T.C.

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI

İLKÖĞRETİM TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN PROBLEM ÇÖZMEDE ÇÖZÜM STRATEJİLERİ KULLANMA BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Havva ATAY

Antalya, 2017

T.C.

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İLKÖĞRETİM ANABİLİM DALI

İLKÖĞRETİM TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN PROBLEM ÇÖZMEDE ÇÖZÜM STRATEJİLERİ KULLANMA BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Havva ATAY

Danışman: Prof. Dr. Gabil ADİLOV

Antalya, 2017

DOĞRULUK BEYANI

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum bu çalışmayı, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yol ve yardıma başvurmaksızın yazdığımı, yararlandığım eserlerin kaynakçalardan gösterilenlerden oluştuğunu ve bu eserleri her kullanışımda alıntı yaparak yararlandığımı belirtir; bunu onurumla doğrularım. Enstitü tarafından belli bir zamana bağlı olmaksızın, tezimle ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara katlanacağımı bildiririm.

27.01.2017

Havva Atay

T.C.

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Havva ATAY'ın bu çalışması **27.01.2017** tarihinde jürimiz tarafından İlköğretim Anabilim Dalı **İlköğretim** Tezli Yüksek Lisans Programında **Yüksek Lisans Tezi** olarak **oy birliği/~~oy çokluğu~~** ile kabul edilmiştir

İMZA

Başkan : Yrd. Doç. Dr. **Ramazan Karataş**
Akdeniz Üniversitesi, Eğitim Fakültesi,
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi

Üye (Danışman) : Prof. Dr. **Gabil Adilov**
Akdeniz Üniversitesi, Eğitim Fakültesi,
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi

Üye : Yrd. Doç. Dr. **Zafer Şanlı**
Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Fen Edebiyat Fak.,
Matematik

YÜKSEK LİSANS TEZİNİN ADI:

Ortaokul Öğrencilerinin Problem Çözmede Çözüm Stratejileri Kullanma Becerilerinin İncelenmesi

ONAY: Bu tez, Enstitü Yönetim Kurulunca belirlenen yukarıdaki jüri üyeleri tarafından uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunun …………….. tarihli ve ….…………. sayılı kararıyla kabul edilmiştir.

ÖNSÖZ

Akademik çalışmalarımın bir başlangıcı ve ilerleyen yıllarımda bana büyük getirileri olacağına inandığım bu çalışmam boyunca her türlü yardımı ve desteğini benden esirgemeyen, bilgi birikimi ve tecrübeleri ile çalışmama yön veren, beni her konuda cesaretlendiren ve desteğini hep arkamda hissettiğim, anlayışı, kişiliği ve profeyonelliği ile kendime her zaman örnek alacağım değerli tez danışman hocam Prof. Dr. Gabil ADİLOV'a bu tezin tamamlanmasında gösterdiği titizliğinden ve bitmez tükenmez sabrından dolayı sonsuz şükranlarımı sunarım.

Tezimin hazırlanması sırasında beni cesaretlendiren ve manevi destek sağlayan değerli arkadaşlarm Fulya BECER'e ve Dilek HEATH'e teşekkürü bir borç bilirim.

Çalışmalarımda bana akademik anlamda her konuda destek sağlayan, bilgisini, hoşgörüsünü ve güler yüzünü hiç eksik etmeyen Doç. Dr. Sinem SEZER EVCAN, Yrd. Doç. Dr. Sevda SEZER BARUT ve Yrd. Doç. Dr. Güçlü ŞEKERCİOĞLU'na tüm yardımları için teşekkürlerimi sunarım.

Hayatımın her anında ve aldığım bütün kararlarda her zaman yanımda olan, bıkmadan beni destekleyen, çalışmalarım boyunca bilgisinden ve tecrübesinden yararlandığım hayat arkadaşıma ve ayrıca daha küçük yaşlarda olmalarına rağmen beni olgunlukla karşılayan ve sabır gösteren kızıma ve oğluma sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Bu çalışmayı, bugünlere gelmemde çok büyük emeği olan canım aileme, özellikle de desteğini her zaman yanımda hissettiğim biricik ANNEM'e ithaf ederim.

Havva ATAY

ÖZET

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN PROBLEM ÇÖZMEDE ÇÖZÜM STRATEJİLERİ KULLANMA BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

ATAY, Havva
Yüksek Lisans, İlköğretim Anabilim Dalı
Tez Yöneticisi: Prof. Dr. Gabil ADİLOV
Ocak 2017, 113 sayfa

Bu araştırma, ortaokul öğrencilerinin problem çözmede çözüm stratejilerini kullanma becerilerini değerlendirme amacı ile yapılmıştır. Bu amaç doğrultusunda, ilgili ders kitapları, yerli ve yabancı kaynaklar ve internet üzerinden ulaşılabilen çalışmalar taranarak araştırmacı tarafından 15 matematik problemi hazırlanmış ve bunların en az iki strateji ile çözülebilecek şekilde olmasına özen gösterilmiştir. Çalışma 2015-2016 öğretim yılında, 24 yedinci sınıf öğrencisi ile yapılmıştır. Öğrencilerin yaptıkları çözümler incelenerek öğrencilerin kullandıkları problem çözme stratejileri belirlenmiş ve çalışmada betimsel araştırma deseninden faydalanılmıştır. İstatiksel analiz, verilerin parametrik varsayımları yerine getirdiğinin anlaşılması sonucunda bağımsız gruplar t-testi ile yapılmıştır.

