1)!$, n herhangi bir pozitif tamsayısı içindir (Gauger, 2006, s. 44).

Gamma olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip X raslantı değişkeninin kümülatif dağılım fonksiyonu (İnal & Günay, 1993, s. 183);

$$F(x)=1-P(X>x)=1-\int_{x}^{\infty}\frac{1}{(\alpha-1)!\theta^{\alpha}}t^{\alpha-1}e^{-t/\theta}$$

Gamma olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip X raslantı değişkeninin moment çıkaran fonksiyonu (Gauger, 2006, s. 45);

$$M_X(t)=\int e^{tx}\frac{1}{\theta^{\alpha}\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}e^{-x/\theta}dx=(1-\theta t)^{-\alpha} \;,\; t<\theta^{-1} \text{ için}$$

Momentleri (Gauger, 2006, s. 45);

$$E\left[X^n\right]=\theta^n\alpha(\alpha+1)\cdots(\alpha+n-1)\Rightarrow \quad E[X]=\alpha\theta \quad ,V(X)=\alpha\theta^2$$

Eğer $\lambda=2$ ve $\alpha=\frac{v}{2}$ ile ν serbestlik derecesine sahip ki-kare (χ^2) dağılımıdır (Rachev, Menn, & Fabozzi, 2005, s. 37).

Gamma yasaları modelleme için bir numaralı dağılımlardandır çünkü kolay hesaplanabilir matematiksel özelliklere sahiptir. Ancak sigortacılıkta hasar büyüklüğünü modellemek için nadiren kullanılır.

2.3.1.8 Genelleştirilmiş Ekstrem Değerler Dağılımı

Frechet, Gumbel ve Weibull tarafından tanımlanmış üç önemli ekstrem değer dağılımından türetilmiş kullanışlı bir temsili Genelleştirilmiş Ekstrem Değerler(GEV) dağılımıdır.

Ekstrem değerler dağılımı (Gumbel Tipi) dışında uygun bir şekilde standartlaştırılmış örneklem maksimasının limitli dağılımı söz konusu olduğunda iki farklı dağılım tipi meydana çıkabilir. Bunlar; Frechet tipi ve Weibull tipi ekstrem değerler dağılımlarıdır. Üç parametreliler ailesinden genelleştirilmiş ekstrem değerler dağılımının kümülatif yoğunluk fonksiyonu (Rachev, Menn, & Fabozzi, 2005, s. 44):

$$F(x) = e^{-\left(1+\xi\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{-1/\xi}} \quad , 1+\xi\frac{x-\mu}{\sigma} > 0$$

ξ ve μ gerçel ve σ pozitif gerçel parametrelerdir. ξ şekil parametresi olarak adlandırılır ve dağılımın kuyruk davranışını belirler. $\alpha = 1/\xi$ ise kuyruk indeksi olarak adlandırılır.

$\xi>0$ ise Frechet Tipi Ekstrem Değerler Dağılımı
$\xi<0$ ise Weibull Tipi Ekstrem Değerler Dağılımı

Kalın kuyruklu dağılımların modellenmesi oldukça zordur ve dikkat gerektirir. Kalın kuyruklu dağılımlar için sermaye gereksinimi düşük hesaplanabilir. Copulalalar kullanılarak veriler bağımlı yapıda modellendiğinde sermaye gereksinimindeki değişikliği (Gourier, Farkas, & Abbate, Fall 2009) çalışmasında göstermiştir.

Tablo 2. 1: Dağılımların Kuyruk Kalınlığının karşılaştırılması

Weibull $\alpha>1$	Üstel	Pearson	Weibull $\alpha<1$	Lognormal	Pareto

Kuyruk kalınlığı artar

Kaynak: Operasyonel Risk Çalışma Grubu, Bankacılık Dergisi, Sayı 58,2006

Kalın kuyruklu dağılımların finansal uygulamaları; riske maruz değer (value at risk) hesaplamaları, kredi risk yönetimi, günlük risk yönetimi, sermaye tahsisi ve portföy yönetimidir.

Kalın kuyruklu dağılımlar normal dağılıma göre sapmalarının olasılığı daha fazla olan değişkenlerin dağılımını ifade etmektedir. Normal dağılımlar ortalama etrafında yoğunlaştıklarından seyrek olan olayların olasılığını ihmal ederler. Genel anlamda kalın kuyruklu dağılım, karşılaştırıldığı dağılama göre kuyruklarında daha fazla olasılığa sahip olan dağılımdır. Kalın kuyruklu olmasının tanımı genellikle dördüncü merkezi momentine bağlıdır.

X rassal değişkeninin ortalaması μ ve standart sapması σ olmak üzere;

$$\kappa = \frac{E\left[(X-\mu)^4\right]}{\sigma^4} > 3$$

oluyorsa X rassal değişkeni kalın kuyruklu olarak adlandırılır. Ancak bu tanım iki değişkenin dördüncü momenti mevcut ise uygulanabilir. Eğer iki değişkenin dördüncü momentleri sonsuz ise kıyaslama momentlere göre yapılamaz.

2.3.2 Sıklık Dağılımları

Şiddet dağılımı için uygun olabilecek dağılım belirlendikten sora ikinci aşama olan sıklık dağılımı için de bir dağılım seçilmesi gerekir. Sıklık dağılımı için yaygın olarak kullanılan kesikli dağılımlar; Poisson, Binom ve Negatif Binom gibi dağılımlardır.

2.3.2.1 Binom Dağılımı

Aynı koşullar altında bir denemenin n kez yinelendiğini ve her yinelemede bağımsız iki olaydan birinin ortaya çıktığını durumlarda bu olaylardan birinin olma olasılığı p ise diğerininki 1-p olur. X raslantı değişkeninin olasılık fonksiyonu;

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \quad \text{, x=0,1,2,… için}$$

Binom dağılımıdır denir (Rachev, Menn, & Fabozzi, 2005, s. 16).

Kayıp dağılımları yaklaşımı için sıklık modelinde kullanılacak Binom dağılımında, x değeri bir yılda meydana gelen kayıp olay sayısını ifade eder. Binom dağılımının dezavantajı kullanılabilmesi için n değerinin bilinmesi veya öngörülmesi gerektiğidir. Çünkü p parametresinin tahmin edicisi x/n dir ve bu yüzden n bilinmediği ya da öngörülmediği durumlarda modellemede bu dağılım kullanılamaz. Varyansın ortalamadan küçük olduğu örneklemler için Binom dağılımı daha iyi uyabilir.

Ortalaması ve varyansı (Gauger, 2006, s. 28);

$$E[x] = np$$
$$V(x) = np(1-p)$$

Moment çıkaran fonksiyonu;

$$M_x(t) = \left(pe^t + 1 - p\right)^n$$

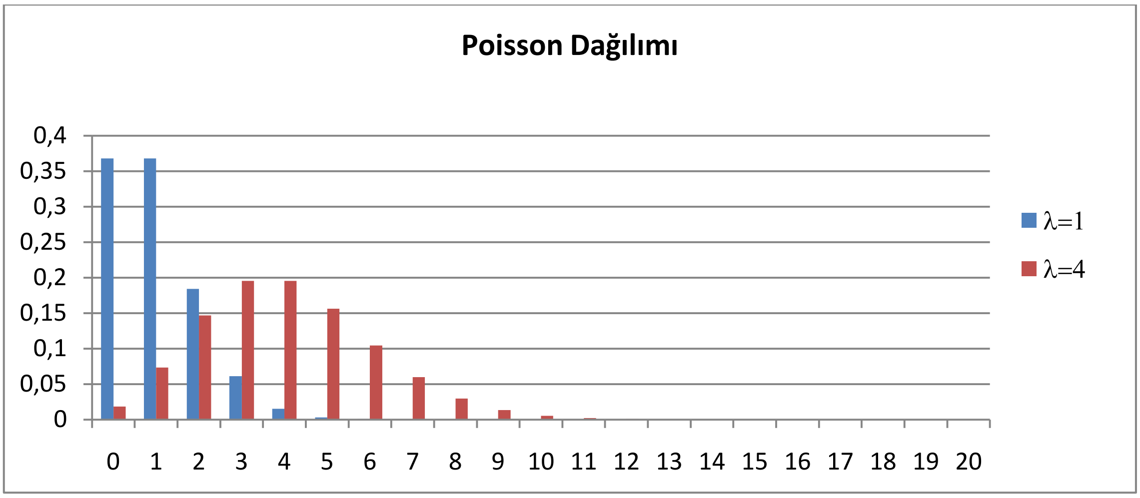
2.3.2.2 Poisson Dağılımı

Poisson dağılımının genel odaklandığı, rassal değişken bir sayılabilen olaydır. Bu olay belli bir sabit uzunlukta olan (genellikle zaman) aralıkta ayrık olarak ortaya çıkar ve bu aralıkta gözlenen olayların sayısı Poisson dağılım için rassal değişkendir. Bu sabit aralıkta ortaya çıkan olaylar sayısının beklenen değeri (ortaya çıkmanın ortalama sayısı) λ olarak sabittir ve bu ortalama değer aralık uzunluğuna orantılıdır.

0,1,2,… olası değerleri alan X kesikli raslantı değişkeninin olasılık fonksiyonu (Rachev, Menn, & Fabozzi, 2005, s. 16);

$$P(X = x) = p(x;\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} \quad , x=0,1,2,\ldots$$

Poisson dağılımına sahiptir denir.



Grafik 2.5:Poisson Dağılımı İçin Örnek Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu

Tek λ parametresine bağlıdır. Beklenen değeri ve varyansı λ parametresine eşittir. Beklenen değeri ve varyansı (Gauger, 2006, s. 83);

$$E[N] = \lambda$$
$$var(x) = \lambda$$

Moment türeten fonksiyonu;

$$M_x(t) = e^{\lambda(e^x - 1)}$$

Binom dağılımındaki n değeri büyük, p değeri küçük ise, (özellikle n≥20 ve p≤0,05 ise) Poisson dağılımı Binom dağılımı için iyi bir yaklaşımdır. Eğer n≥100 ve np≤10 ise yaklaşım kusursuza yakındır (Bankacılar Dergisi, 2006, s. 131).

Poisson dağılımının finansal bağlamda oluşumu bir stokastik sürecin genel bir dağılımı iken Poisson Süreci olarak adlandırılır.

Özyineleme ilişkisi için Poisson olasılıkları özellikle uygundur (Cunningham, Herzog, & London, 2005, s. 51).

$$\frac{p(x)}{p(x-1)} = \frac{\dfrac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}}{\dfrac{e^{-\lambda}\lambda^{x-1}}{(x-1)!}} = \frac{\lambda^x (x-1)!}{\lambda^{x-1} x!} = \frac{\lambda}{x}$$

Buradan Poisson olasılıkları yenilemeli olarak hesaplanabilir.

$$p(x) = \frac{\lambda}{x} p(x-1)$$

Başlangıç değeri;

$$p(0) = e^{-\lambda}$$

Eğer $X_1, X_2, \ldots, X_k$ Poisson rassal değişkenleri bağımsız ise $E[X_i] = \lambda_i$ ile rassal değişken $X = X_1 + X_2 + \cdots + X_k$, beklenen değeri $E[X] = \lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_k$ ile Poisson dağılımına sahip olacaktır.

X rassal değişkeni λ parametre(ortalama) ile Poisson farz edildiğinde, sigorta hasarları gibi sayılan olayların sayısı olabilen ve farz edilen olaylar birden k ya kadar ayrık olaylar olarak sınıflandırılabilir. p_i olasılığı burada olay i tipdir, verilen bir olay oluşturur, i=1,2,…,k için ve $\sum_{i=1}^{k} p_i = 1$ fark edilir. Buradan rassal değişkenler X_1, X_2, …,X_k karşılıklı bağımsız ve her biri bir Poisson dağılımına sahiptir parametre (ortalama) $\lambda_i = \lambda \cdot p_i$ ile λ X rassal değişkeninin parametresidir. Bu sonuç Poisson dağılımının alt kümelere ayrılma özelliği olarak adlandırılır (Cunningham, Herzog, & London, 2005, s. 51).

Verilen toplam hasarların sayısı X=x olduğunu gösteriyor, buradan X_i'lerin dağılımı (koşullu) birleşimi çok terimlidir, x,p_1,$p_{2,\ldots}$,p_k parametreleri ile.Koşullu çok terimli olasılık fonksiyonu (Cunningham, Herzog, & London, 2005, s. 52);

$$\Pr(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \ldots, X_k = x_k \mid X = x) = \frac{x!}{x_1! x_2! \ldots x_k!} \cdot p_1^{x_1} \cdot p_2^{x_2} \cdot \cdots \cdot p_k^{x_k}$$

Burada $x_1 + x_2 + \cdots + x_k = x$

$$\Pr(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

X Poisson dağılımına sahiptir. Koşullu olmayan X_i'lerin dağılımı;

$$\Pr(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \ldots, X_k = x_k) = \frac{x!}{x_1! x_2! \ldots x_k!} \cdot p_1^{x_1} \cdot p_2^{x_2} \cdot \cdots \cdot p_k^{x_k} \cdot \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$$

$$= \frac{p_1^{x_1} \cdot p_2^{x_2} \cdot \cdots \cdot p_k^{x_k} \cdot e^{-\lambda(p_1+p_2+\cdots+p_k)} \lambda^{x_1+x_2+\cdots+x_k}}{x_1! x_2! \ldots x_k!}$$

$$= \frac{(\lambda p_1)^{x_1} \cdot (\lambda p_2)^{x_2} \cdot \cdots \cdot (\lambda p_k)^{x_k} \cdot e^{-\lambda p_1} \cdot e^{-\lambda p_2} \cdot \cdots \cdot e^{-\lambda p_k}}{x_1! x_2! \ldots x_k!}$$

$$= \prod_{i=1}^{k} \frac{e^{-\lambda p_i} \cdot (\lambda p_i)^{x_i}}{x_i!}$$

X_i'lerin birleştirilmiş dağılımı k Poisson olasılık fonksiyonunun ürünüdür. Burada

$$x = x_1 + x_2 + \cdots + x_k$$

Ve $1 = p_1 + p_2 + \cdots + p_k$ olduğunu düşünerek işlemleri yapılır.

X=x ile verilen X_i'lerin birleştirilmiş dağılımının her X_i nin marjinal (koşullu) dağılımı x ve p_i parametreleri ile Binom dağılımıdır.

$$\Pr(X_i = x_i | X = x) = \binom{x}{x_i} p_i^{x_i} (1 - p_i)^{x - x_i}$$

Burada x_i=0,1,2,…,x Buradan da X_i'nin (koşullu olmayan) marjinal dağılımı toplam olasılık yasası ile;

$$\Pr(X_i = x_i) = \sum_{x=x_i}^{\infty} \Pr(X_i = x_i | X = x) \Pr(X = x)$$

Toplam x, x_i den daha büyük ya da eşit tüm değerleri üstlenir.

$$\Pr(X_i = x_i) = \sum_{x=x_i}^{\infty} \frac{x!}{x_i!(x - x_i)!} p_i^{x_i} (1 - p_i)^{x - x_i} \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$$

x! terimlerini sadeleştirip, λ^x terimi $\lambda^{x_i + (x - x_i)}$ olarak ve x terimi içermeyenleri toplamın dışına alındığında;

$$\Pr(X_i = x_i) = \frac{p_i^{x_i} \cdot e^{-\lambda}\lambda^{x_i}}{x_i!} \sum_{x=x_i}^{\infty} \frac{(1 - p_i)^{x - x_i} \cdot \lambda^{x - x_i}}{(x - x_i)!}$$

$y = x - x_i$ dönüşümü uygulanırsa;

$$\sum_{y=0}^{\infty} \frac{[\lambda(1-p_i)]^y}{y!}$$

Burada $e^{\lambda(1-p_i)}$ serinin açılımıdır.

$$\Pr(X_i = x_i) = \frac{p_i^{x_i} \cdot e^{-\lambda} \lambda^{x_i}}{x_i!} e^{\lambda(1-p_i)} = \frac{e^{-\lambda p_i} (\lambda p_i)^{x_i}}{x_i!}$$

2.3.2.3 Negatif Binom Dağılımı

Uç değerlerin gözlemlendiği, yani kuyruk alanı kalın olan örneklemler için negatif Binom dağılımı tercih edilebilir. Negatif Binom dağılımı Poisson dağılımından sonra en çok kullanılan dağılımdır. İki parametresi olduğundan Poisson'dan daha fazla şekil esnekliği vardır.

Binom dağılımına uyan bir denemeyi göz önüne alalım. Bu denemenin x kez yinelenmesinde k kez A olayının (x-k) kez $\overline{A}$ olayının ortaya çıkması (A olayının k. elde edilişinde deneme sonuçlanıyor) olasılığı negatif Binom dağılımı yardımıyla bulunur (İnal & Günay, 1993, s. 164).

Negatif Binom dağılımındaki başarı sayısı r olarak tanımlanmaktadır ve dağılımın sabit parametresidir. Buradaki X rassal değişkeni elde edilmiş r. başarıdan önce ortaya çıkan başarısızlıkların sayısını göstermektedir.
Olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$p(x) = \binom{x+r-1}{r-1} p^r (1-p)^x \quad , x = 0,1,2\ldots \quad için$$

X raslantı değişkeninin moment çıkaran fonksiyonu;

$$M_x(t) = \sum e^{xt} \binom{x+r-1}{r-1} p^r (1-p)^x = \left(\frac{p}{1-qe^k} \right)^r$$

Burada q=1-p olacaktır. Beklenen değeri ve varyansı;

$$E[x]=\frac{rq}{p}$$

$$V(x)=\frac{rq}{p^2}$$

Her hangi bir Negatif Binom dağılımı, gamma dağılan sürekli bir karma parametreli karma bir Poisson sıklık modeli tarafından elde edilebilir. Bu ifade aşağıdaki gibi gösterilebilir (Gauger, 2006, s. 85):

$$\left.\begin{matrix}\{N=n|\Lambda=\lambda\}\sim Poisson(\lambda)\\ \lambda\sim Gamma(\alpha,\beta)\end{matrix}\right\} N\sim Negatif\ Binom(r,p)$$

İki parametreli Negatif Binom dağılımı tek parametreli Poisson dağılımından daha fazla esneklik verebilir.

$$\binom{x+r-1}{r-1}=\frac{(x+r-1)!}{(r-1)!x!}$$

Faktöriyel sadece eğer r≥1 tamsayı ise tanımlıdır. Ancak x bir tamsayı olmak zorundayken (Cunningham, Herzog, & London, 2005, s. 56);

$$\frac{(x+r-1)}{(r-1)!x!}=\frac{(x+r-1)(x+r-1)\cdots(x+r-x)(x+r-x-1)(x+r-x-2)\cdots}{x!(r-1)(r-2)\cdots}$$

$$=\frac{(x+r-1)(x+r-2)\cdots(r)(r-1)(r-2)\cdots}{x!(r-1)(r-2)\cdots}$$

$$=\frac{(x+r-1)(x+r-2)\cdots(r)}{x!}$$

Gamma dağılımı ile bağlanacak olursa;

$\Gamma(\alpha)=(\alpha-1)\Gamma(\alpha-1)=(\alpha-1)(\alpha-2)\Gamma(\alpha-2)$ ve benzerleri, böylece eğer α bir pozitif tamsayı ise $\Gamma(\alpha)=(\alpha-1)!$ Ancak α bir pozitif tamsayı olmasa bile hala iki gama fonksiyonu oranı olarak her zaman 1 ile bir azalan faktör serisi temsil edebiliriz.

$$\frac{\Gamma(x+r)}{\Gamma(r)}=\frac{(x+r-1)(x+r-2)\cdots(r)(r-1)(r-2)\cdots}{(r-1)(r-2)\cdots}$$
$$=(x+r-1)(x+r-2)\cdots(r)$$

Sonuçta $x!=\Gamma(x+1)$ çünkü x bir tamsayıdır. Negatif Binom katsayısı ile birlikte gösterirsek;

$$\binom{x+r-1}{r-1}=\frac{\Gamma(x+r)}{\Gamma(r)\Gamma(x+1)}$$

Modern hesaplama teknolojilerinden gama fonksiyon değerlerinin geniş var oluşu tam sayı olmayan r ile Negatif Binom dağılımının kullanımını kolaylaştırır.

Negatif Binom dağılımının özyineleme ile ilişkisi Binom dağılımı ile benzer formdadır.

$$\frac{p(x)}{p(x-1)}=\frac{\binom{x+r-1}{r-1}p^r(1-p)^x}{\binom{x+r-2}{r-1}p^r(1-p)^{x-1}}$$
$$=\frac{\frac{\Gamma(x+r)}{\Gamma(r)\Gamma(x+1)}p^r(1-p)^x}{\frac{\Gamma(x+r-1)}{\Gamma(r)\Gamma(x)}p^r(1-p)^{x-1}}=\frac{x+r-1}{x}(1-p)$$

Böylece binominal olasılıklarını özyinelemeli olarak hesaplayabiliriz.

$$p(x)=\left(\frac{x+r-1}{x}(1-p)\right)p(x-1)$$

x=1,2,… Özyineleme başlangıç değeri p(0);

$$p(0)=p^r$$

2.3.2.4 Geometrik Dağılım

Basitçe r=1 olduğunda Negatif Binomun özel bir durumudur. Bu durumda X rassal değişkeni ilk başarı elde edilmeden önceki başarısızlık sayılarını gösterir.

Olasılık fonksiyonu (Cunningham, Herzog, & London, 2005, s. 59);

$$p(x) = p(1-p)^x \quad , x=0,1,2,\ldots \text{ için}$$

Beklenen değeri ve varyansı;

$$E[X] = \frac{q}{p}$$

$$Var(X) = \frac{q}{p^2}$$

Moment türeten fonksiyonu;

$$M_X(t) = \frac{p}{1-qe^t}$$

Negatif Binom özyineleme ilişkisi basitçe (Cunningham, Herzog, & London, 2005, s. 59);

$$p(x) = (1-p) \cdot p(x-1)$$

x=1,2,… için ve başlangıç değeri p(0)=p dir.

2.3.2.5 Özyineleme İlişkisi Özeti

Binom, Poisson, Negatif Binom, geometrik dağılımların özyineleme ile ilişkisi genel bir formda düzenlenebilir (Cunningham, Herzog, & London, 2005, s. 59);

$$p(x) = \left(\alpha + \frac{\beta}{x}\right) \cdot p(x-1)$$

Tablo 2.2:Özyineleme İlişkisi Özet Tablo

Dağılım	**α**	**β**	**p(0)**
Binom	$-\dfrac{p}{1-p}$	$\dfrac{p(n+1)}{1-p}$	$(1-p)^n$
Poisson	0	λ	$e^{-\lambda}$
Negatif Binom	$1-p$	$(r-1)(1-p)$	p^r
Geometrik	$1-p$	0	p

Bu dört dağılımı $(\alpha,\beta,0)$ sınıfı dağılımlar olarak da adlandırabiliriz.

2.3.2.6 Bileşik Sıklık Modelleri

Bileşik dağılımın genel formu;

$$S = X_1 + X_2 + \cdots + X_N$$

X_i'ler karşılık bağımsız ve aynı dağılıma sahip ve tüm X_i'ler N den bağımsız. N birinci dağılım ve X_i ikincil dağılım, S sayma dağılımı olacak, s=0,1,… sadece tamsayı değerlerini alan ve eğer N ve X_i sayma dağılımlarına ikisi de sahip ise toplam olasılık yasasına göre (Cunningham, Herzog, & London, 2005, s. 61);

$$\Pr(S=s) = \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(S=s|N=n)\Pr(N=n)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(X_1 + X_2 + \cdots + X_n = s) \cdot \Pr(N=n)$$

Eğer $p_s(k)$ tanımlanır $\Pr(S=k)$ ve $p_X(k)$ tanımlanır $\Pr(X=k)$ ise, S in olasılık fonksiyonu;

$$p_S(s) = \frac{\sum \left(\alpha + \frac{\beta k}{s}\right) \cdot \Pr(X=k) \cdot \Pr(S=s-k)}{1-\alpha \Pr(X=0)}$$

$$= \frac{\sum \left(\alpha + \frac{\beta k}{s}\right) \cdot p_X(k) \cdot p_s(s-k)}{1-\alpha \cdot p_X(0)} \quad \text{s=1,2,3,… için}$$

N dağılımının parametreleri α ve β olarak tanımlanmıştır.

2.3.3 Sıklık Ve Şiddet Dağılımlarının Belirlenmesi

Öncelikle kayıp veriler toplanarak kalitesi gözden geçirilir ve kullanıma uygun hale getirilir. Toplanan kayıp verilerin hangi sıklık (frekans) ve şiddet dağılımlarının uygun olabileceğinin belirlenmesi için verilere ilişkin birtakım özelliklerin görsel ve sayısal olarak incelenmesi, veri setine belirli istatistiksel testlerin uygulanması gerekmektedir.

2.3.3.1 Normalite Testleri

Finansal veriler genellikle normal dağılım özelliği taşımamaktadır. Ancak verilerin normal dağılım özelliği taşıyıp taşımadığı araştırılır.

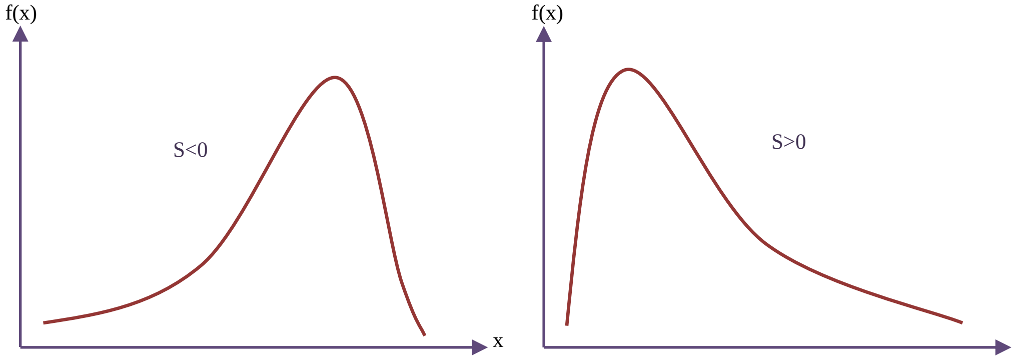
Momentlerin incelenmesi: Verilerin 3. ve 4. momentleri incelenir. Standart normal dağılımın momentleri ile karşılaştırılarak yorum yapılır.

1. moment = ortalama $E[(x)] = \mu$

2. moment= varyans $\sigma^2 = E[(X-\mu)^2]$

3. moment=çarpıklık $s = \dfrac{E[(X-\mu)^3]}{\sigma^3}$

Normal dağılımın çarpıklık katsayısı 0 dır ve simetriktir. Verilerin çarpıklık katsayısı istatistiksel açıdan anlamlı ölçüde sıfırdan farklı ise verilerin normal dağılmadığı varsayılmaktadır.



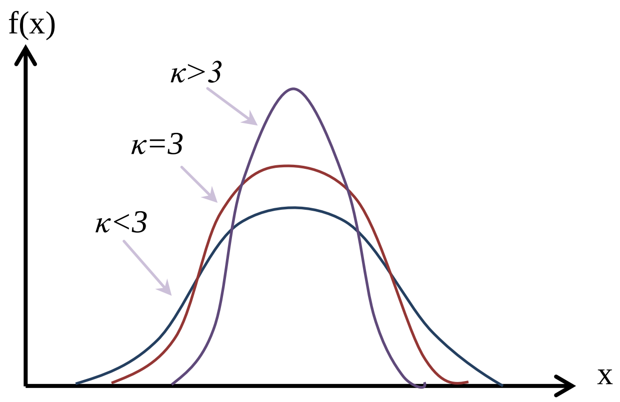
Şekil 2.1: Pozitif ve Negatif Çarpıklığa Örnek Grafik

- Pozitif çarpıklık: Sağdaki kuyruk daha uzundur. Dağılımın kütlesi grafiğin sol tarafında konsantre olmuştur. Bu türlü dağılım sağdan çarpık olarak anılır. Sağa çarpık serilerde ortalamadan düşük değerlerde toplanan değerlerin sayısı, ortalamadan büyük değerlerde toplanan değerlerin sayısından daha fazladır.

- Negatif çarpıklık: Soldaki kuyruk daha uzundur ve dağılımın kütlesi grafiğin sağ tarafında konsantre olmuştur. Bu türlü dağılım soldan çarpık olarak anılır. Ortalamadan büyük değerlerde toplanan değerlerin sayısı, ortalamadan düşük değerlerde toplanan değerlerin sayısından fazladır.

4. moment=basıklık $\kappa = \frac{E\left[(X-\mu)^4\right]}{\sigma^4}$

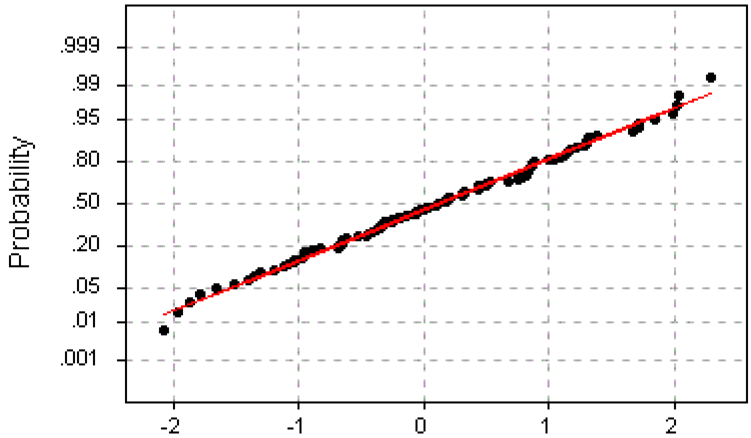
Normal dağılımın basıklık katsayısı 3 dür. Basıklık katsayısının 3 ten büyük olduğu durumlarda dağılım kalın kuyruklu, küçük olduğu durumlarda ise ince kuyrukludur (Lewis, 2004, s. 54). Çok yüksek tutarlarda kayıpların gözlenmesi, şiddet dağılımının kuyruk alanının genişlemesine yol açar. Basıklık katsayısının üçten büyük olduğu durumlar sivri ve kalın kuyruklu (leptokurtic), üçten küçük olduğunda basık ve ince kuyruklu (playkurtic), üç olduğu durumlarda ise normal (mesokurtic) seri olarak adlandırılır. Sivri serilerde veriler daha çok ortalama etrafında toplanır.



Şekil 2.2: Basıklık Katsayısına Göre Dağılımların Örnek Görünümleri

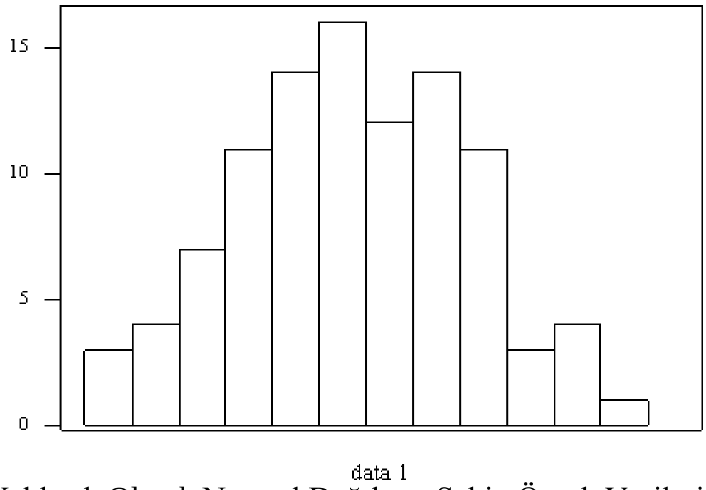
Bir dağılımın kalın kuyruklu olması ekstrem değerlerinin frekansının normal dağılıma göre daha fazla olduğu anlamına gelmektedir.

Grafik ve Histogramlar: Histogramlar genellikle bir olayın oluş sıklığını göstermek ve belirlenen zaman aralığında tanımlanan problemin daha sık meydana gelip gelmeyeceğini hesaplamak ve ortaya çıkan dağılım şeklini bilinen bir dağılım ile karşılaştırmak amacıyla kullanılmaktadır. Verilerin belli bir dağılım gösterip göstermediğini anlamamız bakımından histogramların kullanılabilir.



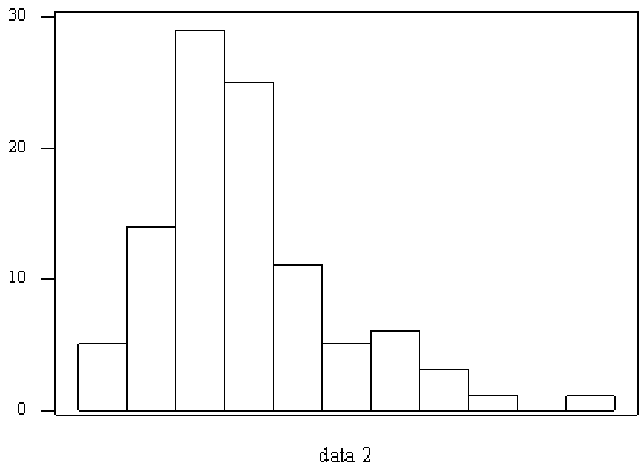
Grafik 2.6: Normal Dağılıma Sahip Örnek Normal Olasılık Grafiği

Bir eksen gözlene değerler, diğer eksen ise beklenen değerler eksenidir. Veriler normal dağılım gösteriyor ise noktaların bir doğru üzerinde yer alması ya da etrafında belirli bir desen göstermeden dağılması gerekir.



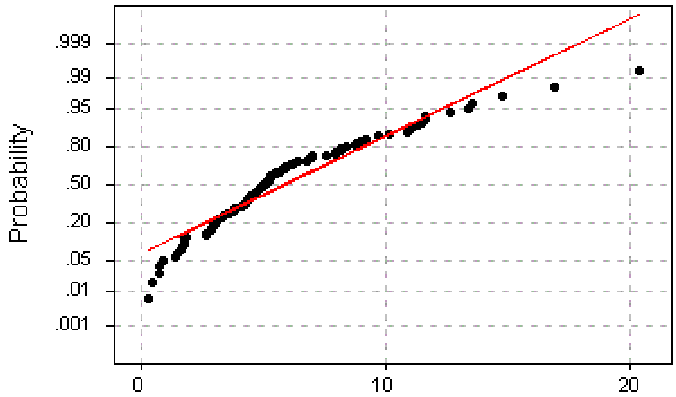
Grafik 2.7: Yaklaşık Olarak Normal Dağılıma Sahip Örnek Verilerin Histogramı

Normal dağılıma sahip veri setinin histogramı simetrik olur.



Grafik 2.8: Sola Çarpık Dağılama Sahip Normal Olmayan Dağılım Histogramı

Normal olmayan verilerin histogramı simetrik olmaz.



Grafik 2.9: Normal Olmayan Dağılıma Sahip Örnek Verilerin Normal Olasılık Grafiği

Lilliefors normalite testi: Ortalama ve varyans önemli olmaksızın, veri setinin birikimli dağılım fonksiyonu ile standart normal dağılımın birikimli dağılım fonksiyonu arasındaki en yüksek dikey farkı ölçer. Aradaki fark belirgin ise dağılımın normal olmadığı anlaşılır. Kolmogorov-Smirnov testinin normal dağılım için özelleştirilmiş biçimidir.

Shapiro-Wilk testi: Normal dağılımdan çeşitli yönlerden sapmaları tespit etmekte kullanılan varyans analizi testidir.

Verilerin dağılımı ile ilgili genel yapı incelendikten sonra sıklık ve şiddet dağılımları oluşturulur.

2.3.3.2 Şiddet ve Sıklık Dağılımının Parametrelerinin Belirlenmesi

Weibull, Gamma, Lognormal, Üstel, Pareto, Pearson gibi dağılımlar hasar şiddeti dağılımına uygun olabilecek dağılımlardır. Dağılım parametrelerini belirlemek için uygulanan yöntemler:

2.3.3.2.1 Momentler Yöntemi (Method of Moments-MM)

Momentler yöntemi belki de tahmin yöntemlerinin en eskisidir. Eğer tahmin edilecek k parametre varsa, bu parametrelere bağlı ilk kitle momenti, karşılık gelen örneklem momentlerine eşitlendiğinde bu parametreleri bulunduran k sayıda eşitlik elde eldir. Elde edilen bu k sayıdaki denklem bilinmeyen parametreler için çözülerek tahmin ediciler bulunur. Kuşkusuz kitle momentlerinin parametrelerin bilinen fonksiyonları olduğu varsayılmaktadır. Parametrelerin kendileri kitle momentleri olduğunda bu yönteme göre kitle momentlerinin tahmin edicileri olarak örneklem momentleri alınmaktadır. Örneklem ortalaması, kitlenin sıfır noktasına göre ilk momenti olan kitle ortalamasının tahmin edicisidir. Parametreler kitle momentlerinin fonksiyonları olarak ifade edildiğinde, denklemeler parametreler için örneklem momentleri türünden tek çözüm verir. Bir parametre, kitle momentleri ile değişik biçimlerde ifade edilebilir (İnal & Günay, 1993, s. 362).

Momentler yöntemi, kolay hesaplanmasına karşın yaklaşık sonuçlar vermesi, doğruluk yüzdesinin tahmin edilememesi gibi dezavantajları nedeniyle tek başına kullanılması her zaman güvenilir değildir.

2.3.3.2.2 En Çok Olabilirlik Yöntemi (Maximum Likelihood Estimation-MLE)

En çok olabilirlik yöntemini ilk kez Edgeworth (1908)kullanmıştır. 1922 yılında Fisher, bu yöntem ile bulunulan tahmin edicinin varyansı için genel formülü bulduktan sonra, bu yöntem daha da önem kazanmıştır (Pratt, 1976). Bir sürekli rassal değişkene ait olasılık yoğunluk fonksiyonu biliniyorsa ve parametreleri tahmin edilebilecekse bu yöntem uygulanır.

x, olasılık fonksiyonu $f\left(x;\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_k\right)$ olan sürekli rassal değişken olsun. Tahmin edilmek istenen k adet parametre $\left(\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_k\right)$ biçiminde gösterilirse, R adet birbirinden bağımsız veri için maksimize edilmesi gereken olabilirlik fonksiyonu (Bankacılar Dergisi, 2006) ;

$$L\left(\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_k \middle| x_1,x_2,\ldots,x_R\right)=L=\prod f\left(x_i;\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_k\right)\ ,\ i=1,2,...,R$$

$y=\ln x$, x>0 fonksiyonu artan bir fonksiyonun olduğundan olabilirlik fonksiyonunun logaritması alınarak fonksiyon en büyük yapılabilir ve işlem kolaylaştırılır ve sıfıra eşitlenerek maksimize edilir.

$$\ln L = \sum_{i=1}^{R} \ln f\left(x_i;\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_k\right)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_j} = 0 \;\text{, j=1,2,…,k}$$

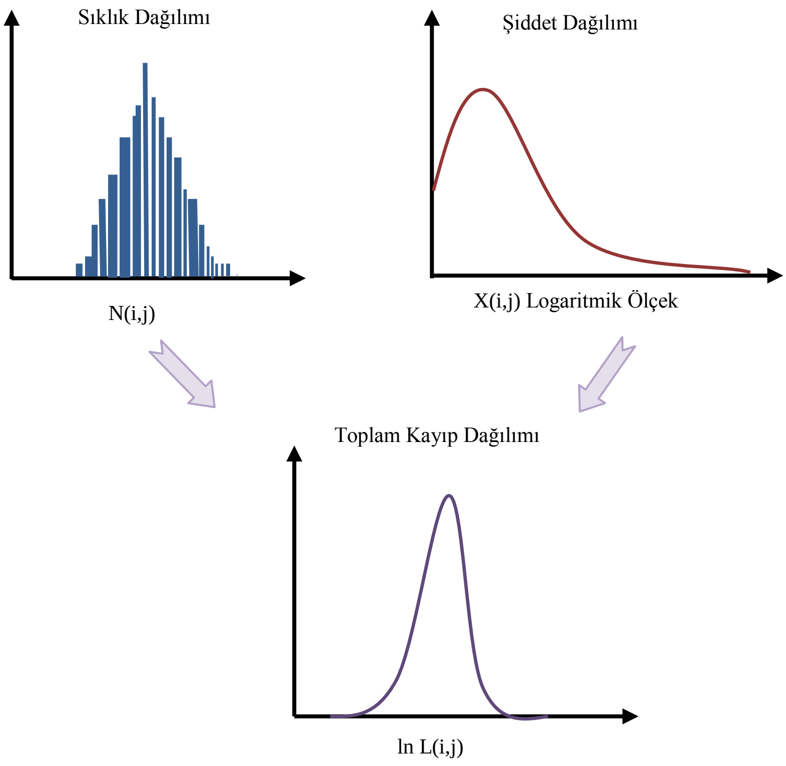
Maksimum olabilirlik yönteminde, veri seti büyüdükçe tahminler gerçek değere yakınsar. En çok olabilirlik tahmin yöntemine ilişkin bazı sonuçlar;

- En çok olabilirlik tahmin edicisi yansız ve en küçük varyanslı olabilir.
- En küçük olabilirlik tahmin edicisinin yansız olması gerekmez.
- En çok olabilirlik tahmin edicisi her zaman diferansiyel işlemi ile elde edilmez.
- Bir parametre için birden çok en çok olabilirlik tahmin edicisi bulunabilir (İnal & Günay, 1993, s. 346).