Araştırmanın amacı doğrultusunda, 12 Matematik Başarısı Yüksek (MBY) ve 12 Matematik Başarısı Orta (MBO) toplam 24 öğrenci uygun örnekleme tekniği ile seçilmiştir. Bu öğrenciler özel bir okulda okuyan, bir yıl önce Antalya ili genelinde 6. sınıf öğrencilerin katılabildiği seviye belirleme sınavında aldıkları puanlara göre belirlenen ve sınıflara yerleştirilen öğrencilerdir. MBY öğrencilerin matematik dersi, diğer gruptan farklı olarak 6. sınıftan itibaren haftalık ders programında daha fazla yer almıştır. Bu dersler araştırmacı tarafından verilmemiş, araştırma ile ilgili olmamıştır. Fakat öğrencilerin, fazladan işlenen matematik dersleri sayesinde farklı türde problemlerle uğraşma fırsatı buldukları bilinmektedir. Bu yüzden, MBY öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma becerilerinin daha yüksek çıkması beklenmiştir.

Sonuçlar, iki grupta en fazla "Denklem kurma/eşitlik yazma" stratejisinin kullanıldığını, "Şema çizme" stratejisinin ise MBY öğrencilerin en az tercih ettiği

strateji olduğunu göstermiştir. Bu iki grup arasında problem çözme açısından ise, doğal olarak, MBY belirgin bir şekilde üstün olduklarını, fakat, strateji kullanımı ortalaması açısından ise önemli bir fark olmadığını ortaya koymuştur. MBY öğrencilerin bile çözüm stratejilerini uygulamada bu kadar eksik kalmaları, “problem çözme becerisi yüksek olan öğrencilerin çözüm stratejisi uygulama becerileri de yüksek olur” düşüncesinin yanlış olabileceği ve aynı zamanda ortaokulda çözüm stratejileri öğretiminin istenen seviyede olmadığı anlamına gelmektedir.

Anahtar kelimeler: Problem Çözme Stratejileri, Problem Çözme, Matematik Başarısı Yüksek Öğrenciler, Matematik Eğitimi

ABSTRACT

INVESTIGATING SKILLS PROBLEM SOLVING STRATEGIES OF MIDDLE SCHOOL STUDENTS

ATAY, Havva
Master Thesis, Department of Elementary Education
Supervisor: Prof. Dr. Gabil ADİLOV
January 2017, 113 pages

The primary purpose of this research is to investigate the middle school students' skills of using problem solving strategies. For this purpose, 15 mathematics problems were gathered by ransacking the internet, text books and related studies. The problem set was prepared by the researcher in a way that each problem can be solved using at least two different strategies. In 2015-2016 academic year, 24 seventh grade students took part in this study and the descriptive research design was utilized to examine the data collected from students' written works and decide the problem solving strategies that students used to solve the problems. Since the research data meet the parametric assumptions, independent samples t- test was used for statistical analysis.

Based on convenience sampling method 12 high achievers (HA) and 12 normal achievers (NA) in mathematics, total 24 seventh grade students were selected. A year before in a private school, those students were identified and classified as HA and NA in mathematics according to their achievement scores on the placement test designed for 6th graders from middle schools in Antalya. The high achievers differed from the other group by having extra mathematics lessons in their course schedules. Those lessons were not instructed by the researcher or being related to the research. it is known that with the help of these extra hours, high achiever students have had the opportunity to work with different kinds of problems. Thus, HA were expected to have better scores at problem solving strategies.

Results showed that “writing a mathematical sentence/an equation” was the most preferred strategy in both groups while “Drawing a diagram” was the least preferred one in HA. It can be also concluded that there was a significant difference between the groups' problem solving skills, naturally in favor of the high achievers. However, there was no significant difference between the groups' problem solving strategies. That even the high achievers lack employment of different strategies could mean two things: first, the idea that “students who have a high level of problem solving skills also have a high level of problem solving strategies” is a common misconception; and, second, there is not enough emphasis on teaching problem solving strategies in the middle schools.

Keywords: Problem Solving Strategies, Problem Solving, High Achievers in Mathematics, Mathematics Education

İÇİNDEKİLER

BÖLÜM II

YÖNTEM

BÖLÜM III

BULGULAR

TABLOLAR LİSTESİ

ŞEKİLLER LİSTESİ

KISALTMALAR ve SEMBOLLER LİSTESİ

Bkz. : Bakınız

MBO : Matematik Başarısı Orta

MBY : Matematik Başarısı Yüksek

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

NCSM : National Council of Supervisors of Mathematics (Matematik Eğitmenleri Ulusal Konseyi)

NTCM : National Council of Teachers of Mathematics (Amerikan Öğretmenler Birliği)

Ort. : Ortalama

TDK : Türk Dil Kurumu

TIMSS : Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması)

vd. : Ve diğerleri

BÖLÜM I

GİRİŞ

Matematik, birçok bilim dalının kullandığı bir araç olup, ayrıca modern insanın objektif ve özgür düşünmesine, özgüveninin artmasına, karşılaştığı problemlerdeki sebep-sonuç ilişkilerini açıklamasına hizmet edecek yetenek ve becerilerinin gelişmesine yardımcı olmaktadır (Alkan ve Altun, 1998). Bu yüzden, gelmiş geçmiş tüm uygarlıklar matematiğe büyük önem vermiştir. Hemen her ülkenin eğitim sisteminde matematik öğretimi anadil öğretimi kadar önem taşımaktadır (Karaçay, 2010).