2.3.4 Toplam Kayıp Dağılımın Hesaplanması

Şiddet dağılımı sürekli iken sıklık dağılımının kesikli olması bu iki dağılımın birleştirilmesi ile elde edilecek olan toplam kayıp dağılımını oluşturmayı zorlaştırmaktadır. Bu iki dağılımdan elde edilecek toplam kayıp dağılımını oluşturma için öncelikle şiddeti kesikli değerlere çevirmek yoluyla elde etmek Panjer tarafından önerilmiş bir metottur.

LDA’nın modellenmesinde toplam kayıp dağılımı iki adımda oluşturulur: kayıp sıklığı dağılımı ve kayıp şiddeti dağılımının oluşturulması.



Şekil 2.3: Toplam kayıp dağılımının hesaplanması

Örneklem gözlem verileri operasyonel risk matrisi içerisinde sınıflandırılmalıdır. Sırasıyla i, j indeksleri olan faaliyet kolu(BL), risk gurupları(ET) tanımlanır. Özellikle (i,j) hücreleri için BL_i-ET_j kombinasyonu ayrı sınıflar olarak gözlemlenecektir (Frachot, Georges, & Rocalli, 2001).

- (i,j) hücresinde şiddet kayıpları için X_{ij} bir rassal değişkendir ve olasılık yoğunluk fonksiyonu $f_{ij}(x)$, kümülatif dağılım fonksiyonu $F_{ij}(x) = P\left(x_{ij} \leq x\right)$ olarak tanımlanır.
- N_{ij}, (i,j) hücresinin frekans kayıplarına karşılık gelen bir rassal değişkendir. Olasılık fonksiyonu $P_{ij}(k) = P\left(N_{ij} = k\right)$ ve kümülatif dağılım fonksiyonu $P_{ij}(n) = P\left(N_{ij} \leq n\right)$ olarak tanımlanır.

$$P_{ij}(n) = \sum_{k=0}^{n} p_{ij}(k)$$

- (i,j) hücresinde [t,t+τ] zaman aralığında toplam kayıplar için S_{ij} :

$X(i,j)$ rassal değişkeninin tamamiyla bağımsız dağıldığını ve olay sayısından bağımsız olduğunu varsayılır.

$$S(i,j)=\sum_{n=0}^{N(i,j)} X(i,j)$$

Burada $X_k(i,j)$, (i,j) hücresinde k. kayıp olayıdır. S_{ij} rassal değişkeni için kümülatif dağılım fonksiyonu toplam kayıp dağılımı(Aggregated Loss Distribution) olarak adlandırılır ve $F_S(x)$ ile gösterilir. Analitik formda verilen bir birleşik dağılım ile (Klugman, Panjer, & Willmot, 2004, s. 140):

$$F_S(x) = P(S_{ij} \leq x) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} p_{ij}(n) \times F_{ij}^{n*}(x) & ,x > 0 \\ p_{ij} & ,x = 0 \end{cases}$$

Burada F^{n*} , F nin n.kat konvülasyonudur.
F nin kendi konvülasyonları;

$$F^{1*} = F$$
$$F^{n*} = F^{(n-1)*} \times F$$

Toplam kayıp fonksiyonu F_S(x) i elde etmek için önerilen teknikler;

- Hızlı Fourier Dönüşümü (Fast FourierTransform-FFT)
- Özyinelemeli Panjer Algoritması (The Recursive Algorithm of Panjer)
- Monte Carlo Simülasyon Yaklaşımı

Monte Carlo metodunda, $F_S(x)$, $S(i,j)$ rassal değişkeni simüle edilmiş değerleri $S\langle S(i,j)\rangle = \{S_s(i,j), s=1,...,S\}$ seti tarafından benzetilir. Hesaplanan bir $F_S(x)$, $S\langle S(i,j)\rangle$ ampirik dağılımı tarafından (Fishman, 1996) yada Kernel metodu tarafından (Silverman, 1986) elde edilebilir (Frachot, Georges, & Rocalli, 2001).

Panjer (1981) yüksek mertebe konvülasyonları hesaplamak için yinelemeli yaklaşımlar sunar. a ve b gibi sabitler var ise (Panjer H. H., 1981);

$$p_{i,j}(n) = \left(a + \frac{b}{n}\right) p_{i,j}(n-1)$$

Sonra aşağıdaki yineleme tutarı;

$$g_{i,j}(x) = p_{i,j}(1) f_{i,j}(x) + \int_0^x \left(a + b\frac{y}{x} \right) f_{i,j}(y) g_{i,j}(x-y) dy$$

Eğer $p_{i,j}$ bir Poisson dağılımı ise;

$$g(x) = \lambda e^{-\lambda} f(x) + \frac{\lambda}{x}\int_0^x y f(y) g(x-y) dy \quad ,x>0$$

Eğer $p_{i,j}$ bir Binom dağılımı ise;

$$g(x) = \frac{p}{(1-p)}\left[N(1-p)^N f(x) + \int_0^x \left(\frac{(N+1)y}{x-1} \right) f(y) g(x-y) dy \right], x>0$$

Genellikle, birleşik dağılımın analitik ifadesi yoktur. Analitik bir ifadenin var olabilmesi $F_S(x)$ dağılımının sonsuz bölünebilirlik özelliği ile ilişkilidir. Buna örnek olarak Negatif Binom dağılım Logaritmik/Poisson olarak yazılabilir (Feller, 1968). Kayıp dağılımını hesaplayabilmek için en çok kullanılan yöntemler, Monte Carlo yöntemi ve Panjer metodudur.

Modeli basitleştirmek ve Basel II nin tavsiyelerine uymak için her hücre için X ve N rassal değişkenlerinin özelliklerini bazı standart varsayımlar altında incelemelidir.

Varsayım1: Frekans N_{ij} ve şiddet kayıpları X_{ij} bağımsız rassal değişkenlerdir.

Varsayım2: Şiddet X_{ij} bağımsız ve aynı dağılıma sahip (independent and identically distributed- iid) rassal değişkendir.

Birinci varsayımda açıkça frekans ve şiddet iki bağımsız rasgele kaynak olarak ele alınır. Bu varsayım ile bir hücre için frekans ve şiddetin arasındaki olası korelasyon tamamen reddedilir. İkinci varsayımın anlamı, aynı hücre içericinde iki farklı kaybın bağımsız ve aynı şekilde dağıldığıdır. Bu ayrı sınıf olarak bir hücreyi düşünmemizi sağlar.

2.3.5 Riske maruz sermaye (CaR) hesaplaması

LDA ile sermaye gereksinimi (ya da riske maruz sermaye-CaR) bir riske maruz değer risk ölçümüdür. Öncelikle CaR verilen bir faaliyet kolu ve verilen bir olay tipi için hesaplanması düşünülmeli sonra tüm banka için hesaplanmalı.

Her bir hücre için toplam kayıp dağılımı $F_S(x)$'nin var olduğunu varsayarsak operasyonel risk sermaye yükümlülüğü hesaplaması öncelikle bir hücre için sonra tüm matris için yapılabilir. Operasyonel risk sermaye yükümlülüğü (i,j) hücrelerinde beklenen ve beklenmeyen kayıpların toplamına göre hesaplanabilir.

Tablo 2.3: Kayıp Dağılımları Yaklaşımına Göre Operasyonel Risk Matrisi

Risk Grubu / Faaliyet Alanı	Banka İçi Suistimal	Banka Dışı Suistimal	Çalışanların Uygulamaları ve İş Ortamının Güvenliği	Müşteri, Ürün ve İş Uygulamaları	Banka Mallarına Zarar	Sistemin Çökmesi	İşlemler, Teslim ve Süreç Yönetimi
Kurumsal Finansman	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$
Alım Satım Faaliyetleri	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$
Bireysel Bankacılık	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$
Ticari Bankacılık	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$
Ödemeler ve Tasfiye(Takas)	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$
Aracılık Hizmetleri	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$
Varlık Yönetimi	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$
Bireysel Aracılık	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$	$EL_{ij}+UL_{ij}$
Toplam Sermaye Yükümlülüğü	$\Sigma(EL_{ij}+UL_{ij})$						

Bir faaliyet kolu ve bir olay tipi için:

Beklenen kayıp EL(i,j) ve beklenmeyen kayıp UL(i,j) α güven seviyesinde aşağıdaki gibi tanımlanır (Jimene, Feria, & Martin, 2007):

$$EL(i,j) = \mathrm{E}[S(i,j)] = \int_0^{\infty} x f_S(x)dx = E[X(i,j)] \times E[N(i,j)]$$

Bazı belli hücreler için EL genellikle toplam rassal kayıp değişkenine göre bir ortalama değer olarak tanımlanır.

Ancak EL için medyan değeri gibi başka ölçümler de düşünülebilir. Eğer kayıpların örneklemi büyük sayıda aykırılık ile yüksek bir çarpıklık ve basıklık değerine sahip ise medyan ölçümü beklenen kayıpların hesaplanması için daha uygun olabilir.
Beklenmeyen kayıp UL ise aşağıdaki gibi tanımlanır (Frachot, Georges, & Rocalli, 2001).

$$UL(i,j;\alpha) = F_S^{-1}(\alpha) - \mathrm{E}[S(i,j)] = \inf\{x | F_S(x) \geq \alpha\} - \int_0^\infty xF_S(x)$$

Diğer taraftan UL şekli dağılımın kuyruğunda yakalamalı ve böylece dağılımın α kuantili ile beklenen kayıp arasındaki fark olarak hesaplanmalıdır. Dağılımın α kuantili riske maruz değer(VaR) olarak düşünülebilir. VaR α güven seviyesinde Δt zaman periyodunda $VaR_{\alpha,\Delta t}$ olarak gösterilir. $VaR_{\propto,\Delta t}$, verilen bazı $F_Y(y)$ dağılımlarının α kuantilinden daha büyük olan en küçük kayıptır.

$$VaR_{\alpha,\Delta t} = inf\{y: F_Y(y) \geq \alpha\}$$

Bir başka değişle $VaR_{\propto,\Delta t}$ verilen zaman aralığı içindeki güven düzeyinde beklenen en yüksek kaybı temsil etmektedir ve bunun sonucu;

$$P(Y_{t+\Delta t} - Y_t > VaR_{\alpha,\Delta t}) = 1 - \alpha$$

Kazanç/kayıp dağılımının simetrik ve sonlu bir varyansa sahip olduğu kabul edilirse; Gerçek dağılımın ne olduğuna bakılmaksızın, eğer X, sıfır ortalama ile belli bir zaman periyodendaki rassal kaybı gösteriyorsa Chebyshev eşitsizliğinden (Önalan, 2003),

$$P[X > c\sigma] \leq \frac{1}{2c^2}$$

Eğer α=0,99 için var sınırı ile ilgileniyorsak $\frac{1}{2c^2} = 0{,}01$ olur ve c=7,071 bulunur. Bu ise $VaR_{0,99}^{max}(X) = 7{,}071\sigma$ olduğunu gösterir. VaR hesabı normallik varsayımı altında yapılmış olsaydı $VaR_{0,99}^{max}(X) = 2{,}326\sigma$ elde edilirdi. Böylece, eğer gerçek dağılım sonlu varyans ile kalın kuyruklu ise o zaman $VaR_{0,99}^{max}(X)$'u 3 sayısı ile düzeltmek makul bir yaklaşım olacaktır. Çünkü $3 \times 2{,}326\sigma = 6{,}978\sigma$ olur (Önalan, 2003).

UL nin tanımına göre;

$$UL_{ij,\alpha} = inf\{x: F_S(x) \geq \alpha\} - E(S_{ij})$$
$$= VaR^{ij}_{\alpha,\Delta t} - E(S_{ij})$$

Beklenen kayıp $S(i, j)$ rassal değişkeninin beklenen değerine karşılık gelir. Oysa beklenmeyen değerin α-μ seviyesi için kuantilidir. Basel komitesinin önerdiği riske maruz sermaye(CaR) beklenmeyen kayba eşittir.

$$CaR(i, j; \alpha) = UL(i, j; \alpha)$$

Ama yinede bu tanım yaygın olarak kabul görmez ve bazı kurumlar CaR'ı beklenen ve beklenmeyen kaybın toplamı olarak hesaplar.

$$CaR(i, j; \alpha) = EL(i, j) + UL(i, j; \alpha)$$
$$= F_S^{-1}(\alpha)$$

Sermaye yükümlülüğü (i,j) hücresinde α güven seviyesinde Δt zaman aralığındaki VaR ölçümü;

$$CaR_{ij,\alpha} = inf\{x: \mathrm{F_S} \geq \alpha\} = VaR^{ij}_{\alpha,\Delta t}$$

Bu durumda, riske maruz sermaye riske maruz değer ölçüsüdür.

Yüksek bir doğruluk seviyesinde UL(i,j;α) zordur. Öncelikle sayısal algoritmalar bazı hatalara sebep olur ve kuantilin hesaplanması özellikle şiddet kayıp dağılımı ağır kuyruklu ve yüksek güven seviyesinde olduğu zaman gerçek kuantilden çok uzak olabilir. Bu yüzden $F_S^{-1}(\alpha)$ nin doğruluğunun kontrol edilmesi çok önemlidir. Teorik olanlara yakınlığı ilk dört momentini hesaplayarak doğrulanabilir.

Operasyonel risk içinde μ ve σ parametreleri oldukça büyük değerler alabilir ki döndürme gereksinimi büyük sayılardaki simülasyonla iyi bir doğrulukta başarılabilir. Toplam kayıp dağılımında standart sapmanın hesaplanmasına dayanan diğer bir örneklendirme ise $\hat{\sigma}[\vartheta]$ Monte Carlo program aracılığıyla hesaplanan $\sigma[\vartheta]$ ampirik tahminden ibarettir. Yakınsama oranı ($\hat{\sigma}[S] / \sigma[S] \rightarrow 1$) σ değeri tarafından güçlü bir etkidir (Frachot, Georges, & Rocalli, 2001).

Toplam kayıp dağılımının oluşturulmasında kullanılan yöntemler için sonuç olarak sağlam doğruluk kritik bir noktadır ve aşağıdaki üç metottan hangisinin kullanıldığı ile bağlantılıdır:

- Monte Carlo metodunda simülasyonun sayısı
- Panjer algoritmasında toplam kaybı tanımlamak için kılavuz (grid) noktalarının sayısı
- Karakteristik fonksiyon yaklaşımda sayısal entegrasyonu gerçekleştirmek için gerekli düğüm sayısı

Sonuçta, sermaye gereksinimini hesaplaması için üç farklı tanım yapılmıştır.Birincisi sermaye gereksinimi, toplam kayıp dağılımının %99,9 yüzdeliğidir. İkincisi sadece beklenmeyen kayıpları hesaplanması ile bulunur. Sonucusu da yüksek eşik değerini yani %99,9 yüzdeliğinde toplam kayıplardan sadece eşik değerini aşan kayıpları hesaba katar (Frachot, Moudoulaud, & Roncalli, 2003).

Tüm banka için:

Banka için toplam sermaye yeterliliğini hesaplamak için her faaliyet kolu ve olay tipine karşılık gelen sermaye yeterliliğinin basit toplamı alınır.

$$CaR(\alpha) = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} CaR(i, j; \alpha)$$

Bu metot Basel Bankacılık Denetim komitesi tarafından içsel ölçüm yaklaşımında verilmiştir. Bu varsayım karşılık gelen bu farklı riskler tamamen pozitif bağımlı ya da tam korelasyonludur. İstatistikte bu örneğe karşılık gelen bağımlı fonksiyon -ya da copula – Frechet bandı üstündedir. Daha gerçekçi bir yaklaşım düşünülürse farklı kayıplar bağımsızdır.

Bankanın toplam kaybı S olsun;

$$S = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} S(i, j)$$

Daha önce tanımlanan riske maruz sermaye;

$$CaR(\alpha) = F_S^{-1}(\alpha) - \mathrm{E}[L]$$

Ya da

$$CaR(\alpha) = F_S^{-1}(\alpha)$$

Çoğu zaman beklenmeyen kayıp UL(α) bazı yaklaşımlar kullanılarak hesaplanır. Altında yatan fikir tüm F_S dağılımını kullanmaksızın UL(i,j;α) doğrudan bireysel beklenmeyen kayıplarından UL(α) tanımlanmaktadır. Örneğin, bir numaralı popüler metot karekök kuralı;

$$UL(\alpha) = \sqrt{\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} UL^2(i, j; \alpha)}$$

Eğer kuantil olarak risk altındaki sermayeyi tanımlarsak;

$$CaR(\alpha) = EL + \sqrt{\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} [CaR(i, j; \alpha) - EL(i, j)]^2}$$

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. UYGULAMA

Bankaların maruz kaldığı riskler, diğer bankaların riskleri ile aynı değildir. Ayrıca farklı ülkelerdeki bankacılık sektörünün özellikleri de birbirine tam olarak benzememektedir. Yabancı veri bankaları, genel olarak ortalama bilgi verebilirken, bankanın risk profili hakkında bilgi verememektedirler. Bankaların kendi içsel verilerini kullanarak oluşturacağı operasyonel risk matrisi, bankanın risk profili hakkında bize bilgi vermektedir. Operasyonel kayıp verileri, bankanın risk profilini yansıttığı için banka sırrı niteliğinde olup, banka dışında kullanıma verilmemektedir.

Gelişmiş ölçüm yaklaşımı çerçevesinde, operasyonel risk hesaplamaları yapabilmek için kullanılacak operasyonel kayıp verilerinin düzenli ve güvenli bir şekilde toplanması, raporlanması, veri tabanına operasyonel risk gruplarına ve faaliyet kollarına ayrılmış olarak işlenmesi, deneyimli iş gücü ve güçlü bir alt yapı gerektirdiği için oldukça zordur. Bu sistemin oturması uzun bir süreçte mümkündür. Resmi olarak Türkiye'de hiç bir banka operasyonel risk hesaplamasında gelişmiş ölçüm yaklaşımlarından birini kullandığını açıklamamıştır. Var olan veri setlerinin güvenilir bir hesaplamaya yeterli olup olmadığı bilinmemekle birlikte banka sırı niteliği taşımasından dolayı bankaların operasyonel risk verilerine ulaşılamamıştır. Bu çalışmada operasyonel risk verileri, literatür çalışmalarından yola çıkılarak simülasyon yöntemi ile tahmin edilmeye çalışılmıştır. Operasyonel risk verilerinin modellenmesi için kayıp dağılım yaklaşımı kullanılmıştır.

3.1 Sıklık ve Şiddet Dağılımlarının Belirlenmesi

Orjinal verilere ulaşılamadığı için toplam kayıp dağılımını oluşturacak olan sıklık ve şiddet dağılımları ile bu dağılımların parametre değerleri literatür incelemesi ile belirlenmiştir.

Poisson dağılımının özellikleri itibari ile işlem kolaylığı sağladığı ve operasyonel risklerin modellenmesinde uygun olduğu göz önüne alınarak, sıklık dağılımı için Poisson dağılımı seçilmiştir.

Operasyonel risk verilerinin kalın kuyruklu ve sağa çarpık olma özelliği taşımasından dolayı da şiddet dağılımı için lognormal dağılım seçilmiştir.

Literatür incelemesinde operasyonel risk verilerine ait sıklık dağılımının genellikle Poisson dağılımına, şiddet dağılımının ise lognormal dağılımına uyduğunu Jimenez'in, "Advanced Versus Non-Avanced Approaches For Estimating Operational Capital At Risk: An Evidence From Retail Banking" adlı çalışmasıyla ve Frachot'un da, "Loss Distribution Approach For Operational Risk" adlı çalışmalarıyla desteklediği görülmüştür.

Bu uygulamada seçilen dağılımların parametreleri (Jimenez, Feria, & Martin, 2008), çalışmasından alınmıştır. Jimenez olay tipi bazında, "Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık", "İstihdam Uygulamaları ve İşyeri Güvenliği", "Müşteriler Ürünler ve İş Uygulamaları", "Fiziki Varlıklara Verilen Zarar", "Faaliyetlerin Durması ve Sistem Hatalar", "İcra Teslimat ve Süreç Yönetimi" olarak ayrılmış operasyonel risk gruplarına ait verileri kullanarak elde ettiği en uygun dağılımı ve parametrelerini çalışmasında açıklamıştır.

En uygun dağılımın ve bu dağılıma ait parametrelerin doğru tahmini operasyonel riskin hesaplanmasında en önemli adımlardan birisidir. Bu çalışmada, gerekli alt yapıya ve veriye sahip olduğu varsayılan, parametrelerini doğrulukla hesaplayan bir bankanın, sadece parametre değerlerini kullanarak, toplam kayıp dağılımını oluşturan, beklenen değerini, varyansını, standart sapmasını hesaplayıp ve histogramını çizebileceği bir Excel 2007 dokümanı Visual Basic programlama kodları (makro) yardımıyla hazırlanmıştır.

Çalışmada kullanılacak olan parametreler, gerçel veriler ile yapılmış bir çalışma olmasından dolayı, Jimenez'in, "Advanced Versus Non-Avanced Approaches For Estimating Operational Capital At Risk: An Evidence From Retail Banking" çalışmasından alınmıştır. Parametre değerleri Tablo 3.1' de verilmiştir.

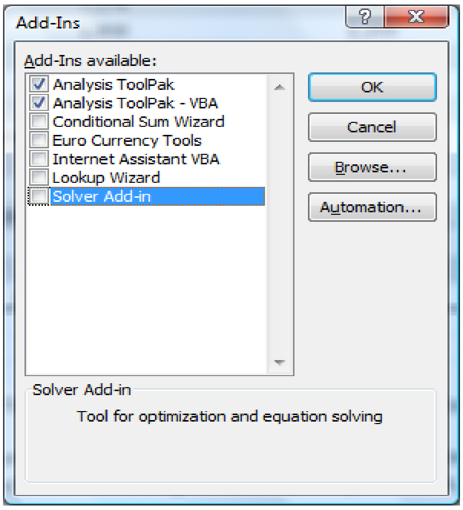
Tablo 3.1: Olay Tipleri İçin Belirlenmiş Parametre Değerleri

		OLAY TİPİ				
		Banka Dışı Hile Ve Dolandırıcılık	İstihdam Uygulamaları Ve İş Yeri Güvenliği	Müşteriler, Ürünler Ve İş Uygulamaları	Fiziki Varlıklara Verilen Zararlar	Faaliyetlerin Durması Ve Sistem Hataları
Lognormal	μ	4,426	7,174	6,952	5,077	3,609
	σ	1,338	1,908	2,259	1,222	1,158
Poisson	λ	487,33	12,33	5,33	596,67	242

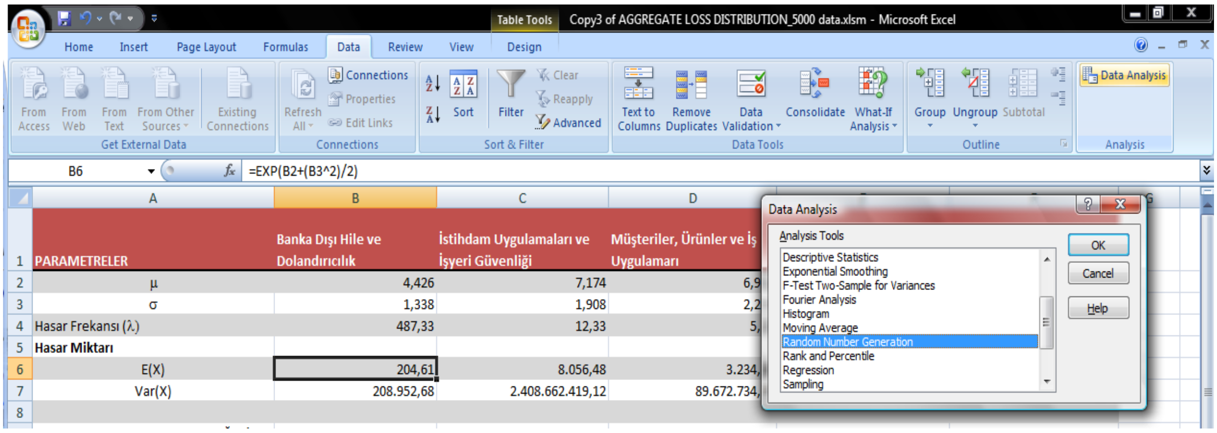
3.2 Toplam Kayıp Dağılımının Oluşturulması

Şiddet ve sıklık dağılımları simülasyon yöntemi kullanılarak birleştirilmiştir. Bu amaçla Excell 2007 de Poisson dağılımına uyan, parametresi $\lambda = 487{,}33$ olan 5000 adet veri üretilmiştir. Poisson dağılımı ile üretilen verinin her birine ait değer kadar şiddet dağılımı (Normal Dağılım) verisi üretilmiştir. Bu şiddet dağılım verileri Excel fonksiyonu EXP(x) yardımı ile lognormal dağılıma çevrilmiş, çevrilen verilerin toplamı alınarak, kayıp dağılım verisi oluşturulmuştur. Böylelikle 5000 farklı Toplam Kayıp Verisi elde edilmiştir.

Excel'de veri türetebilmek için Data menüsünden Data Analysis seçeneği seçilir. Bu seçenek standart kurulumda aktif olmayabilir. Bu sebeple, Excel Options menüsünden Add-Ins menüsüne ulaşılmalı ve bu menü altından Manage kısmı ile Add-Ins seçenek penceresinden "Analysis ToolPak" ve "Analysis – VBA" seçilmelidir.

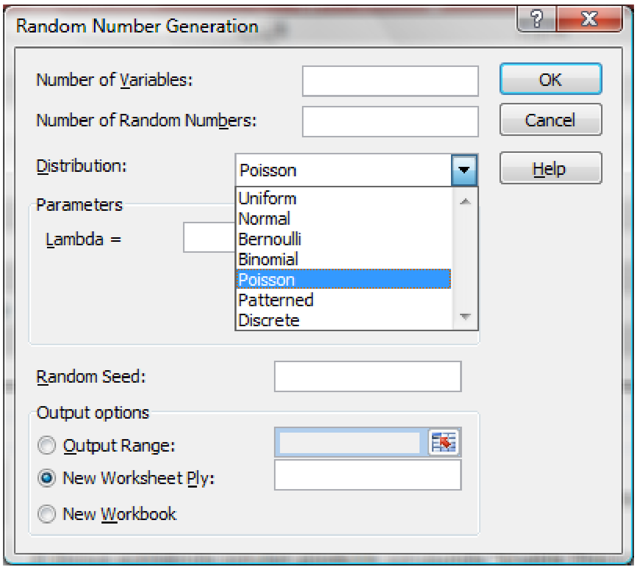


Şekil 3.1: Add-Ins Ekran Görüntüsü



Şekil 3.2: Data Analysis Ekran Görüntüsü

Random Number Generation özelliği kullanılarak seçilen dağılımlara göre sayı Şekil 3.3'deki gibi üretilir.

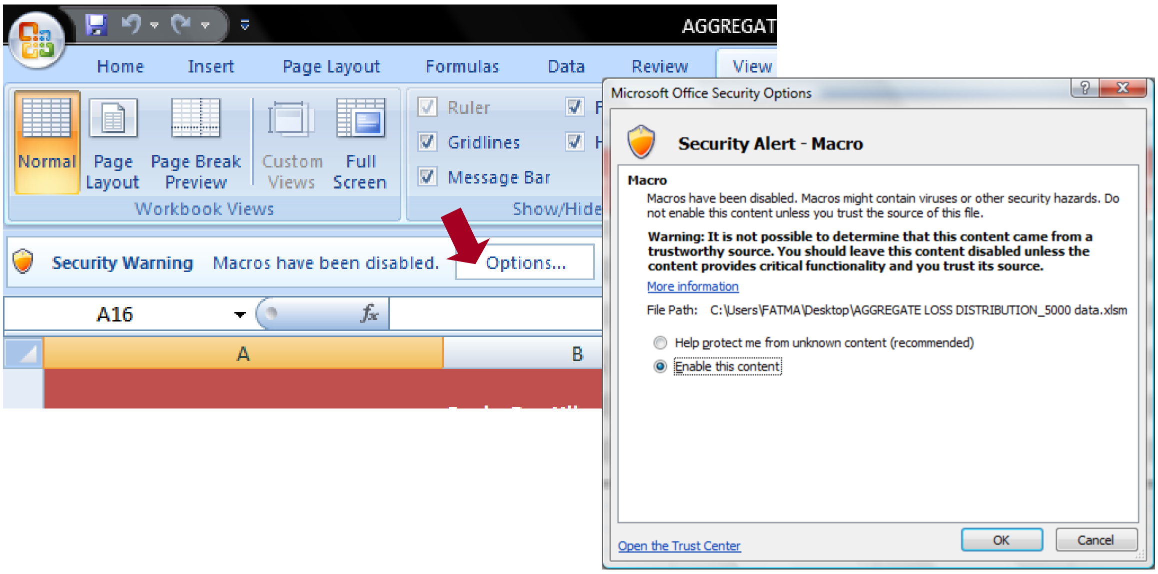


Şekil 3.3: Random Number Generation Ekran Görüntüsü

Poisson dağılımı için üretilen 5000 adet verinin her birine ait değer, lognormal dağılımından kaç adet veri üretileceğini belirler. 5000 adet ayrı uzunlukta üretilen lognormal dağılımı, verileri kendi içerisinde toplanarak toplam kayıp dağılımı verisi olarak yazılır. Bu işlemlerin herbiri olay tipi için de tekrarlanacağı düşünülürse işlemlerin elle yapılması çok uzun sürecektir. Bu nedenle bu işlemleri yapabilecek bir makro yazılmıştır.

3.3 Simülasyon

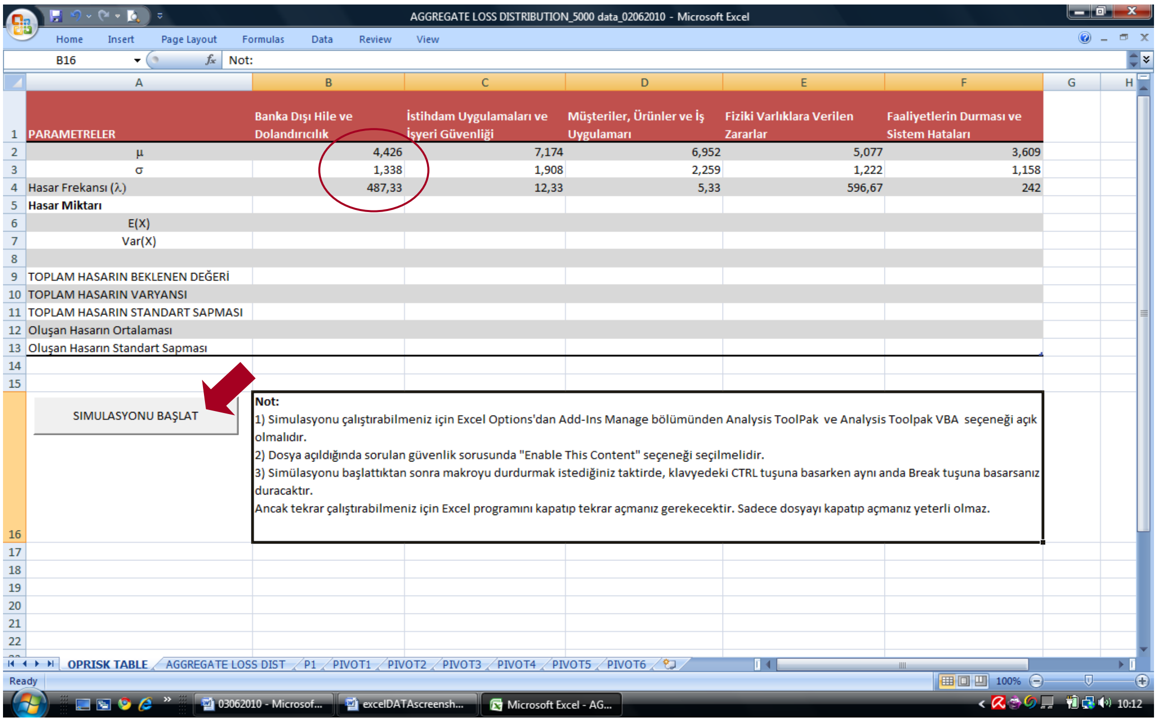
Ekte verilen Excel dokümanında Visual Basic kodları kullanılarak hazırlanmış olan Makro'yu çalıştırabilmek için dosya açıldıktan, sonra güvenllik sorusunda "Enable This Content" seçeneği Şekil 3.4'deki gibi seçimlelidir.



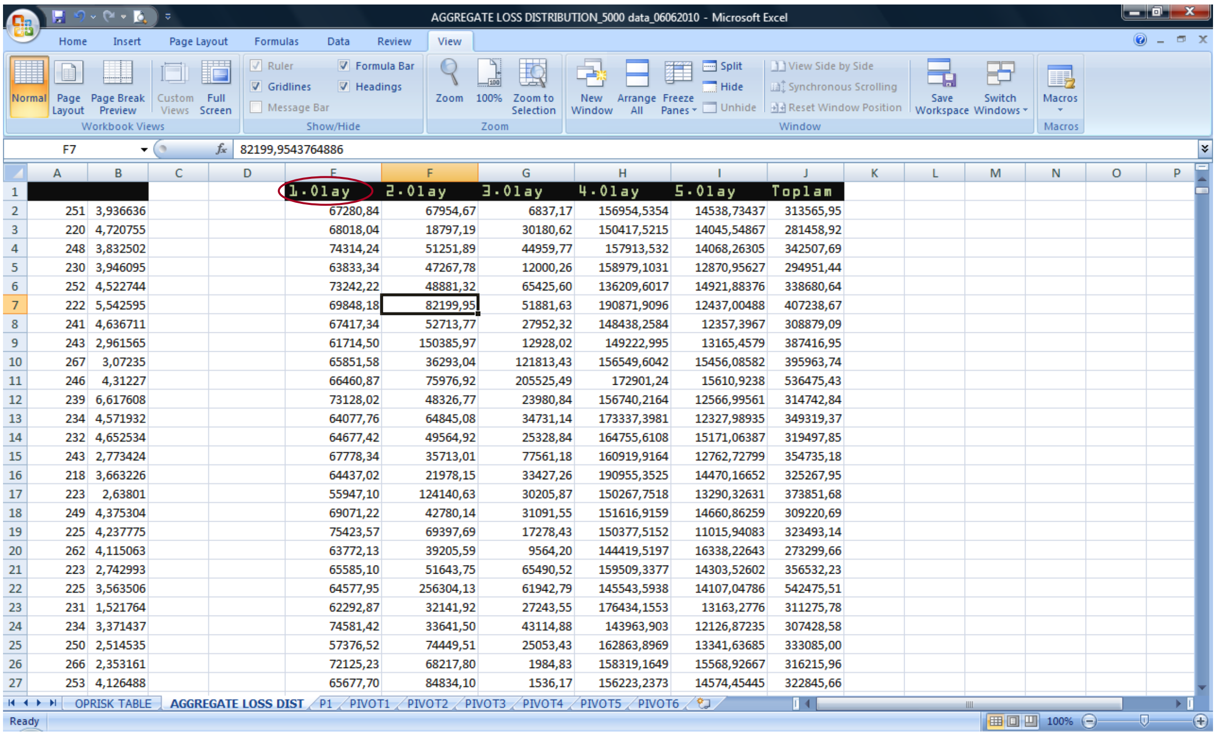
Şekil 3.4: Makro Erişimi İçin Ekran Görüntüleri

"Oprisk Table" sayfasında bulunan tabloya operasyonel risk verilerine ait parametre değerleri sırasıyla girilmelidir. Parametre değerleri girildikten sonra Simülasyonu Başlat butonuna basılarak simülasyon başlatılır.

Şekil 3.5'de parametre değerlerinin girilebileceği tablonun ekran görüntüsü verilmiştir. "Simülasyonu Başlat" butonuna basıldıktan sonra beş olay tipi ve toplam için simülasyonları yapmaya başlar. Simülasyonun bittikten sonra oluşan ekranın görüntüsü Şekil 3.6'da verilmiştir.