Alkan ve Altun'a göre matematiğin insan hayatındaki önemi ve bilimsel hayatın gelişmesine olan katkısından ötürü, matematik öğretimi önem kazanmakta ve matematik öğretimine okul öncesinden başlayarak, ilköğretim ve sonrasında geniş bir zaman ayrılmaktadır. Altun, matematik öğretiminin amacının ise genel olarak "Kişiye günlük hayatın gerektirdiği matematik bilgi ve becerileri kazandırmak, ona problem çözmeyi öğretmek ve olayları problem çözme atmosferi içinde ele alan bir düşünme biçimi kazandırmaktır" olarak ifade eder (1998, s.8).

Ülkemizdeki ortaokullarda problem çözmenin matematik ders kitaplarında bulunan problemler ve bunlarla ilgili alıştırmalarla sınırlı olduğu bilinmektedir. Ders kitaplarında bulunan problemler dört işlem problemleri olarak da bilinen rutin problemlerdir ve daha çok ezber ve tekrara dayanan matematiksel işlemler içeren türdendir. Bu çalışmanın amacı doğrultusunda ilgili literatür, yabancı kaynaklar ve ders kitapları incelendiğinde yabancı ülkelerde problem çözmeye daha çok önem verildiği, problem çözme stratejilerine daha fazla vurgu yapıldığı ve farklı stratejilerle çözülen rutin olmayan yani sıra dışı problemlere ders kitaplarında fazlaca yer verildiği görülmüştür. Ülkemizde ise problem çözme stratejilerinin kullanıldığı rutin olmayan problemlere gerek programda gerekse ders kitaplarında çok nadir yer verilmektedir (Çelebioğlu, 2009). Bunun yanısıra, problem çözme ve problem çözme stratejileri ile ilgili çalışmaların sınırlı olduğu, çoğunlukla ilköğretim düzeyine kaldığı ve özellikle matematik başarısı yüksek öğrencilerin rutin olmayan problemleri çözerken kullandıkları problem çözme stratejileri ile ilgili çalışmalara pek rastlanmadığı gözlenmiştir. Bu sebeple bu çalışmada ortaokul yedinci sınıf Matematik Başarısı Yüksek öğrencilerin matematik problemlerini çözmede kullandıkları problem çözme stratejileri belirlenmiş, hangi stratejileri nasıl kullandıkları incelenmiştir.

1.1. Problem Çözme

Problem çözme, matematik eğitiminde sık kullanılan öğretim yöntemlerinden biridir. 1978 yılında yayınlanmış Matematik Eğitmenleri Ulusal Konseyi [National Council of Supervisors of Mathematics (NCSM)] raporunda, "Matematik eğitiminin asıl sebebi problem çözmeyi öğrenmektir." ifadesi yer alır. Wilson, Fernandez ve Hadaway (1993) gibi birçok matematikçi ise "Matematik, problem çözmedir" diye kesin bir ifade kullanarak, problem çözme ve sürecinin matematik eğitim ve öğretiminin merkezine yerleştiğini gözler önüne serer. Dahası, "Problem çözmenin matematiğin kalbi" olduğunu söylerler (s.66). Kısacası, matematik eğitimcileri ve araştırmacılar, problem çözmenin matematik eğitiminin odak noktası olduğu konusunda hemfikirdir (Donaldson, 2011, s.1).

Krulik ve Rudnick 1996 yılında yaptıkları araştırmada, öğrencilerin sınıfları terk edip gerçek dünyaya adım attıklarında yanlarına almaları gereken temel becerilerden birinin de problem çözme olduğunu söylerler. Çünkü verilenleri anlama ve bunlar arasında ilişkiler oluşturabilme problem çözme esnasında oluşmaktadır ve bu her alanda ve her zaman gerekli bir beceridir (Krulik ve Rudnick, 1988). Halmos, problemlerin matematiğin kalbi olduğuna, eğitimcilerin ise derslerde, seminerlerde, yazdıkları kitaplar ve makalelerde giderek buna daha çok vurgu yapmasına ve öğrencileri kendilerinden daha iyi problem çözücüler olarak eğitmesi gerektiğine inanmaktadır (1980, s. 524).

Ülkemizde ise, özellikle son yıllarda, MEB Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı genel ve temel amaçlarında problem çözme önemli yer tutar (Milli Eğitim Bakanlığı, 2013). Aynı şekilde, Amerikan Öğretmenler Birliği [National Council of Teachers of Mathematics (NTCM)]'nin 2000 yılında yayınladığı standartlarda, problem çözmenin matematiğin ayrılmaz bir parçası olduğu vurgulanır. Bunlarla birlikte, problem çözebilmenin, günlük yaşam ve çalışma hayatında da büyük avantajlar sağladığı bilinmektedir. Tüm bu anlatılanların ışığında, son yıllarda problem çözme ve sürecinin matematik ders müfredatının en önemli parçası haline geldiğini söyleyebiliriz (Krulik ve Rudnick, 1988, s.8).

Karataş'a (2004) göre problem çözme, matematiksel bilginin anlaşılması ve bu bilgiler arası ilişkilerin oluşturulduğu süreç olmasından dolayı matematik eğitiminde bu kadar önemlidir. Phillips, Pazienza ve Ferrin'in (1984) yaptıkları araştırmaya göre, problem çözme ve karar verme, kişinin çok sayıda alternatifi belirlediği, değerlendirdiği ve bu alternatiflerden birini uygulamak için seçtiği karmaşık aşamalar bütünüdür.