Şekil 3.5: Oprisk Table Ekran Görüntüsü



	A	B	E	F	G	H	I	J
1			1.Olay	2.Olay	3.Olay	4.Olay	5.Olay	Toplam
2	251	3,936636	67280,84	67954,67	6837,17	156954,5354	14538,73437	313565,95
3	220	4,720755	68018,04	18797,19	30180,62	150417,5215	14045,54867	281458,92
4	248	3,832502	74314,24	51251,89	44959,77	157913,532	14068,26305	342507,69
5	230	3,946095	63833,34	47267,78	12000,26	158979,1031	12870,95627	294951,44
6	252	4,522744	73242,22	48881,32	65425,60	136209,6017	14921,88376	338680,64
7	222	5,542595	69848,18	82199,95	51881,63	190871,9096	12437,00488	407238,67
8	241	4,636711	67417,34	52713,77	27952,32	148438,2584	12357,3967	308879,09
9	243	2,961565	61714,50	150385,97	12928,02	149222,995	13165,4579	387416,95
10	267	3,07235	65851,58	36293,04	121813,43	156549,6042	15456,08582	395963,74
11	246	4,31227	66460,87	75976,92	205525,49	172901,24	15610,9238	536475,43
12	239	6,617608	73128,02	48326,77	23980,84	156740,2164	12566,99561	314742,84
13	234	4,571932	64077,76	64845,08	34731,14	173337,3981	12327,98935	349319,37
14	232	4,652534	64677,42	49564,92	25328,84	164755,6108	15171,06387	319497,85
15	243	2,773424	67778,34	35713,01	77561,18	160919,9164	12762,72799	354735,18
16	218	3,663226	64437,02	21978,15	33427,26	190955,3525	14470,16652	325267,95
17	223	2,63801	55947,10	124140,63	30205,87	150267,7518	13290,32631	373851,68
18	249	4,375304	69071,22	42780,14	31091,55	151616,9159	14660,86259	309220,69
19	225	4,237775	75423,57	69397,69	17278,43	150377,5152	11015,94083	323493,14
20	262	4,115063	63772,13	39205,59	9564,20	144419,5197	16338,22643	273299,66
21	223	2,742993	65585,10	51643,75	65490,52	159509,3377	14303,52602	356532,23
22	225	3,563506	64577,95	256304,13	61942,79	145543,5938	14107,04786	542475,51
23	231	1,521764	62292,87	32141,92	27243,55	176434,1553	13163,2776	311275,78
24	234	3,371437	74581,42	33641,50	43114,88	143963,903	12126,87235	307428,58
25	250	2,514535	57376,52	74449,51	25053,43	162863,8969	13341,63685	333085,00
26	266	2,353161	72125,23	68217,80	1984,83	158319,1649	15568,92667	316215,96
27	253	4,126488	65677,70	84834,10	1536,17	156223,2373	14574,45445	322845,66

Şekil 3.6: Simülasyon Ekran Görüntüsü

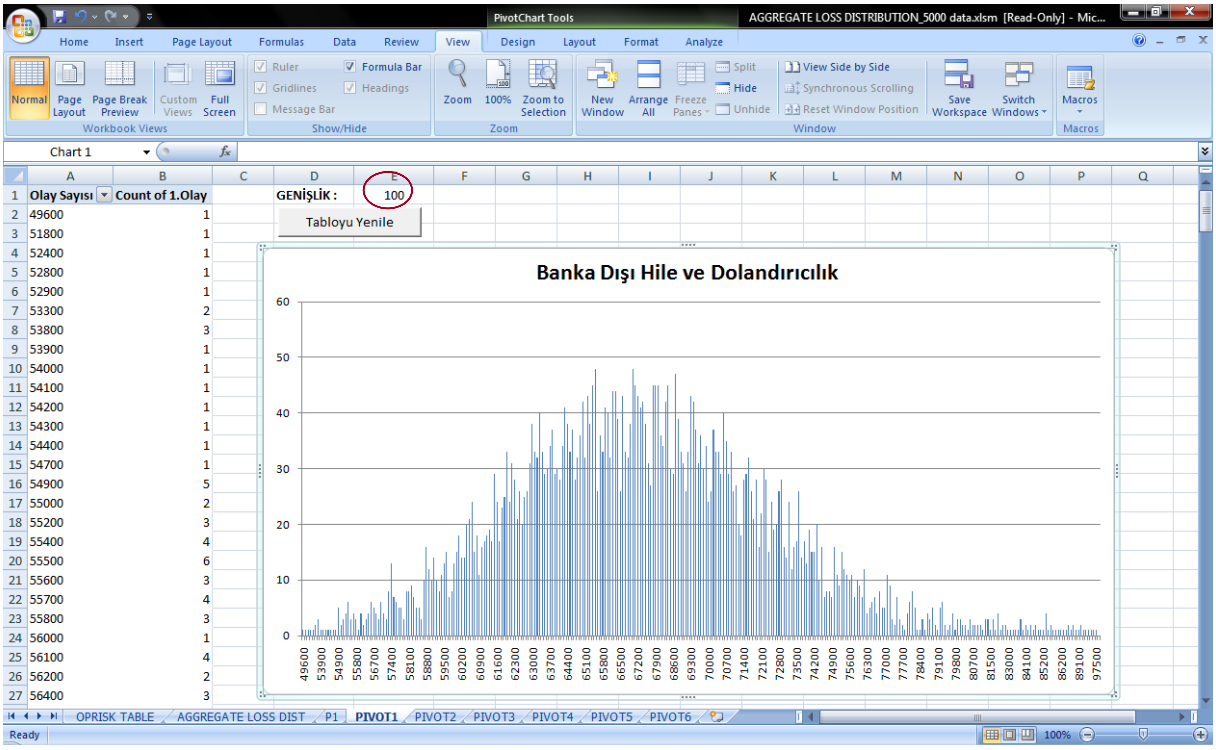
"Aggregate Loss Dist" sayfasındaki A sütününa, "Oprisk Table" sayfasındaki "Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık" sütününda bulunan λ parametresi için 5000 adet poisson dağılımna uygun sayı türetilir. "Aggregate Loss Dist" sayfasındaki B sütününa ise, "Oprisk Table" sayfasından “Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık” sütününda bulunan μ, σ parametre değerlerine uygun Lognormal dağılan herbiri A sütünundaki her değer uzunluğunda olacak şekilde sayı üretilip bu sayıların toplamını E sütününa yazdırılır. Simülasyon esnasında “E1” hücresinden, “Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık” sütünu için kaç adet sayı türetildiği görülebilir. “Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık” için 5000 adet toplam kayıp verisi üretildikten sonra aynı işlemler diğer operasyonel risk olay tipleri için yapılır.

Tüm sayı türetme işlemi bittikten sonra en son farklı olay tipleri için üretilen toplam kayıp verilerini (E, F, G, H, I) sütunlarındaki her satır verisi toplanarak tüm banka için toplam kayıp verisi elde edilmiş olur.

Simülasyon başlatıldıktan sonra makro durdurulmak istenildiği takdirde, klavyedeki Ctrl tuşu ile birlikte Break tuşuna basılarak durdurulabilir. Tekrar çalıştırabilmek için Excell programı kapatılıp tekrar açılmalıdır.

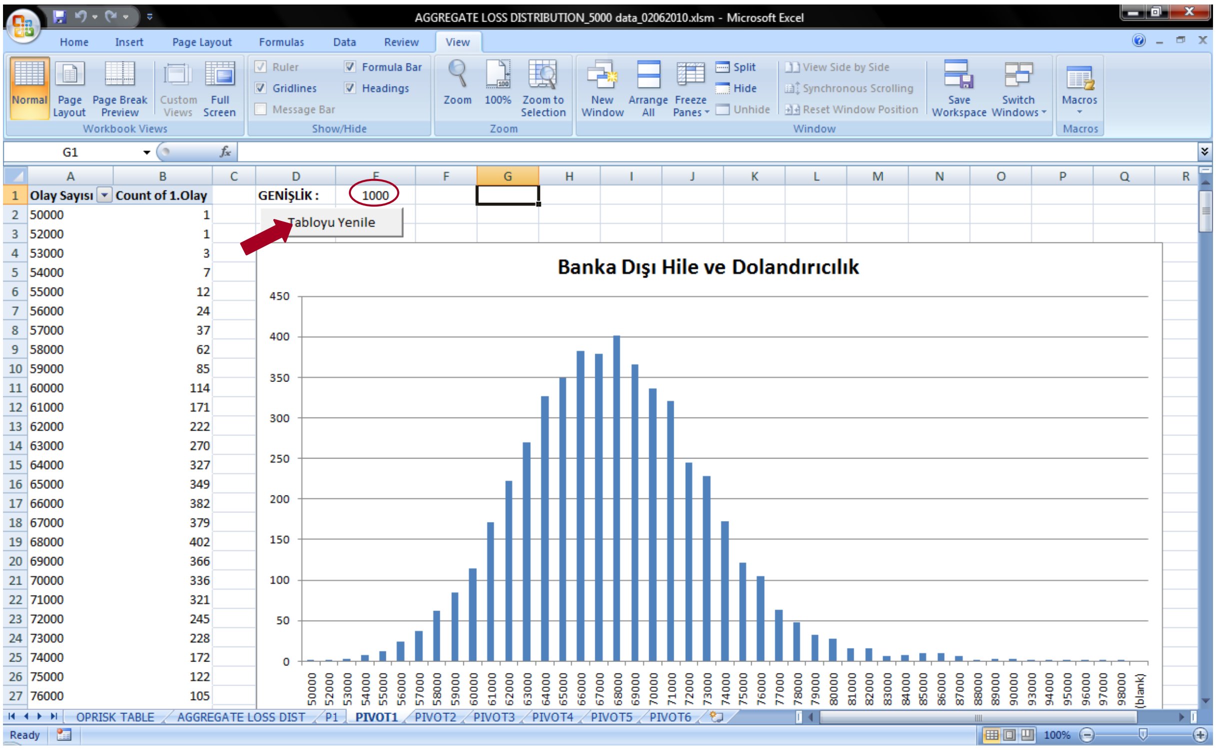
Simülasyon tamamlandıktan sonra beş olay ve toplam olayın değerlerini Excell, “Ceiling” foksiyonunu kullanrak belirlenmiş olan değer hassasiyesitinde yukarı yuvarlama yaparak histogramları oluşturur. Belirleyeceğimiz hasar değerleri arasındaki olayların kaç adet olduğunu görebilmek için bu grafikler oluşturulmaktadır. Bu hasar değerlerinin aralıklarını, Ceiling fonksiyonunda belirleyeceğimiz yuvarlama miktarı ile belirleriz.

“Ceiling” fonksiyonu ile belirlenen değer hassasiyetinde yukarı yuvarlama yapılarak elde edilen yeni değerler, “Pivot Table” vasıtasıyla, hangi değer gurubu arasında ne kadar olay olduğunu listeler ve grafiğini çizer. Ceiling fonksiyonunun çalışma mantığına örnek olarak, Ceiling(356,25;50) formülünün karşılığı 400’dür. Yani, 356,25 sayısı 50 sayısının katına yukarı yuvarlanmıştır. Böylece 50 sayısının katları olan yeni bir veri elde edilmiş olup, hangi aralıkta kaç olay olduğu listelenmiş olmaktadır. Bu şekilde 350 ile 400 arasındaki sayıların sayısı, 400 sayısına karşılık gelecek şekilde histogram oluşturulur.



Şekil 3.7: Pivot1 Ekran Görüntüsü

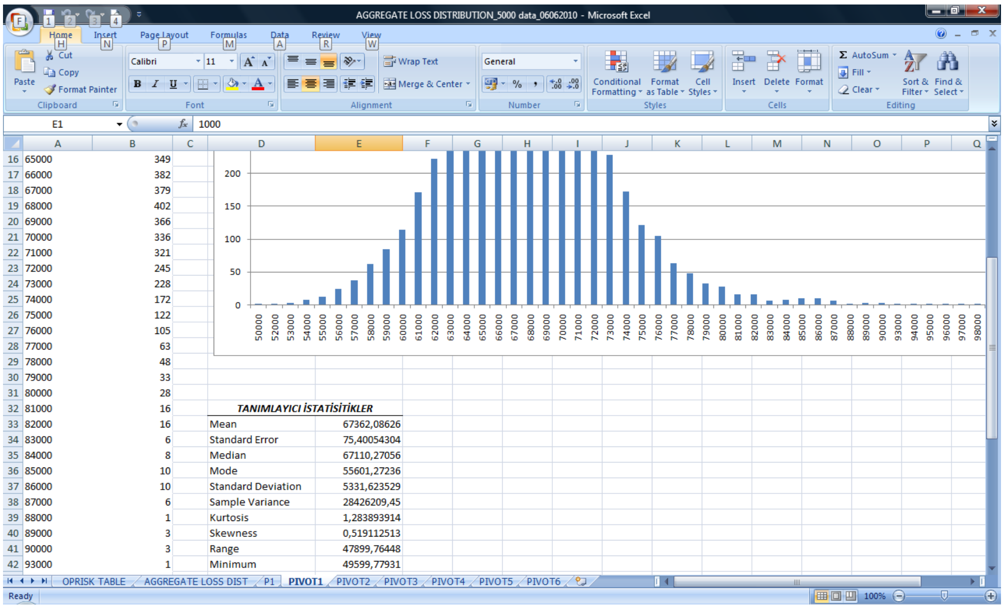
Pivot1 sayfasında Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık olayı için çizdirilmiş histogram görülmektedir. Histogramın genişliği istenilen şekilde ayarlanabilir. Genişliği değiştirmek için E1 hücresine yeni genişilik değeri girilerek Tabloyu Yenile butonuna basmak yeterlidir. Yeni genişlikte çizdirilen histogram aşağıdaki gibidir.



Şekil 3.8: Grafik Yenileme Ekran Görüntüsü

3.4 Tanımlayıcı İstatistikler

Pivot1, Pivot2,...,Pivot 6 sayfalarında her bir operasyonel risk grubu ait kayıp olaylarına ve tüm banka operasyonel toplam kayıp dağılımı için çizdirilen histogramlar ile birlikte tanımlayıcı istatistik bilgileri de makro ile otamatik oluşturulmaktadır. Grafik yorumlanırken, dağılımın ortalaması, çarpıklığı, basıklığı, maksimum minimum değerleri ve dağılım veri aralığı gibi bilgilerinde aynı anda değerlendirilmesine olanak sağlar.



Şekil 3.9: Tanımlayıcı İstatistikler Ekran Görüntüsü

Tüm operasyonel risk olayları için özet tanımlayıcı istatistikler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3.2: Tanımlayıcı İstatistikler Özet Tablosu

	Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık	İstihdam Uygulamaları ve İşyeri Güvenliği	Müşteriler, Ürünler ve İş Uygulamaları	Fiziki Varlıklara Verilen Zararlar	Faaliyetlerin Durması ve Sistem Hataları	Toplam
Ortalama	67.362,09	139.464,35	38.613,02	158.216,29	14.806,07	418.461,80
Standart Sapma	5.331,62	1.206.434,69	89.421,45	11.601,91	1.662,66	1.210.259,79
Basıklık	1,28	2.369,00	349,96	1,50	4,17	2.343,44
Çarpıklık	0,52	48,08	13,60	0,63	0,97	47,70

Bir dağılım momentleri ile karakterize edilebilir. Birinci ve ikinci momentleri bir dağılımın ölçek ve lokasyonunu karakterize eden dağılımın ortalama ve varyansıdır. Üçüncü moment dağılımının simetrisini ölçen çarpıklıktır. Dördüncü momenti, basıklık, kuyruğun ağırlığını ve dağılımın zirvesini birlikte karakterize eder. (Dutta & Perry, 2007)

3.5 Kayıp Dağılımlarının Beklenen Değerleri ve Varyansı

μ,σ parametreleri ile Lognormal dağılan bir dağılımın beklenen değeri;

$$E[X] = \exp\left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right)$$

Formülünde μ=4,426 ve σ=1,338 değerleri yerine koyulduğunda "Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık" operasyonel risk olayının Lognormal dağılım için şiddet dağılımının beklenen değeri; $E[X] = 204{,}613$ olarak bulunur. Dağılımın varyansı ise;

$$var(X) = (exp(\sigma^2) - 1)exp(2\mu + \sigma^2)$$

Formülünde μ=4,426 ve σ=1,338 değerleri yerine koyulduğunda "Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık" operasyonel risk olayının Lognormal dağılım için şiddet dağılımının varyansı; $var(X) = 208952{,}676$ olarak bulunur. Varyansın karekökü alınarak dağılımın standart sapması hesaplanır. Aynı şekilde diğer operasyonel risk olayları için hesaplanan beklenen değer ve varyans Tablo 3.3'te verilmiştir.

Tablo 3.3: Şiddet Dağılımının Teorik Beklenen Değerleri ve Varyansları

	Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık	İstihdam Uygulamaları ve İşyeri Güvenliği	Müşteriler, Ürünler ve İş Uygulamaları	Fiziki Varlıklara Verilen Zararlar	Faaliyetlerin Durması ve Sistem Hataları
E[X]	204,20	8.056,48	13.407,11	338,20	72,20
var(X)	208.952,68	2.408.662.419,12	29.394.266.122,60	394.805,38	14.715,66
Standart Sapma	457,11	49.078,13	171.447,59	628,34	121,31

Poisson dağılımının beklenen değerinin ve varyansının $E[N] = var(N) = \lambda$ olduğundan ikinci bölümde bahsedilmişti. Toplam kayıp dağılımı S'in beklenen değeri ve varyansı;

$$E[S] = E[N] \times E[X]$$
$$var(S) = E[N]var(X) + var(N)(E[X])^2$$

Olduğu bilindiğine göre, şiddet dağılımı Lognormal dağılan ve sıklığı Poisson dağılan toplam kayıp dağılımının beklenen değeri ve varyansı;

$$E[S] = \lambda E[X]$$
$$var(S) = \lambda(var(X) + (E[X])^2)$$
$$Standart\ Sapma = \sqrt{var(S)}$$

Fomüllerinde "Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık" operasyonel risk olayına ait değerler olan λ=487,33 ve E[X]=207,20 ve var(X)=208952,68 değerleri yerine konulduğunda E[S]=99714,21 ve var(S)=122231764,76 olarak bulunur. Her bir operasyonel risk olayı için işlemler tekrarlandığında bulunan toplam kayıp olaylarını beklenen değeri varyansı ve standart sapması Tablo 3.4'te verilmiştir.

Tablo 3.4: Toplam Kayıpların Beklenen Değerleri ve Varyansları

	Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık	İstihdam Uygulamaları ve İşyeri Güvenliği	Müşteriler, Ürünler ve İş Uygulamaları	Fiziki Varlıklara Verilen Zararlar	Faaliyetlerin Durması ve Sistem Hataları
E[S]	99.714,21	99.336,40	71.459,90	201.794,71	17.473,13
var(S)	122.231.764,76	30.499.109.309,81	157.629.509.234,40	303.815.812,78	4.822.802,39
Standart Sapma	11.055,85	174.639,94	397.025,83	17.430,31	2.196,09

3.6 Toplam Kayıp Dağılımlarının Normal ve Lognormal Yaklaşıma Göre Olasılık Değerleri

S dağılımına normal yaklaşım uygulanırken μ=E[S] ve $\sigma^2 = var(S)$ olsun. S'in yaklaşık olarak bu parametreler ile normal dağıldığı varsayılır (Gauger, Hopkins, Michael, & Wilson, s. 113).

$$Pr(S > s) \approx Pr\left(N(0,1) > \frac{s - E[S]}{\sqrt{var(S)}}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{s - E[S]}{\sqrt{var(S)}}\right)$$

$E[S] + z_\alpha\sqrt{var(S)}$, S'in yaklaşık 100(1-α) yüzdeliğidir.

"Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık" operasyonel risk olayına toplam kayıp dağılımı için; Pr(S>E[S])=0,5 olarak bulunur. Tablo 3.5'de normal yaklaşıma göre olasılık değerleri verilmiştir.

Tablo 3.5: Normal Yaklaşıma Göre Olasılık Değerleri

	Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık	İstihdam Uygulamaları ve İşyeri Güvenliği	Müşteriler, Ürünler ve İş Uygulamaları	Fiziki Varlıklara Verilen Zararlar	Faaliyetlerin Durması ve Sistem Hataları
Pr(S>E[S])	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
Pr(S>2E[S])	0,0	0,28	0,43	0,0	0,0
Pr(S>3E[S])	0,0	0,13	0,36	0,0	0,0
Pr(S>4E[S])	0,0	0,04	0,29	0,0	0,0

Tablo 3.5 incelendiğinde normal yaklaşıma göre “Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık” olayı için verilerin E[S] yani 99.714,21 değerinden büyük olma olasılığı % 50’dir. Ancak 2E[S] yani 199.428,42 değerinden büyük olma olasılığı %0 dır. Simülasyon verileri incelendiğinde gerçektende 199.428,42 değerinden büyük bir veri olmadığı görülmektedir. “İstihdam Uygulamaları ve İşyeri Güvenliği” olayını incelediğimizde 4E[S]’den yani 397.345,6 değerinden büyük olma olasılığının % 4 olduğunu söyleyebiliriz. Simülasyon verileri bu olay için incelendiğinde 212 tane verinin bu değerden büyük olduğu gözlemlenmiştir. 5000 adet veri içinden 212 tanesinin 397.345,6 değerinden büyük olması olasılığı yaklaşık olarak % 4’e denk gelir. Aynı şekilde “Müşteriler, Ürünler ve İş Uygulamaları” olayı için 3E[S] yani 214.379,7 değerinden büyük olma olasılığı normal yaklaşıma göre %36’dır. Simülasyon verilerini incelenirse, 214.379,7 değerinden büyük veri sayısı olasılığı yaklaşık % 3 olarak bulunmuştur. “Müşteriler, Ürünler ve İş Uygulamaları” operasyonel risk olayı için normal yaklaşımın doğru sonuç vermediğini söyleyebiliriz. Bu durumda dağılımın sağa çarpık ve uzun kuyruklu olmasından dolayı lognormal yaklaşımın daha uygun olacağı düşünülebilir.

Bir L değişkeni μ,σ parametreleri ile lognormal olsun.

$$L = exp\left(N(\mu, \sigma^2)\right)$$

Dağılımın momentleri;

$$E[L^k] = e^{k\mu + k^2\sigma^2/2}$$

Kümülatif dağılım fonksiyonu;

$$F_L(x) = \Pr(L \leq x) = Pr\big(N(\mu, \sigma^2) \leq log(x)\big) = \Phi\left(\frac{log(x) - \mu}{\sigma}\right)$$

L’nin 100(1-α) yüzdeliği;

$$e^{\mu + z_\alpha \sigma}$$

S dağılımının lognormal yaklaşımında parametreleri;

$$E[S] = E[L] = e^{\mu + 0,5\sigma^2}$$
$$E[S^2] = E[L^2] = e^{2\mu + 2\sigma^2}$$

Simetrik normal dağılımına karşın, tipik kayıp dağılımları çoğunlukla lognormal dağılımı gibi sağa çarpıktır. Lognormal modelleme ile sağ kuyruk yaklaşımı muhtemelen normal modellemeye dayananlardan daha doğrudur (Gauger, Hopkins, Michael, & Wilson). Tablo3.6’de lognormal yaklaşıma göre olasılık değerleri verilmiştir.

Tablo 3.6: Lognormal Yaklaşıma Göre Olasılık Değerleri

	Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık	İstihdam Uygulamaları ve İşyeri Güvenliği	Müşteriler, Ürünler ve İş Uygulamaları	Fiziki Varlıklara Verilen Zararlar	Faaliyetlerin Durması ve Sistem Hataları
Pr(S>E[S])	0,48	0,28	0,14	0,34	0,14
Pr(S>2E[S])	0,0	0,12	0,08	0,11	0,08
Pr(S>3E[S])	0,0	0,06	0,06	0,04	0,06
Pr(S>4E[S])	0,0	0,04	0,04	0,02	0,04

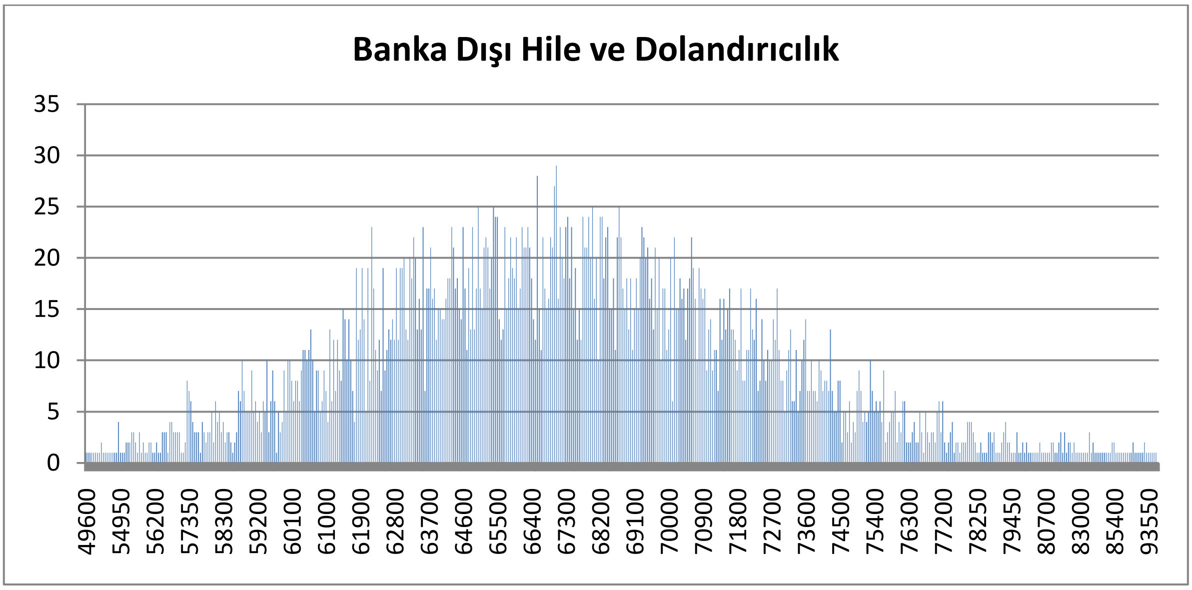
“Müşteriler, Ürünler ve İş Uygulamaları” olayı için 3E[S] yani 214.379,7 değerinden büyük olma olasılığı normal yaklaşıma göre % 6’dır. Simülasyon verilerini incelenirse, 214.379,7 değerinden büyük veri sayısı olasılığı yaklaşık % 3 olarak bulunmuştur. Normal yaklaşımdan lognormal yaklaşımın bu olay için daha uygun olduğu görülmektedir. Simülasyon verileri kullanılarak hesaplanan olasılık değerleri Tablo 3.7’de verilmiştir.

Tablo 3.7: Simülasyon Verilerinin Olasılık Değerleri

	Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık	İstihdam Uygulamaları ve İşyeri Güvenliği	Müşteriler, Ürünler ve İş Uygulamaları	Fiziki Varlıklara Verilen Zararlar	Faaliyetlerin Durması ve Sistem Hataları
Pr(S>E[S])	0,0	0,34	0,12	0,04	0,05
Pr(S>2E[S])	0,0	0,13	0,04	0,0	0,0
Pr(S>3E[S])	0,0	0,06	0,02	0,0	0,0
Pr(S>4E[S])	0,0	0,04	0,01	0,0	0,0

Tablo 3.7'de açıkça görülmektedir ki "Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık", "Fiziki Varlıklara Verilen Zararlar" ve "Faaliyetlerin Durması ve Sistem Hataları" operasyonel risk olayları için normal yaklaşım ile elde edilen olasılık değerleri daha uyguniken, "İstihdam Uygulamaları ve İşyeri Güvenliği", "Müşteriler Ürünler ve İş Uygulamaları" operasyonel risk olayları için lognormal yaklaşım ile elde edilen olasılık değerleri daha uygundur. Olayların grafiklerine bakarakta bu durumu doğrulamak mümkündür. "Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık", "Fiziki Varlıklara Verilen Zararlar" ve "Faaliyetlerin Durması ve Sistem Hataları" operasyonel risk olaylarına ait grafiklerin daha çok normal dağılıma yaklaştığını görülmektedir. "İstihdam Uygulamaları ve İşyeri Güvenliği", "Müşteriler Ürünler ve İş Uygulamaları" operasyonel risk olaylarına ait grafiklerin ise daha çok sağa çarpık uzun kuyruklu bir dağılım gösterdiğini yani lognormal dağılıma yaklaştığını söyleyebiliriz.

Grafik 3.1: Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık Verilerine Ait Histogram



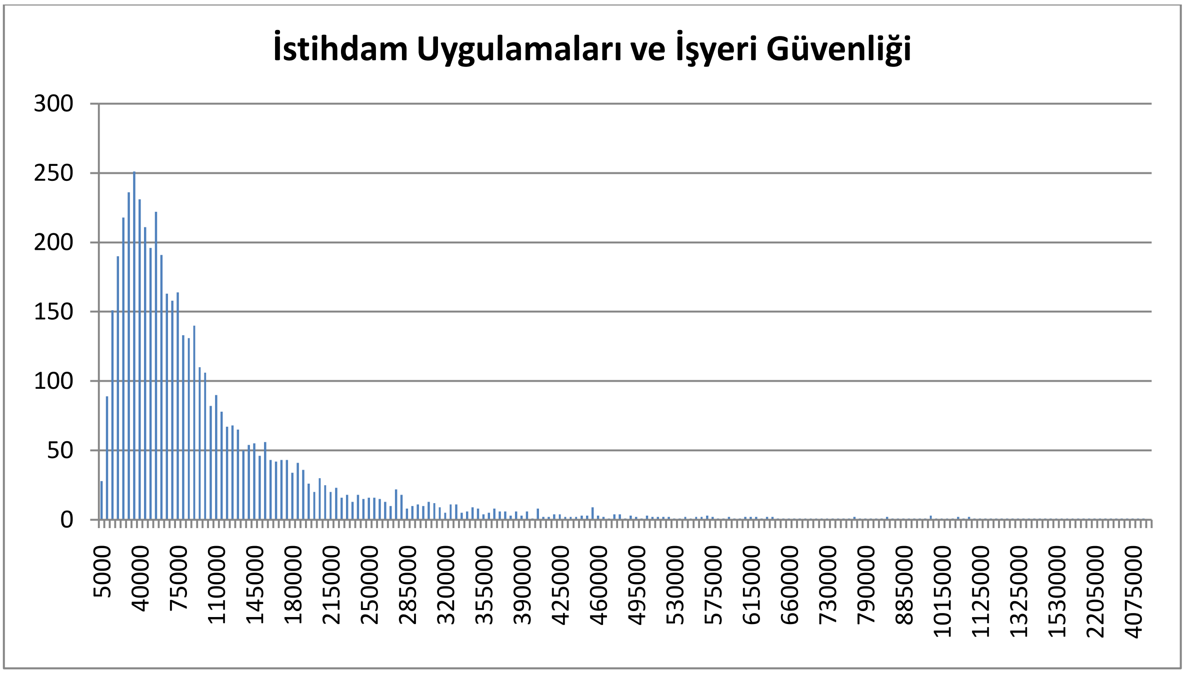
Tablo 3.8: Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık Tanımlayıcı İstatistikleri

Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık					
Ortalama	**Standart Sapma**	**Basıklık**	**Çarpıklık**	**Minumun Değer**	**Maksimum Değer**
67.362,09	5331,62	1,28	0,52	49.599,78	97.499,54

Basıklık katsayısının 3'den küçük olması basık ve ince kuyruklu (playkurtik) bir dağılım olduğunu gösterir. Çarpıklık katsayısı 0,519 olması yani sıfırdan çok farklı olmaması dağılımın normal dağılıma yakın bir özellik gösterdiğinin belirtisidir.

Normal yaklaşıma göre S'in 0,1 yüzdelik değeri $E[S] + z_{\alpha}\sqrt{var(S)}$ formülünden 133.876,78 olarak hesaplanır.

Grafik 3.2: İstihdam Uygulamaları ve İşyeri Güvenliği Verilerine Ait Histogram



Tablo 3.9: İstihdam Uygulamaları ve İşyeri Güvenliği Tanımlayıcı İstatistikleri

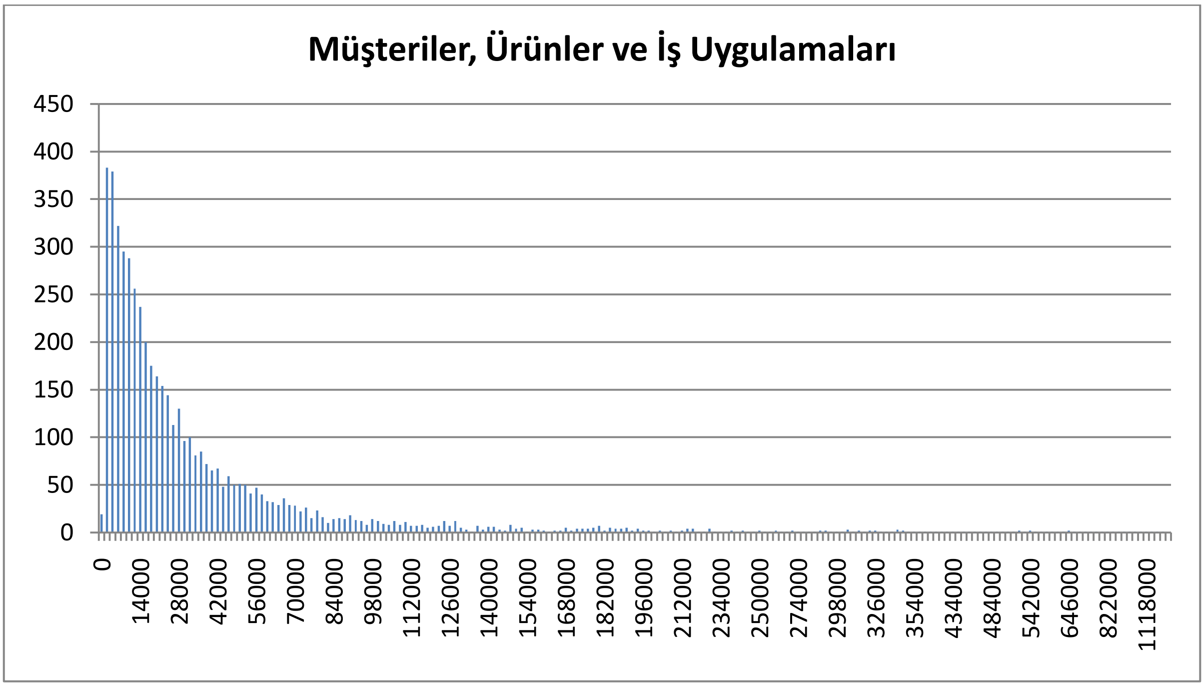
İstihdam Uygulamaları ve İşyeri Güvenliği					
Ortalama	**Standart Sapma**	**Basıklık**	**Çarpıklık**	**Minumun Değer**	**Maksimum Değer**
139.464,35	1.206.434,69	2.369,002	48,08	578,78	59.658.135,68

Basıklık katsayısının yaklaşık olarak 2369 çıkması 3 den oldukça büyük olan bu değer ile dağılımın sivri ve kalın kuyruklu (leptokurtik) olduğunun göstergesidir. Çarpıklık katsayısı

48,08 değeri ile sıfırdan oldukça büyük olduğu için sağa çarpık dağılımdır. Kuyruk bölgesinde eksterm değerlerin gözlemlendiği görülmektedir.

Lonormal yaklaşıma göre S'in 0,1 yüzdelik değeri $e^{\mu+z_{\alpha}\sigma}$ formülünden 3.816.723,34 olarak hesaplanır. Simülasyon verilerine bakıldığında 3.816.723,34 değerinden 5000 adet veriden sadece 5 tanesinin büyük olduğu yani 0,1 yüzdelik değeri doğruladığı görülmektedir. "İstihdam Uygulamaları ve İşyeri Güvenliği" operasyonel riskinin verilen parametre değerleri ile log normal yaklaşıma daha uygun olduğu söylenebilir.

Grafik 3.3:Müşteriler, Ürünler ve İş Uygulamaları Verilerine Ait Histogram



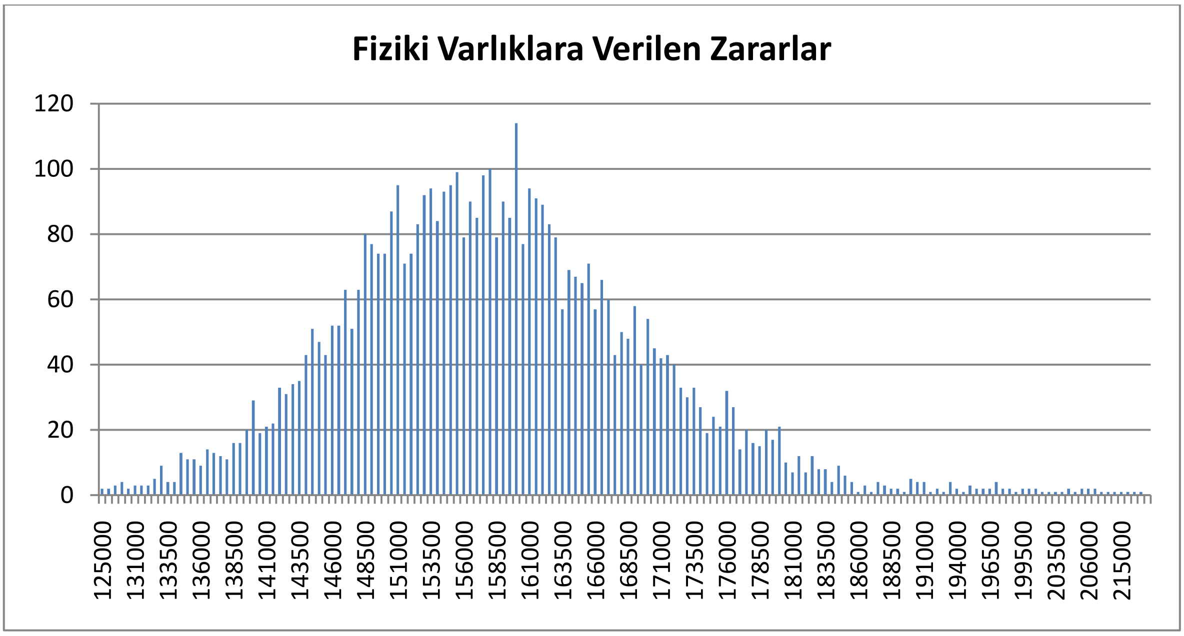
Tablo 3.10: Müşteriler, Ürünler ve İş Uygulamaları Tanımlayıcı İstatistikleri

Müşteriler, Ürünler ve İş Uygulamaları					
Ortalama	**Standart Sapma**	**Basıklık**	**Çarpıklık**	**Minumun Değer**	**Maksimum Değer**
38.613,02	89.421,45	349,96	13,60	0	3.177.91

Tablo değerleri dağılımın sağa çarpık, sivri ve kalın kuyruklu bir dağılım olduğunu göstermektedir.

Lognormal yaklaşıma göre S'in 0,1 yüzdelik değeri $e^{\mu+z_{\alpha}\sigma}$ formülünden 559.450.857,1 olarak hesaplanır. Simülasyon verileri incelenirse bu değerden büyük hiç bir değerin olmadığı görülmektedir. "Müşteriler, Ürünler ve İş Uygulamaları" operasyonel riskine ait toplam kayıp verilerinin lognormal yaklaşıma çok uymadığı söylenebilir.

Grafik 3.4: Fiziki Varlıklara Verilen Zararlar Verilerine Ait Histogram



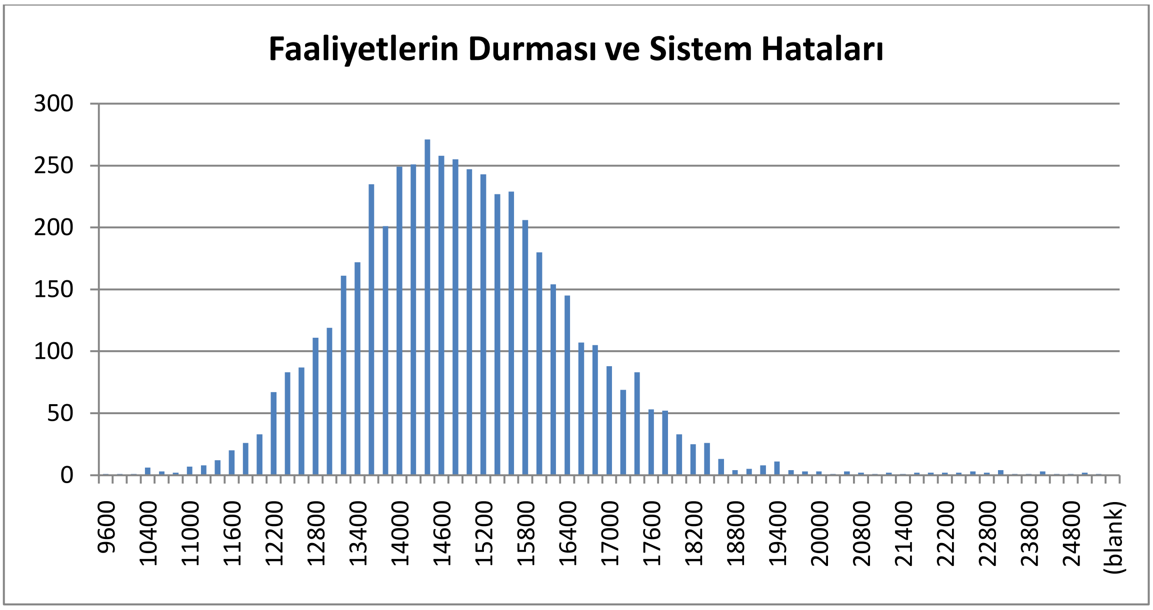
Tablo 3.11: Fiziki Varlıklara Verilen Zararlar Tanımlayıcı İstatistikleri

Fiziki Varlıklara Verilen Zararlar					
Ortalama	**Standart Sapma**	**Basıklık**	**Çarpıklık**	**Minumun Değer**	**Maksimum Değer**
158.216,3	11601,9	1,5	0,6	124.764,3	223.222,3

Grafikten de görüleceği gibi dağılım normal dağılıma benzemektedir. Tablo çarpıklık değeri çarpıklığın sıfırdan çok farklı olmaması nedeniyle, normal dağılım gibi simetrik dağılıma yakın olduğunu gösterir. Basıklık değeride üçten küçük olduğu için basık ve ince kuyruklu olduğu söylenebilir.