1.2. Problem Çözme Süreci

Matematik öğretiminde problem çözme, ünlü Macar matematikçi George Polya'ya (1957) göre dört basamaktan oluşan bir süreçtir. Bu basamaklar kısaca şöyle açıklanabilir (Altun, 2015):

1) Problemi anlama**:** Sorular sorarak öğrencinin problemi anlamasını sağlama

Öğretmen, "Veriler ve koşullar nelerdir?", "Bilinmeyen nedir?", "Problemde eksik ya da fazla bilgi var mıdır?", "Varsa nelerdir?" benzeri sorular sorarak, öğrencilerin problemi anlamasını sağlamaya çalışır. Polya (1957) bu basamak ile ilgili görüşlerini kısaca şöyle ifade eder: "Anlamadığın bir soruyu cevaplamak saçmalıktır."

2) Plan yapma**:** Çözüm için uygun stratejiyi seçme

Bu basamak çözüm sürecinin dönüm noktasıdır. Polya'ya (1957) göre "Bir problemin çözümündeki ana başarı bir plan fikrinin ortaya çıkmasıdır". Bu çözüm planı yavaş yavaş ortaya çıkabileceği gibi aniden de gelişebilir. Bir plan tasarlamak ise problemi daha önceden çözülmüş problemlerle mukayese ederek veya daha basit ya da benzer bir problem çözerek olabilir (Donaldson, 2011). Çözüm planı, temelde problemin çözümüne uygun, geriye doğru çalışma, bağıntı bulma, şema çizme (modelleme), sistematik liste yapma, tahmin ve kontrol, denklem kurma/eşitlik yazma, canlandırma, muhakeme etme, basitleştirme, tablo yapma, problemi özetleme, formül kullanma, eleme, problemi alt problemlere parçalama gibi problem çözme stratejilerinden biri veya birkaçının seçilmesine bağlıdır.

3) Planı uygulama**:** Seçilen stratejiyi uygulama, gerektiğinde başka bir stratejiyi seçme

Polya'ya (1957) göre planı uygulamak bir önceki basamaktan çok daha kolaydır ve bu basamakta gereken şey sabırdır. Bu basamakta, çözüm planına uygun olarak seçilen strateji ile problem sabırla çözülmeye çalışılır, gerekli görüldüğünde planda düzenlemeler yapılır, hatta plan tamamen terkedilip yeni bir plan oluşturulur.

4) Çözümün değerlendirilmesi**:** Çözümün doğruluğunu ve geçerliğini kontrol etme

İyi problem çözücüler bir problem üzerinde çalışırken, hem çözüm esnasını hem de sonrasını dikkate alırlar. Çoğu kimsenin “Sonuçların doğruluğunu kontrol etme” olarak adladırdığı (Altun, 2015) bu basamak aslında, problemi ve sonucu gözden geçirme, başka çözüm yolları arama, uzantıları, bağlantıları ve benzer problemleri göz önüne getirme ve kısaca çözüm sürecini yansıtmaktır (Donaldson, 2011). Yani, bu aşamada öğrenci çözüm süresince ne yapıp yapmadığı hakkında düşünür, geriye dönerek çözüm için oluşturulan planı ve çözüm yolunu değerlendirir (Baki, 2015, s.199).

Polya'nın yanı sıra birçok eğitimci ve bilim adamı problem çözme sürecini farklı isimlerle adlandırdıkları fakat birbirine benzeyen basamaklardan oluşan modeller şeklinde tanımlamıştır. Örneğin, Stevens problem çözme sürecini şu şekilde tanımlamıştır (Aktaran: Çelikkaleli, 2010):

1) Problemin anlaşılması

2) Gerekli bilgilerin toplanması

3) Problemin özüne inilmesi

4) Çözüm yollarının ortaya konulması

5) En iyi çözüm yolunun seçilmesi

6) Problemin çözülmesi

Hicks ise altı adımlı genel problem çözme modelini oluşturmuştur. Bu modelde her bireyin bir problem çözme modelini bilmesi, bunu kendine uygun biçime sokması ve ondan sonra problemi çözmesi gerektiği önerilmektedir (Aktaran: Aksoy, 2003, s.83). Genel problem çözme modelinin aşamaları ise aşağıdaki gibidir:

1) Problem

2) Verilerin toplanması

3) Problemin yeniden tanımlanması

4) Uygun çözümlerin üretilmesi

5) En iyi çözümün seçilmesi

6) Çözümün onaylanması ve uygulamaya geçilmesi

Verschaffel ve arkadaşlarına göre öğrencilerin problemleri çözerken aşağıdaki basamakları takip etmeleri teşvik edilmelidir (Aktaran: Bostic, 2011, s.99):

1) Problemi okumak ve anlamak

2) Problemi anlamlı hale getirmek için bir model düşünmek

3) Matematiksel modellemeyi kurmak

4) Strateji kullanmak

5) Sonucu modelleme ile karşılaştırarak kontrol etmek

6) Çözümü raporlaştırmak

Yukarıda görüldüğü gibi Polya'nın dört basamaklı ve diğerlerinin buna benzer adımlı problem çözme modellerinde stratejiler önemli yer tutmaktadır.

Türkiye'de 2005'te yapılan köklü eğitim reformundan sonra, problem çözme, süreci ve problem çözme stratejileri matematik müfredatının ayrılmaz bir parçası haline getirilmiş ve problem çözme becerilerini geliştirecek öğretim hedefleri tanımlamıştır (Koç vd., 2007). MEB Ortaokul Matematik Dersi (5-8. sınıflar) Öğretim Programı da, öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesinde Polya'nın problem çözme modelini temel alarak: (1) problemi anlama, (2) çözümü planlama, (3) planı uygulama, (4) çözümün doğruluğunu ve geçerliğini kontrol etme, (5) çözümü genelleme ve benzer/özgün problem kurma süreçlerinin gözetilmesini vurgular (2013, s.3). Bu süreçlere yönelik beklenen davranışlar ise aşağıdaki gibi sıralanmıştır:

• Verilenleri ve istenenleri belirleme

• Eksik, fazla ve gerekli bilgileri belirleme

• Problemi alt problemlere (parçalara) ayırma

• Problemi kendi cümleleriyle ifade etme

• Problemde anlatılmak istenen olay ve ilişkilerle ilgili sözel, sembolik, tablo veya grafiksel gösterimleri açıklama ve ilişkilendirme

• Verilen ilişkileri belirleyerek hipotez oluşturma

• Problemin çözümüne yönelik bir stratejinin uygunluğunu değerlendirme

• Çözüme yönelik bir stratejinin gerektirdiği işlem ve algoritmaları yürütme

• Sonucu tahmin etme

• Problemin çözüm sürecinde elde edilen nihai ve ara sonuçların doğru ve anlamlı (örneğin insan sayısı 6,5 olamaz) olup olmadığını gerekçeleriyle açıklama

• Problemin farklı çözüm yollarını değerlendirme

• Problemin çözümünden yola çıkarak benzer diğer problemlerin çözümü için fikir ve strateji üretme

• Problemin çözüm sürecini ve çözümünü genelleme

• Eldeki bilgilere uygun gerçekçi problemler oluşturma

1.3. Problem Çözme Stratejileri

Strateji, “Önceden belirlenen bir amaca ulaşmak için tutulan yol, izlem.” olarak tanımlanmıştır (TDK, 2016). Açıkgöz ise benzer bir ifadeyle, “Strateji, genel olarak bir şeyi elde etmek için izlenen yol ya da amaca ulaşmak için geliştirilen bir planın uygulamasıdır.” der (1996). Matematiğin temel amaçlarından birisi, öğrencilerin karşılaştıkları problemleri çözme becerilerini geliştirmektir. Bu da, problemleri anlamak ve çözebilmek için seçilen yollar, yöntemler yani stratejilerle sağlanır.

Son yıllarda, bazı eğitimciler herhangi bir problemin çözümünde farklı çözüm yöntemleri ve bunların iyi yönlerinin karşılaştırılmalı olarak değerlendirilmesine ağırlık verilmesini önermektedir (Hiebert vd., 1996; Hiebert ve Wearne, 2003; NCTM, 2000). Peki, problemin çözümünde kullanılan farklı çözüm yöntemleri yani problem çözme stratejileri nelerdir? Tablo 1'de, Altun (2015), Baykul (2014), Florida Department of Education (2010) ve Moursund'a (2007a) göre belli başlı problem çözme stratejileri ve kısaca tanımları verilmiştir.

Tablo 1.1. *Problem Çözme Stratejileri ve Tanımları*

Problem Çözme Stratejisi	Tanım
Geriye doğru çalışma	Sonuçtan başa doğru giderek başlangıç durumu ile ilgili bilgiye ulaşma
Bağıntı bulma	Verilenler arasında bir bağıntı, ilişki veya kural bularak çözüme ulaşma
Şema çizme (modelleme)	Verilenler ile istenenler arası ilişkiyi gösteren çizimler yapma
Sistematik liste yapma	Problemle ilgili mümkün olan bütün durumları yazma
Tahmin ve kontrol	Deneme-yanılma yolu ile mantıklı tahminler yaparak sonuca ulaşmaya çalışma
Denklem kurma/eşitlik yazma	Verilenler arasında matematik cümlesi yazarak ilişki kurma
Canlandırma	Problemi rol yaparak canlandırma veya materyaller kullanarak görsel olarak modelleme
Muhakeme etme	Problemin çözümüne mantıksal akıl yürütmelerle ulaşma
Basitleştirme	Problemde verilerin çok büyük veya karmaşık olduğu durumlarda, problemi basitleştirerek çözmeye çalışma
Tablo yapma	Verilenleri veya elde edilen bilgileri bir tablo halinde düzenleme
Problemi özetleme	Problemde verilen gereksiz ve önemsiz detayları atlayarak problemdeki önemli unsurları ortaya çıkarma
Formül kullanma	Problem için uygun matematik formülü kullanma
Eleme	Problemin çözümünde seçenekleri deneyerek işe yaramayanları eleme
Problemi alt problemlere parçalama	Esas problemin çözümüne yardımcı olacak şekilde problemi alt problemlere bölüp, her birini çözme

Aşağıda ise problem çözme stratejileri kapsamlı bir biçimde açıklanmıştır:

1.3.1. Geriye Doğru Çalışma

Engel'e göre geriye doğru çalışma stratejisi en eski problem çözme stratejilerinden biridir ve eski Yunanlılar bu stratejiyi inşaat problemlerinde kullanmışlardır (1998, s.377). Geriye doğru çalışma stratejisi öğrenciler arasında ters işlem yapma olarak da adlandırılmaktadır. Bu strateji, öğrencilerin ustalaşmakta zorlandıkları bir stratejidir (Posamentier ve Krulik, 2009). Problemin başında verilenler ile başlayıp, adım adım çözüme ulaşmayı öğrenmiş bir öğrenci, bu strateji ile sondan başa doğru giderek başlangıç durumu ile ilgili bilgiye ulaşmaya çalışır. Bu süreçte matematiksel işlemler de tersine döner, yani, çıkarma toplama, çarpma ise bölme olur (s.60).