Normal yaklaşıma göre S'in 0,1 yüzdelik değeri $E[S] + z_{\alpha}\sqrt{var(S)}$ formülünden 255.654,38 olarak hesaplanır.

Grafik 3.5: Faaliyetlerin Durması ve Sistem Hataları Verilerine Ait Histogram



Tablo 3.12: Faaliyetlerin Durması ve Sistem Hataları Tanımlayıcı İstatistikleri

Faaliyetlerin Durması ve Sistem Hataları					
Ortalama	**Standart Sapma**	**Basıklık**	**Çarpıklık**	**Minumun Değer**	**Maksimum Değer**
14.806,07	1.662,664	4,17	0,97	9.504,83	30.131,12

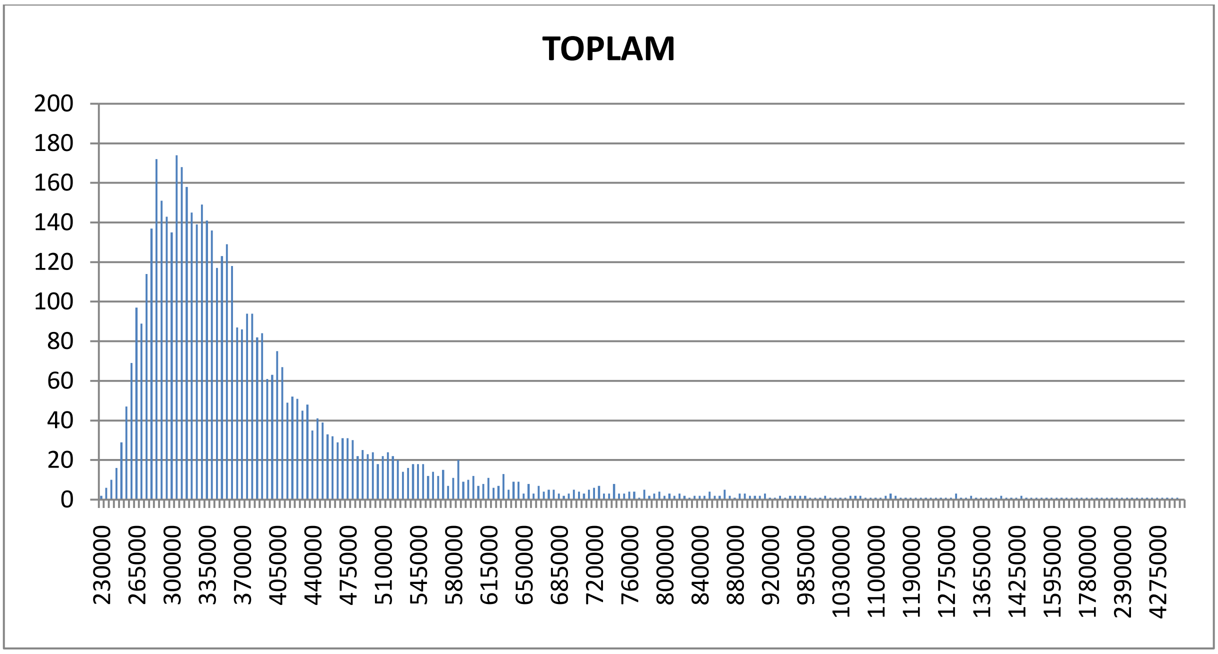
Basıklık değeri 3'e en yakın olan dağılımdır. Çarpıklık değeri sıfırdan çok farklı olmadığı için dağılımın normale yakın olduğu söylenebilir.

Normal yaklaşıma göre S'in 0,1 yüzdelik değeri $E[S] + z_\alpha\sqrt{var(S)}$ formülünden 24.259,04 olarak hesaplanır. Simülasyon verilerinden sadece 4 tanesinin bu değerden büyük olması yaklaşık olarak 0,1 yüzdelik değerin 24.259,04 den büyük olduğunu doğrulamakadır. Normal dağılıma yaklaşık bir dağılım olduğu söylenebilir.

3.7 Tüm Banka İçin Toplam Kayıp Dağılımının Oluşturulması

Beş farklı operasyonel risk olayı için oluşturulan toplam kayıp dağılımlarının herbir simülasyon değerlerinin toplamları alınarak tüm banka için toplam kayıp dağılımı verisi üretilmiş olur.

Grafik 3.6: Toplam Kayıp Dağılımına Ait Histogram



Tablo 3.13: Tanımlayıcı İstatistikleri

Tüm Banka İçin Toplam Kayıp Dağılımı					
Ortalama	**Standart Sapma**	**Basıklık**	**Çarpıklık**	**Minumun Değer**	**Maksimum Değer**
418.461,80	1.210.259,79	2.343,44	47,70	226.049,80	59.993.837,26

Simülasyon verilerine ait grafik ve tablodan görüldüğü gibi toplam kayıp dağılımı sivri ve kalın kuyruklu, sağa çarpık bir dağılımdır.

"Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık" olayına ait toplam kayıp dağılımını S_1, "İstihdam Uygulamaları ve İşyeri Güvenliği" olayına ait toplam kayıp dağılımını S_2 , "Müşteriler, Ürünler ve İş Uygulamarı" olayına ait toplam kayıp dağılımını S_3 , "Fiziki Varlıklara Verilen Zararlar" olayına ait toplam kayıp dağılımını S_4, "Faaliyetlerin Durması ve Sistem Hataları" olayına ait toplam kayıp dağılımını S_4, tüm banka için toplam kayıp dağılımına S diyelim.

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5$$

Bileşik Poisson modeline ait sıklık modelinin parametresi $\lambda = \lambda_1 + \cdots + \lambda_5$ olacaktır. Ve değeri λ=1343,66 olarak hesaplanır. Bileşik şiddet modelinin de $f_S(x) = \frac{\lambda_1}{\lambda} f_{S_1(x)+\cdots+} \frac{\lambda_k}{\lambda} f_{S_5(x)}$ olacağı Bölüm 2'de Bileşik Poisson Dağılımı başlığı altında anlatılmıştır. Tüm banka için oluşturulan toplam dağılımın şiddet dağılımı aşağıdaki gibidir.

$$f_S(x) = 0,363 \frac{1}{\mathrm{x} \cdot 1,338\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(\ln\mathrm{x} - 4,426)^2}{1,338^2}\right\} + \cdots$$
$$+ 0,18 \frac{1}{\mathrm{x} \cdot 1,158\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(\ln\mathrm{x} - 3,609)^2}{1,158^2}\right\}$$

Bölüm 2'de belirtildiği gibi aynı dağılıma sahip bağımsız rassal değişkenlerin beklenen değei ve varyansının toplamı toplam dağılımının beklelen değerini ve varyansını verir.

Tablo 3.14: Tüm Banka İçin Toplam Kayıp Dağılımının Beklenen Değeri ve Varyansı

	Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık [S_1]	**İstihdam Uygulamaları ve İşyeri Güvenliği [S_2]**	**Müşteriler, Ürünler ve İş Uygulamaları [S_3]**	**Fiziki Varlıklara Verilen Zararlar [S_4]**	**Faaliyetlerin Durması ve Sistem Hataları [S_5]**	**Toplam [S]**
E[S_i]	99.714,21	99.336,40	71.459,90	201.794,71	17.473,13	489.778,36
var(S_i)	122.231.764,76	30.499.109.309,81	157.629.509.234,40	303.815.812,78	4.822.802,39	188.559.488.924,14

Tablo 3.15: Tüm Banka İçin Toplam Kayıp Dağılımının Teorik Olasılık Değerleri

	Normal Yaklaşım	**Lognormal Yaklaşım**
Pr(S>E[S])	0,50	0,35
Pr(S>2E[S])	0,13	0,10
Pr(S>3E[S])	0,01	0,03
Pr(S>4E[S])	0,0	0,01

Normal yaklaşıma göre 489.778,36 'nin üstünde kaybın olma olasılığı %50 iken, lognormal yaklağımına göre %35 olacağı hesaplanmıştır. 979.556,72'nin üstünde kaybın olma olasılığı ise normal yaklaşıma göre %13, lognormal yaklaşıma göre %10 olarak hesaplanmıştır.

Tablo 3.16: Simülasyon Verilerinin Yaklaşık Olasılık Değerleri

Pr(S>E[S])	0,140
Pr(S>2E[S])	0,020
Pr(S>3E[S])	0,006
Pr(S>4E[S])	0,003

3.7 Kayıp Dağılımlarının Beklenen Kayıpları ve VaR Değerleri

Toplam kayıp dağılımının beklenen değeri beklenen kaybına eşittir. Bölüm 2'de Riske maruz sermaye (CaR) hesaplaması başlığı altında detayları verilmiştir. $E[S] = EL(S)$ eşitliği yardımıyla tüm kayıpların teorik beklenen değerlerini, beklenen kayıp olarak yazabiliriz.

Bankanın operasyonel riskleri için riske maruz değer hesaplaması VaR, $P(Kayıp > VaR) \leq 1 - \alpha$ olasılığının α güven seviyesinde hesaplanması olduğuna göre farklı yaklaşımlar ile olasılık hesaplamalarını yapabiliriz.

Tablo 3.17: Risk Olayları İçin VaR Değerleri

		VaR$_{99,9}$		
	EL(S_i)	**Normal Yaklaşım**	**Lognormal Yaklaşım**	**Simülasyon Verilerinden Hesaplanan %99,9**
Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık [S_1]	99.714,21	133.876,78 (0)	139.457,22 (0)	93.528,57 (5)
İstihdam Uygulamaları ve İşyeri Güvenliği [S_2]	99.336,40	638.973,82 (74)	1.923.061,312 (13)	4.026.738 (5)
Müşteriler, Ürünler ve İş Uygulamaları [S_3]	71.459,90	1.298.269,82 (3)	3.973,495,25 (0)	1.064.859 (5)
Fiziki Varlıklara Verilen Zararlar [S_4]	201.794,71	255.654,38 (0)	262.418,81 (0)	213.583,47 (5)
Faaliyetlerin Durması ve Sistem Hataları [S_5]	17.473,13	24.259,45 (4)	25.525,3 (1)	24.212,75 (5)
Toplam [S]	489.778,36	1,831,562,51 (18)	3.855.420,28 (5)	4.323.534,20 (5)

Tablo 3.17'de değerlerin altında parantez içinde gösterilen sayılar simülasyon verilerine ait bu değerlerin üstünde gerçekleşen kayıp sayısını vermektedir. Teorik olarak "Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık" olayı için normal yaklaşıma göre %99,9 olasılıkla 133.876,78 değerinin altında kayıp meydana geleceği beklenir. Simülasyon bu risk grubuna ait verileri incelendiğinde 133.876,78 değerini aşan olayın gözlemlenmediği görülmektedir. "Banka Dışı Hile ve Dolandırıcılık" olayına ait veri grafiği ve tanımlayıcı istatistik göstergeleri incelemelerinin normal dağılıma daha yakın bir dağılım özelliği gösterdiği daha önce bahsedilmiştir. Bu olay için beklenen kayıp 99.714,21 hesaplanırken VaR değeri 133.876,78 olarak alınabilir.

"İstihdam Uygulamaları ve İşyeri Güvenliği" operasyonel isk olayı için lognormal yaklaşımın daha uygun olduğundan daha önce bahsedilmiştir. Tablo 3.17'de görüldüğü gibi normal dağılım yaklaşımı ile hesaplanan değerin üstünde 74 kayıp gerçekleşirken lognormal yaklaşımla hesaplanan değerin üstünde 13 kayıp gerçekleşmiştir. Ancak 5000 olaydan 13 kaybın gerçekleşmesi yaklaşık olarak %99,7'ye denk gelmektedir. %99,9 olasılık ile hesaplamaları yapmak istediğimiz için bu değer yerine simülasyon verilerinden elde edilen %99,9 yüzdeliğine denk gelen verinin yani 4.026.738 değerinin alınması daha olduğu görülmektedir.

"Müşteriler, Ürünler ve İş Uygulamaları" operasyonel risk olayına ait grafik ve tanımlayıcı istatistik değerleri incelendiğinde lognormal yaklaşıma daha uygun olduğu göstermiştik. Burada Tablo 3.17'de lognormal yaklaşımına göre hesaplanan VaR değeri 3.973,495,25 olarak alınabilir.

"Fiziki Varlıklara Verilen Zararlar" operasyonel risk olayına ait grafik ve tanımlayıcı istatistik değerleri incelendiğinde normal yaklaşıma daha uygun olduğundan daha önce bahsetmiştik. Normal yaklaşımına göre hesaplanan VaR değerini 255.654,38 olarak alınabilir.

"Faaliyetlerin Durması ve Sistem Hataları" operasyonel risk olayına ait grafik ve tanımlayıcı istatistik değerleri incelendiğinde normal yaklaşıma daha uygun olduğundan daha önce bahsedilmiştir. Buna dayanarak normal yaklaşımına göre hesaplanan VaR değerini 24.259,45 olarak alınabilir. Tablo 3.17'de de görüldüğü gibi sadece 4 kayıp olayı bu değeri aşmıştır. Buda %99,9 yüzdeliğinin içinde kalmaktadır. VaR değerinin olarak 24.259,45 alınması uygundur.

Operasyonel risk olaylarının toplamı olan "Toplam" için lognormal yaklaşıma göre hesaplanan VaR değerinin kullanılması daha uygun görülmektedir. Tablo 3,17'de görüldüğü gibi 3.855.420,28 değerini aşan %99,9 sınırı içinde kalan 5 kayıp olayı gözlemlenmiştir.

SONUÇ

Operasyonel risk kapsamında bankaların toplam kaybı için ayıracağı sermaye miktarını belirlemesi oldukça önemlidir. Uluslararası piyasalarda yaşanan hızlı gelişmeler bankacılık sektörünü köklü değişikliklere zorlamıştır. Teknolojik gelişmeler süreçleri etkilemiş, ürün çeşitliliğini artırmıştır. Satın almalar ve birleşmeler sonucunda çok uluslu şirket yapıları oluşmuş geçiş aşamasında yaşananlar kurum yapısını ve personeli etkilemiştir. Bu farklılaşmaların yarattığı riskler geçmişte bankalar için büyük tehdit unsurları olmuştur. Tüm bu gelişmeler sonucunda bankalar, operasyonel risklerin de en az, piyasa riski ve kredi riski kadar önemli olduğunu farketmişlerdir. Çok büyük boyutlara ulaşabilecek bu riskler için en doğru sermaye miktarını ayırmak bankanın finansal istikrarı için çok önemlidir. Riske karşılık ayrılan sermaye miktarının, az olması bankayı iflasa sürükleyebilirken, çok olması da bankanın karlılığını azaltmaktadır. Bankalar Basel II standartlarına göre, operasyonel riske neden olan faaliyetlerini tanımlamalı ve bunları ölçümleyerek gerekli ekonomik sermayeyi ayırmalıdır. Ekonomik sermayenin ölçümü için Basel Komite temel gösterge yaklaşımı, standart yaklaşım, alternatif standart yaklaşım ve gelişmiş ölçüm yaklaşımı olmak üzere dört farklı model önermiştir. Temel gösterge yaklaşımı, standart yaklaşım, alternatif standart yaklaşım brüt gelir gibi muhasebe hesaplarına yoğunlaştıkları için genel sonuçlar vermektedirler. Gelişmiş ölçüm yaklaşımları ise daha karmaşık hesaplamalar içermekle birlikte riske karşı daha duyarlıdır.

Gelişmiş ölçüm yaklaşımlarından biri olan kayıp dağılım yaklaşımı tarihsel verileri kullanarak kayıpların olasılık dağılımlarını tahmin etmekte ve bu şekilde gelecekte oluşabilecek kayıplar ile ilgili yorumlar yapabilmemize olanak sağlamaktadır. Bu yaklaşımı kullanmak için operasyonel kayıp olaylarına ait risk matrisi faaliyet kolu ve risk türü bazında oluşturulmaktadır. Kayıp olaylarını gruplandırdığı için genel bir incelenme yerine riskin oluşma sebebi ve detayları ile ilgili bilgi vermektedir.

Gelişmiş ölçüm yaklaşımlarını kullanmak isteyen bir banka gerekli altyapıya sahip olmalıdır. Diğer yaklaşımlara göre daha fazla kaynak gerektirmektedir. Bankaların çok detaylı veri settinin bulunması gerekmektedir. Bu altyapıyı oluşturmak masraflı ve zaman isteyen bir süreçtir. Yöntemin uzun zaman alması ve pahalıya mal olması dezavantajıdır.

Kayıp dağılımları yaklaşımı matematiksel olarak sağlam temellere dayanan istatistiksel bir yöntemdir ve objektiftir. Belirli güven aralıklarında oluşabilecek hasarın şiddetine ilişkin bilgi verebilmektedir. Ancak yöntemin geçerliliğini koruyabilmesi için yeterli miktarda güvenilebilir nitelikli verilerin olması gerekir. Yöntemin diğer bir dezavantajı gelecekte oluşabilecek büyük değişimleri (devralma, birleşme, ekonomik kriz gibi) göz önüne alabilmesi için geliştirilmesi gerektiğidir.

Kaybın sıklığı ve büyüklüğü ayrı süreçler olara ele alınır ve incelenir. Bu iki sürecin farklı yöntemler ile birleştirilmesi sonucu oluşan toplam kayıp dağılımı gelecekte kayıpların nasıl bir seyirde gidebileceğine ilişkin bilgiler vermektedir. Toplam kayıp dağılımı kullanılarak riske maruz sermaye değerleri hesaplanır. Dağılımların kuyruk davranışları bu hesaplamaları etkileyen önemli faktörlerden birisidir. En uygun dağılımın belirlenmesi doğru hesaplamaların yapılmasında temel oluşturur. Toplam kaybın şiddeti göz önüne alınarak rezerv ayırır, yatırım politikalarını belirler.

Uygulamada da görüldüğü gibi operasyonel risk kayıp olaylarına ait toplam kayıp dağılımlarının şekli, ayrılması gereken sermaye miktarını etkilemektedir. Dağılım kalın kuyruklu ve sağa çarpık özellikte ise semaye hesabını normal yaklaşım ile yapmak ayrılması gereken sermaye miktarının altında bir değer vereceği için riskli olacaktır. Normal yaklaşım ile hesaplanan VaR miktarından, lognormal yaklaşıma göre hesaplanan VaR miktarı daha yüksektir. Dağılım kalın kuyruklu ve sağa çarpık ise uç değerler vardır. Uç değerlerin yoğunluğu ya da dağılımım kuyruğunun uzunluğu VaR miktarını değiştirdiği uygulamada görülmektedir.

KAYNAKÇA

1. Allen, L., Boudoukh, J., & Saunders, A. (2004). *Understanding Market, Credit and Operational Risk, The Value at Risk Approach.* UK: Blackwell Publishing Ltd.
2. Bankacılar Dergisi. (2006). Operasyonel Risk İleri Ölçüm Modelleri. *Bankacılar Dergisi, Sayı 58* , 122-188.
3. Basel Committee on Banking Supervision. (November 2005). *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards.* A Revised Framework.
4. Beirlant, J., Geogebeur, Y., Teugels, J., & Segers, J. (2004). *Statistics of Extremes Theory and Applications.* England: John Wiley & Sons Ltd.
5. BIS. (2004). *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards.* Basel: Basel Committee on Banking Supervision.
6. BIS. (2001e). *Regulatory Treatment of Operational Risk.* Basel Committee on Banking Supervision.
7. Boyacıoğlu, M. A. (2002). Operasyonel Risk Yönetimi. *Bankacılar Dergisi, sayı 43* .
8. Chambers, N., & Çifter, A. (2007). Operasyonel Risk Yönetimi'nde Zarar Dağılımları İle Gelişmiş Ölçüm Yaklaşımı Uygulaması. *Doğuş Üniversitesi Dergisi, 8 (2)* , 143-158.
9. Cizek, P., Hardle, W., & Weron, R. (2005). *Statistical Tools for Finance and Insurance.* Springer.
10. Cox, D., & Cox, M. (2006). *The Mathematics of Banking and Finance.* UK: John Wiley & Sons Ltd.
11. CRUZ, M. G. (2002). *Modeling, Measuring and Hedging Operational Risk,.* UK: John Wiley & Sons, Ltd.
12. Cruz, M., Coleman, R., & Salkin, G. (1998). Modeling and measuring operational risk. *The Journal of Risk,Volume:1, No:1.*
13. Cunningham, R. J., Herzog, T. N., & London, R. L. (2005). *Models For Quantifying Risk.* ACTEX Publications Inc.
14. Çağıl, G. (2006). *Sermaye Yeterliliği Açısından Operasyonel Risk ve Bankacılık Sektöründe Uygulanması.* İstanbul: T.C.Marmara Üniversitesi Bankacılık ve Sigortacılık Enstitüsü, Doktora Tezi.
15. Dutta, K., & Perry, J. (2007). A Tale of Tails: An Empiricial Analysis of Loss Distribution Models for Estimating Operational Risk Capital. Federal Reserve Bank of Boston, Working Paper.

16. Feller, W. (1968). *An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Volume I, Third Edition.* USA: Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, John Wiley & Sons.
17. Frachot, A., Georges, P., & Rocalli, T. (2001). *Loss Distribution Approach for Operational Risk.* France: Working Paper, Credit Lyonnais.
18. Frachot, A., Moudoulaud, O., & Roncalli, T. (May 2003). Loss Distribution Approach in Practice. *The Basel Handbook* .
19. Gauger, M., Hopkins, D., Michael, H., & Wilson, J. (2006). *Construction of Actuarial Models.* USA: BPP Professional Education.
20. Gourier, E., Farkas, W., & Abbate, D. (Fall 2009). Operational Risk Quantification Using Extreme Value and Copulas:From Theory to Practice. *The Journal of Operational Risk, vol 4/number 3* , 3-26.
21. Operasyonel Risk Grubu. (2006). Operasyonel Risk. *Bankacılar Dergisi, Sayı 58* , 95-112.
22. Harmantzis, D. F. (2003 Şubat). Operational Risk Management in Financial Services and the New Basel Accord. *ORMS Today* , 7.
23. Heckman, P. E., & Meyers, G. G. (May 1983). The Calculation of Aggregate Loss Distributions From Claim Severity and Claim Count Distributions. *Proceedings of the Casualty Actuarial Society, Vol. 70, No. 133* , 22-61.
24. *http://en.wikipedia.org/wiki/Lognormal*. June 02, 2010 tarihinde Wikipedia. adresinden alındı
25. *http://tr.wikipedia.org*.June02,2010tarihinde http://tr.wikipedia.org/wiki/%C3%9Cstel_da%C4%9F%C4%B1l%C4%B1m. adresinden alındı
26. *http://tr.wikipedia.org*.June02,2010tarihinde http://tr.wikipedia.org/wiki/Pareto_da%C4%9F%C4%B1l%C4%B1m%C4%B1. adresinden alındı
27. İnal, C., & Günay, S. (1993). *Olasılık ve Matematiksel İstatistik* . Beytepe-Ankara: Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi Yayınları.
28. Jimene, E. J., Feria, J. M., & Martin, J. L. (2007). Economic Capital for Operational Risk: Applying The Loss Distribution Approach (LDA). *The European Financial Management Association* .
29. Jimenez, E. J., Feria, J. M., & Martin, J. L. (2008). Advanced Versus Non- Advanced Approaches For Estimating Operational Capital At Risk: An Evidence From Retail Banking.

30. Jorion, P. (2007). *Financial Risk Manager Handbook, Fourth Edition.* New Jersy: John Wiley & Sons.
31. Jorion, P. (2001). *Value at Risk:The New Benchmark for Managing Financial Risk, Second Edition.* USA: McGraw-Hill Companies.
32. Klugman, S. A., Panjer, H. H., & Willmot, G. E. (2004). *Loss Models From Data To Decisions, Second Edition.* USA: John Wiley and Sons.
33. Lewis, N. D. (2004). *Operational risk with Excel and VBA : applied statistical methods for risk management.* Published by John Wiley & Sons, Inc.
34. Manic, I. (2007). *Mathematical Models for Estimation of Operational Risk and Risk Management.* Master Thesis
35. Mazıbaş, M. (2006-3). *Bankalarda Operasyonel Risk Veri Tabanının Oluşturulması.* Bankacılık Düzenleme Ve Denetleme Kurumu.
36. Mazıbaş, M. (2006). Operasyonel Risk Ölçümü:Kayıp Dağılımları Modellemesi. *Bankacılık Düzenleme ve Denetleme Kurumu (BDDK)* .
37. Mirzai, B. (2001, November). *http://www.bos.frb.org/bankinfo/conevent/oprisk/index.htm.* May 31, 2010 tarihinde http://www.bos.frb.org. adresinden alındı
38. Önalan, Ö. (2003). Finansal Risk Yönetiminde Ekstrem Değer Teorisi. *T.C.Marmara Üniversitesi İİBF Dergisi* , Cilt 18,Sayı1.
39. P.Robertson, J. (1992). The Computation of Aggregate Loss Distributions. *Proceeds of Casualty Actuarial Society 79* , 57-133.
40. Panjer, H. H. (1981). Recursive Evaluation of Compound Distributions. *Astin Bulletin* , 22-26.
41. Panjer, H., & Willmot, G. (1986). Computational Aspects of Recursive Evaluation of Compound. *Insurance: Mathematics and Economics, vol 5,issue 1* , 113-116.
42. Papush, D., Patrik, G., & Podgaits, F. (2001). Approximations of the Aggregate Loss Distribution. *Casualty Actuarial Society Forum Casualty Actuarial Society* , 175-186.
43. Pratt, J. W. (1976). F.Y. Edgeworth and R.A. Fisher on The Efficiency of Maximum Likelihood Estimation. *The Annals of Statistics, vol.4,no.3* , 501-514.
44. Rachev, S. T., Menn, C., & Fabozzi, F. J. (2005). *Fat-Tailed and Skewed Asset Return Distributions.* USA: John Wiley & Sons Ltd.
45. Reiss, R. D., & Thomas, M. (2007). *Statistical Analysis of Extreme Values with Applications to Insurance, Finance,Hydrology and Other FieldsThird Edition.* Basel: Birkhauser Verlag.

46. Teker, D. L. (2006). *Bankalarda Operasyonel Risk Yönetimi.* İstanbul: Literatür Yayıncılık.

47. Venter, G. (1983). Transformed Beta and Gamma Distributions and Aggregate Losses. *Proceeds of Casualty Actuarial Society 70* , 156-193.

48. Willmot, G. E., & Lin, X. S. (2001). *Lundberg Approximations for Compound Distributions with Insurance.* New York, USA: Springer-Verlag.

49. Yardibi, F. (2009). Kayıp Dağılımlar Yaklaşımının Finans Ve Aktüeryal Alanlardaki Uygulamalarının İncelenmesi. *11. Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu, Erzurum* , Bildiri.

50. Yıldırım, H. (İstanbul, 2006). Bankalarda Operasyonel Risk Yönetimi. *T.C.Marmara Üniversitesi Bankacılık Ve Sigortacılık Enstitüsü Bankacılık Anabilim Dalı* , 17.

EK

Excel 2007, Simülasyon Visual Basic kodları aşağıdaki gibidir.

```
Sub POISION_GENERATION()

Sheets("OPRISK TABLE").Select
Range("B6:F13").Select
Selection.ClearContents

Sheets("AGGREGATE LOSS DIST").Select
Range("A1:J5001").Select
Selection.ClearContents

Sheets("P1").Select
Range("A1:M5001").Select
Selection.ClearContents

Application.Calculation = xlCalculationAutomatic

Dim ITERASYON As Integer
ITERASYON = 5000
Dim PoisonArray(1 To 5000) As Integer
Dim L, M, S As Integer

DoEvents
' 1. olay ____________________________________________________________

   L = Range("'OPRISK TABLE'!$B$4")

On Error GoTo HATA
Application.Run "ATPVBAEN.XLAM!Random", Range("'AGGREGATE LOSS
DIST'!$A$2"), 1, ITERASYON, 5, , L  'Bu kod Poisson dağılıman uygun sayı türetir.

   M = Range("'OPRISK TABLE'!$B$2")
   S = Range("'OPRISK TABLE'!$B$3")


For i = 1 To ITERASYON
   Range("E1").Value = i
   PoisonArray(i) = ActiveSheet.Range("A" & i + 1).Value
   Range("B1:B1000").Select
   Selection.ClearContents

   Application.Run "ATPVBAEN.XLAM!Random", ActiveSheet.Range("$B$2"), 1,
PoisonArray(i), 2, , M, S 'Bu kod, herbir poisson verisi için normal dağılıma uygun sayı
türetir.


      toplamEXP = 0
```

```
    For j = 1 To PoisonArray(i)

        toplamEXP = toplamEXP + Exp(ActiveSheet.Range("B" & j + 1).Value)  ' Bu kod,
normal dağılım verisini LogNormal'e çevirir ve toplamını alır.

    Next j

    ActiveSheet.Range("E" & i + 1).Value = toplamEXP

Next i

' 2. olay_______________________________________________________________________

Range("A1:B5001").Select
Selection.ClearContents

    L = Range("'OPRISK TABLE'!$C$4")

Application.Run "ATPVBAEN.XLAM!Random", Range("'AGGREGATE LOSS
DIST'!$A$2"), 1, ITERASYON, 5, , L

    M = Range("'OPRISK TABLE'!$C$2")
    S = Range("'OPRISK TABLE'!$C$3")

For i = 1 To ITERASYON
    Range("F1").Value = i
    PoisonArray(i) = ActiveSheet.Range("A" & i + 1).Value

    Range("B1:B1000").Select
    Selection.ClearContents

    Application.Run "ATPVBAEN.XLAM!Random", ActiveSheet.Range("$B$2"), 1,
PoisonArray(i), 2, , M, S

        toplamEXP = 0

    For j = 1 To PoisonArray(i)

        toplamEXP = toplamEXP + Exp(ActiveSheet.Range("B" & j + 1).Value)

    Next j

    ActiveSheet.Range("F" & i + 1).Value = toplamEXP

Next i

' 3. olay_______________________________________________________________________

Range("A1:B5001").Select
Selection.ClearContents
```

```
   L = Range("'OPRISK TABLE'!$D$4")

Application.Run "ATPVBAEN.XLAM!Random", Range("'AGGREGATE LOSS
DIST'!$A$2"), 1, ITERASYON, 5, , L

   M = Range("'OPRISK TABLE'!$D$2")
   S = Range("'OPRISK TABLE'!$D$3")

For i = 1 To ITERASYON
   Range("G1").Value = i
   PoisonArray(i) = ActiveSheet.Range("A" & i + 1).Value

   Range("B1:B1000").Select
   Selection.ClearContents

   Application.Run "ATPVBAEN.XLAM!Random", ActiveSheet.Range("$B$2"), 1,
PoisonArray(i), 2, , M, S

      toplamEXP = 0

   For j = 1 To PoisonArray(i)

      toplamEXP = toplamEXP + Exp(ActiveSheet.Range("B" & j + 1).Value)

   Next j

   ActiveSheet.Range("G" & i + 1).Value = toplamEXP

Next i


' 4. olay_______________________________________________________________

Range("A1:B5001").Select
Selection.ClearContents

L = Range("'OPRISK TABLE'!$E$4")

Application.Run "ATPVBAEN.XLAM!Random", Range("'AGGREGATE LOSS
DIST'!$A$2"), 1, ITERASYON, 5, , L

M = Range("'OPRISK TABLE'!$E$2")
S = Range("'OPRISK TABLE'!$E$3")

For i = 1 To ITERASYON
   Range("H1").Value = i
   PoisonArray(i) = ActiveSheet.Range("A" & i + 1).Value
   Range("B1:B1000").Select
   Selection.ClearContents

   Application.Run "ATPVBAEN.XLAM!Random", ActiveSheet.Range("$B$2"), 1,
PoisonArray(i), 2, , M, S
```

```
   toplamEXP = 0

   For j = 1 To PoisonArray(i)

      toplamEXP = toplamEXP + Exp(ActiveSheet.Range("B" & j + 1).Value)

   Next j

   ActiveSheet.Range("H" & i + 1).Value = toplamEXP

Next i


  ' 5. olay_______________________________________________________________

Range("A1:B5001").Select
Selection.ClearContents

   L = Range("'OPRISK TABLE'!$F$4")

Application.Run "ATPVBAEN.XLAM!Random", Range("'AGGREGATE LOSS
DIST'!$A$2"), 1, ITERASYON, 5, , L

   M = Range("'OPRISK TABLE'!$F$2")
   S = Range("'OPRISK TABLE'!$F$3")

For i = 1 To ITERASYON
   Range("I1").Value = i
   PoisonArray(i) = ActiveSheet.Range("A" & i + 1).Value

   Range("B1:B1000").Select
   Selection.ClearContents

   Application.Run "ATPVBAEN.XLAM!Random", ActiveSheet.Range("$B$2"), 1,
PoisonArray(i), 2, , M, S

      toplamEXP = 0

   For j = 1 To PoisonArray(i)

      toplamEXP = toplamEXP + Exp(ActiveSheet.Range("B" & j + 1).Value)

   Next j

   ActiveSheet.Range("I" & i + 1).Value = toplamEXP

Next i


Call MakePivots
```

```
Call MakeLastFormulas

ActiveWorkbook.RefreshAll
Sheets("PIVOT1").Select
Range("E1").Select

Exit Sub

HATA:

MsgBox "Bir Hata Oluştu. Excel Opption'dan Add-ins bölümüne ulaşıp Manage butonu ile
gelecek olan ekranda Analysis ToolPak ve Analysis ToolPak-VBA seçeneğini aktive
ettiğinizden emin olun."

End Sub
```

```
Sub MakePivots()

Sheets("P1").Select
   Columns("A:N").Select
   Selection.ClearContents
   Range("A1").Select

Sheets("AGGREGATE LOSS DIST").Select
   Range("E1").Select
   ActiveCell.FormulaR1C1 = "1.Olay"
   Range("F1").Select
   ActiveCell.FormulaR1C1 = "2.Olay"
   Range("G1").Select
   ActiveCell.FormulaR1C1 = "3.Olay"
   Range("H1").Select
   ActiveCell.FormulaR1C1 = "4.Olay"
   Range("I1").Select
   ActiveCell.FormulaR1C1 = "5.Olay"
   Range("J1").Select
   ActiveCell.FormulaR1C1 = "Toplam"
   Range("J2").Select
   ActiveCell.FormulaR1C1 = "=SUM(RC[-5]:RC[-1])"
   Range("J2").Select
   Selection.AutoFill Destination:=Range("J2:J5001")
   Range("J2:J5001").Select
   Columns("J:J").EntireColumn.AutoFit
   Range("J9").Select
   Columns("E:J").Select
   Selection.Copy
   Sheets("P1").Select
   Range("A1").Select
   Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone, SkipBlanks _
      :=False, Transpose:=False
   Range("A1:F1").Select
   Application.CutCopyMode = False
```

```
    Selection.Copy
    Range("H1").Select
    ActiveSheet.Paste
    Range("H2").Select
    Application.CutCopyMode = False

    Range("H2").Select

    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=CEILING(RC[-7],PIVOT1!R1C[-3])"
    Range("I2").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=CEILING(RC[-7],PIVOT2!R1C5)"
    Range("J2").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=CEILING(RC[-7],PIVOT3!R1C5)"
    Range("K2").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=CEILING(RC[-7],PIVOT4!R1C5)"
    Range("L2").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=CEILING(RC[-7],PIVOT5!R1C5)"
    Range("M2").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=CEILING(RC[-7],PIVOT6!R1C5)"
    Range("H2:M2").Select
    Range("M2").Activate
    Selection.AutoFill Destination:=Range("H2:M5001")

    Range("H2").Select

    ActiveWorkbook.RefreshAll

End Sub
```

```
Sub MakeLastFormulas()

    Sheets("OPRISK TABLE").Select
    Range("B6").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=EXP(R[-4]C+(R[-3]C^2)/2)"
    Range("B7").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=(EXP(R[-4]C^2)-1)*EXP(2*R[-5]C+R[-4]C^2)"
    Range("B9").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=R[-5]C*R[-3]C"
    Range("B10").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=(R[-6]C*R[-3]C)+(R[-6]C*R[-4]C^2)"
    Range("B11").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=SQRT(R[-1]C)"
    Range("B12").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=AVERAGE('P1'!R[-10]C[-1]:R[4989]C[-1] )"
    Range("B13").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = "=STDEV('P1'!R[-11]C[-1]:R[4988]C[-1] )"
    Range("B6:B13").Select
    Selection.AutoFill Destination:=Range("B6:F13"), Type:=xlFillDefault

    Range("B6").Select
```

```
   Call SUMMARY

End Sub
```

```
Sub SUMMARY()
Sheets("P1").Select
Range("O2:Z35").Select
Selection.Clear
Application.Run "ATPVBAEN.XLAM!Descr", Sheets("P1").Range("A2:F5001"),
Sheets("P1").Range("O3"), "C", False, True

Sheets("PIVOT1").Select
Range("E1").Select

End Sub
```

Ö Z G E Ç M İ Ş

Adı ve SOYADI **:** Fatma YARDİBİ

Doğum Tarihi ve Yeri **:** 11.05.1977 Antalya

Medeni Durumu **:** Evli

<u>Eğitim Durumu</u>

Mezun Olduğu Lise **:** Antalya Çağlayan Lisesi

Lisans Diploması **:** Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü

Yükseklisans Diploması **:**

Tez Konusu **:** Operasyonel Riskin Kayıp Dağılımlar Yaklaşımı İle Modellenmesi

Yabancı Dil / Diller **:** İngilizce

<u>Bilimsel Faaliyetler</u>

Bildiri **:** "Kayıp Dağılımlar Yaklaşımının Finans Ve Aktüeryal Alanlardaki Uygulamalarının İncelenmesi", 11. Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu, Erzurum

<u>İş Deneyimi</u>

Çalıştığı Kurumlar **: 1-** Halk Yaşam A.Ş. Ankara Bölge Müdürlüğü, Ankara
2- İş Bankası Antalya Dokuma Şubesi, Antalya

E-mail **:** fatmayardibi@yahoo.com