1.3.2. Bağıntı Bulma

Ünlü matematikçi Sawyer bir keresinde “Matematiğin bağıntıları aramak” olduğunu söylemiştir (Aktaran: Posamentier ve Krulik, 2009). Bazı problemler, verilenler arasında bir bağıntı bulunduğunda çözülebilir. Yapılan araştırmalar, bağıntı bulma stratejisinin özellikle cebirsel düşünmenin temelini oluşturması nedeni ile öğrencilerin bilmesi gereken önemli bir strateji olduğunu söyler. Smith (2003), nicel ilişkileri anlayabilmenin cebirsel düşünme ile olduğunu ve de öğrencilerin bunu bağıntıları tanıma, genişletme ve genelleme yaparak elde edeceğine inanmaktadır. Baykul, bağıntı bulma stratejisini yapılardan yararlanma olarak adlandırmış ve problem çözmede yapılardan yararlanmanın ilköğretimin bütün sınıflarında başvurulabilecek bir strateji olduğunu belirtmiştir (2014, s.61).

1.3.3. Şema Çizme

Şema çizme stratejisi için diyagram çizme de denilmekte ve en favori problem çözme stratejileri arasında yer almaktadır. Charles ve Lester (1984) ise bu stratejiyi görsel temsil stratejisi olarak adlandırmış ve çizimlerin veya geometrik şekillerin yardımı ile problemdeki bağlantıların kolayca anlaşılacağını belirtmişlerdir. Şema çizme ve tablo yapma, problemde verilenler ile bilinmeyeler arasındaki ilişkiyi görmeyi ve problemin daha kolay anlaşılmasını sağlayan görsel yardımcılardır (Gojak, 2011). Özellikle tablo yapma, öğrencilerin sayısal ve sözlü verilere görsel anlamlar kazandırmasını sağlar.

1.3.4. Sistematik Liste Yapma

Sistematik liste yapma stratejisinde, problemlerin çözümüyle ilgili mümkün olan tüm durumların bilinmesi gerekir. Çözüme ulaşmak için verilerin veya bulguların, dikkatli seçilmiş bir yöntemle listesini yapmak gereklidir (Altun, 2015). Muckerheide ve çalışma arkadaşlarına (1999) göre, sistematik liste yapabilmek için öğrencilerin sık görülen ve tekrar eden kalıplarla karşılaşması gerekir.

1.3.5. Tahmin ve Kontrol

Tahmin ve kontrol stratejisi, öğrencilere, deneme-yanılma yolu ile mantıklı tahminler yaparak çözüme ulaşmaları veya ulaşamadıkları takdirde de uygun çözümün ne olabileceği hakkında bilgi vermesi açısından önemlidir. Bu strateji, denemeler yapılarak bilgiye ulaşılıyorsa çok kullanışlıdır ve bir sonraki denemede daha iyi bir tahmin yapmada yardımcı olur (Moursund, 2007b). Ayrıca, sayılarla doğru biçimde çalışma becerileri de bu strateji ile oluşur. Tahmin ve kontrol stratejisi kullanma, öğrencilere, temel becerilerle pratik yapmayı ve problemin koşullarına odaklanmayı sağlar (Kalman, 2004, s.179). Dezavantajı ise verimli ve etkili bir strateji olmaması ve diğer stratejilere nazaran daha uzun zaman alabilmesidir.

1.3.6. Denklem Kurma/Eşitlik Yazma

Denklem kurma/eşitlik yazma, öğrencilerin matematik bilgisini başka bir gösterime dönüştürmesi açısından öğrenmeleri gereken çok önemli bir stratejidir. Mayer (2002), bir öğrenci, bilgiyi bir tasvir biçiminden diğerine çevirdiğinde temsil etmenin ortaya çıktığını, aktarmanın da yeni problemleri çözmeyi, yeni sorulara cevap vermeyi sağlayan veya yeni konuları öğrenmeyi kolaylaştıran bir beceri olduğundan bahseder. Altun'a (2015) göre, çoğu aritmetik ve cebir problemlerinde bilinmeyen bir sayının bulunması istenir. Bu gibi durumlarda bilinmeyeni (bilinmeyenleri) x (x,y, z,a,b,...) gibi bir harfle gösterip eşitlik yazmak, eşitliği sağlayan değeri bulmak problemi çözüme ulaştırır. Altun, bu stratejiyi değişken kullanma olarak da adlandırmıştır.

1.3.7. Canlandırma

Canlandırma stratejisi, ilköğretim öğrencileri, özellikle 3. ve 4. sınıflar için çok uygun bir stratejidir (Posamentier ve Krulik, 2009). Öğrenciler, problemden roller alarak problemi canlandırabilir veya bozuk paralar, geometrik şekiller, sayma pullları, sayma çubukları gibi materyaller kullanarak da görsel olarak modelleyebilirler. Böylece, öğrenciler problem çözme sürecine aktif olarak katılmış olur. De George ve Santoro'ya (2004) göre, ister fasülyelerle ya da bozuk paralarla sayma aktiviteleri, isterse daha gelişmiş materyalleri kullanarak yapılan yaparak öğrenme, öğrencilerin konuları daha iyi öğrenmelerinde ve kendilerine güvenmelerini arttırmada yardımcı olur.

1.3.8. Muhakeme Etme

Muhakeme etme, problemin çözümünde mantıksal akıl yürütmeler yaparak akılcı bir sonuca ulaşma sürecidir. Altun'a göre muhakeme etme hemen hemen tüm problem çözme stratejilerinin uygulandığı yerde vardır (2015, s.125). Aynı şekilde Baykul, muhakeme etmenin problem çözmenin her aşamasında başvurulan bir strateji olduğunu söyler. Ona göre “akıl yürütme” ifadesi “Böyle ise, şöyle olur.” veya “Bu durumdan şu sonuç çıkar.” anlamındadır. Problem çözmede çok geniş bir uygulama alanına sahip bu strateji, özellikle bağıntıların, örüntülerin ve ilişkilerin ortaya çıkarılmasında çok etkilidir (2014, s.64). Venn diagramı kullanma ve cebirsel teoremlerin ispatı bu stratejinin kullanım alanlarından bazılarıdır. Protheroe (2007), ortaokuldaki eğitimin öğrencilerin giderek gelişen varsayımsal düşünme, neden-sonuç ilişkisini kavrama ve hem somut hem de soyut terimleri muhakeme etme gibi soyut muhakeme yetenekleri üzerine inşa edilmesi gerektiğini savunur.

1.3.9. Basitleştirme

Bazı problemler çok uzun olabilir ve karmaşık gözükebilir. Hatta çok büyük sayılar veya çok küçük sayılarla uğraşmak gerekebilir. Altun (2015) bunun problemdeki bazı ilişkilerin görülmesini engellediğini söyler. Bu yüzden, bu gibi durumlarda problemin, orijinal probleme benzer ve sayısal verileri alışık olunan hale getirilip çözülmesi çözümü kolaylaştırır. Kısacası, buradaki asıl amaç orijinal problemin nasıl çözülebileceğine dair bir fikir edinmektir (Moursund, 2007b).

1.3.10. Tablo Yapma

Altun'a (2015) göre, bazı problemlerde verilenleri ya da çözümden elde edilen bilgileri, verileri bir tablo haline getirerek düzenlemek, veriler ya da elde edilenler arasındaki ilişkilerin daha iyi görülmesini kolaylaştırır. Böylece problemin çözümü için kullanılabilecek bir kural bulunabilir. Ayrıca tablo yapma sayesinde hangi bilginin verildiği ve hangisinin eksik olduğu kolayca görülebilir, yanlış yapma ve tekrar etme olsalığını azaltır (Shapiro, t.y.). Baykul, verilerin düzenlenmesi, yorumlanması ve bu veri kümesinden ötelemeler yapılmasının, günümüzde önemli bir beceri haline geldiğini vurgular (2014, s.59).

1.3.11. Problemi Özetleme

Bu strateji kısaca, problemde verilen gereksiz ve önemsiz detayları atlayarak problemdeki önemli unsurları ortaya çıkarmadır. Özellikle uzun problemlerde fazla ve gereksiz bilgilerden kurtulup istenilen bilgiyle ilgili verileri kolayca görmeyi ve onlara odaklanmayı sağlar.

1.3.12. Formül Kullanma

Formül kullanma, öğrencilerin bilhassa geometri, yüzdeler, ölçme veya cebirle ilgili problemleri çözerken kullandıkları bir stratejidir. Bu tür problemleri çözmek için uygun formül seçilmeli, örneğin yüzde ve faiz eşitliği, kübün hacmi veya çemberin alanı/çevre formülleri, ve veriler gerekli yerlere doğru bir şekilde yerleştirilmelidir. Yalnız, bu strateji uygulanılırken "formülü bilmek" formülü ezberlemek anlamına gelmemeli, onun yerine neden o formülün işe yarayacağı ve problemle ilgisinin ne olduğu bilinmelidir (Grand Prairie Independent School District , 2002-2014).

1.3.13. Eleme

Bu stratejiyi kullanan öğrenciler, doğru çözüme ulaşana dek birçok seçeneği deneyip, işe yaramayanları elerler. Yapılan denemeler ise rastgele olmamalı, çözüme yaklaşma beklentisi içinde adımlar atılmalı, işe yaramayanlar belirlenmeli ve bir daha da kullanılmamalıdır (Altun, 2015). Ayrıca bu stratejiden temel matematik problerinin veya mantık problemlerinin çözümünde yararlanılabilir (Florida Department of Education, 2010).

1.3.14. Problemi Alt Problemlere Parçalama

Bu strateji, orijinal problemi daha kolay çözülebilen alt problemlere ayırma olarak kısaca özetlenebilir. Zaten, alt problemler çözülmeye başladığında, asıl problemin çözümü için gerekli parçaları bir araya getirmek nispeten daha kolaylaşacaktır (Moursund, 2007b). Aynı zamanda bu strateji, "divide and conquer (böl ve fethet)" adıyla da anılan, bilgisayar ve matematik mühendislerinin kullandıkları algoritma tekniklerinden biridir.

1.4. Problemlerin Sınıflandırılması

Matematik problemleri genel olarak rutin (sıradan, dört işlem) ve rutin olmayan (sıra dışı, gerçek hayat) problemler olarak sınıflandırılır. Rutin problemler gündelik hayatta sık sık karşımıza çıkan kar, zarar, zaman, yol hesabı gibi daha çok dört işlem becerilerini gerektiren, yabancı kaynaklarda ise word problems (sözel dört işlem problemleri) olarak geçen çözümünde bir veya birkaç işlem gerektiren problemlerdir. Rutin olmayan problemler ise, çözümleri işlem becerilerinin ötesinde verileri sınıflandırma ve ilişkileri fark etme gibi becerilere sahip olmayı, kazandırmayı amaçlayan ve bunun için bazı aktiviteleri ard arda yapmayı gerektiren problemlerdir. Bu tarz problemlerin çözümleri problem çözmenin doğasını anlama, karşılaşılan problemler için uygun stratejiyi seçme, uygulama ve sonuçları değerlendirme gibi becerileri geliştirir (Altun, 2015).

1.5. İlgili Çalışmalar

Son yıllarda Amerika, Avustralya, Hollanda, Singapur ve Türkiye'nin de içinde bulunduğu birçok ülkede yapılan matematik eğitimi ile ilgili çalışmalarda problem çözme becerilerinin kazanılması, bu becerilerin gündelik yaşam problemlerinde kullanılması ve matematik dersine karşı olumlu bir tutum geliştirmesine ilişkin vurgu yapılmaktadır. Bu ülkeler, matematik eğitimini güncel hedeflerine ulaştırmak için program geliştirme çalışmalarına sık sık başvurmaktadırlar (Altun ve Memnun, 2008).

Bu nedenle matematik eğitiminde problem çözme, problem çözme öğretimi ve problem çözme stratejileri ile ilgili çok sayıda araştırma mevcuttur. Bu araştırmada olduğu gibi, öğrencilerin problem çözme sürecinde hangi stratejileri kullandıklarını belirlemek amacıyla çalışmalar da literatürde yer almaya başlamıştır. Bu çalışmanın alanyazın taraması esnasında ulaşılan kaynaklar, internet üzerinden yayınlanan dergilerden, üniversitelerin web sayfalarından, ilgili kitaplardan ve benzeri kaynaklardan sağlanmıştır. Araştırma ile yakınlık gösteren bazı çalışmalar ve sonuçları aşağıda özetlenmiştir.

Aydoğdu (2016), dokuzuncu sınıf üstün zekalı öğrencilerin geometri dersinde problem çözme stratejileri ve bu stratejilerin Van Hiele geometri düşünme düzeylerine göre farklılık gösterip göstermediğini araştırmıştır. Çalışmasına, 2013-2014 öğretim yılında Buca İnci-Özer Tırnaklı Fen Lisesi'nde öğretim gören dokuzuncu sınıf 27 öğrenci katılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre Yaşantıya Bağlı Çıkarım Düzeyinde bulunan öğrencilerin en fazla kullandıkları stratejiler problemi ayrıştırma, diyagram çizme ve değişken kullanma iken en az kullandıkları strateji problemin dışında hareket etme olmuştur. Mantıksal Çıkarım Düzeyinde bulunan öğrencilerin en çok kullandıkları stratejiler diyagram çizme, bilinen bir bilgiyi kullanma, değişken kullanma ve benzer basit problemlerin çözümünden yararlanma iken en az kullandıkları stratejiler tahmin ve kontrol, problemi özetleme ve problem dışında hareket etme olmuştur. En İleri Düzeyde bulunan öğrencilerin ise en çok kullandıkları stratejiler problemi ayrıştırma, diyagram çizme, bilinen bir bilgiyi kullanma ve değişken kullanma iken en az kullandıkları strateji problemin dışında hareket etme stratejisi olmuştur.

Gürbüz ve Güder (2016), ortaokul matematik öğretmenlerinin 3 rutin olmayan matematik problemini çözerken kullandıkları farklı stratejileri belirlemek ve çözüm farklılıklarının nedenlerini ortaya koyma amaçlı özel durum çalışması yapmıştır. Çalışma grubunu 6 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Veri toplama araçları öğretmenlerin problerin çözümleri için hazırlamış oldukları raporlardan oluşmuştur. Bu çalışmaya benzer şekilde, verileri analiz etmek için literatürdeki problem çözme stratejilerinden yararlanılmış ve nitel araştırma tekniklerinden betimsel analiz tekniği kullanılmıştır. Yapılan analizler, öğretmenlerin problemlerin doğru sonucunu bulmada kısmen yeterli olduklarını, fakat farklı stratejiler kullanmada yeterli olmadıkları sonucuna varılmıştır. Sonuçlara göre, Problem 1'de beş öğretmen aynı stratejiyi kullanırken, sadece bir öğretmen farklı bir strateji kullanmıştır. Mesleki deneyim olarak diğer öğretmenlerden daha kıdemli olan bu öğretmenin farklı strateji kullanmasında mesleki gelişim ve deneyim faktörünün etkili olduğu düşünülmüştür. Bu da bizim çalışmamızın başlangıç fikrine, matematik başarısı yüksek öğrencilerin farklı strateji kullanımı konusunda da başarılı olacaklarına uygun düşmektedir.

Yazgan (2015), stratejilerin 6. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problem çözme başarılarındaki etkisini ve başarılı ve başarısız öğrencileri ayırmadaki rolünü incelemiştir. 123 öğrenciye 12 tane rutin olmayan problem verilmiş ve cevaplar 0 ila 10 arasında puanlanmıştır. Çoklu regresyon analizi sonucuna göre öğrencilerin problem çözme başarılarının %65'ini stratejiler belirlediği ortaya çıkmıştır. Stratejiler önem sırasına göre; şema çizme, bağıntı bulma, tahmin ve kontrol, sistematik liste yapma, problemi basitleştirme ve geriye doğru çalışma olarak sıralanmıştır. Bulgulara göre, bağıntı bulma, şema çizme, problemi basitleştirme, tahmin ve kontrol ve geriye doğru çalışma diye sıralanan stratejiler ise en üst ve en alttaki öğrencileri belirlemede önemli rol oynamıştır.

Gür ve Hangül (2015), ortaokul 6. sınıf öğrencilerin problemleri çözerken kullandıkları stratejileri ve bu süreçte yaşadıkları sıkıntıları belirlemek için bir çalışma yapmıştır. Çalışma devlet okulunda eğitim gören 12 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışma verileri, PISA (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı) soruları ve çeşitli matematikle ilgili internet sitelerinden alınan farklı stratejilerle çözülebilecek toplam yedi soruluk bir testen elde edilmiştir. Bu araştırmadan farklı olarak her soru için bir strateji seçilmiş ve verilerin analizinde betimsel analiz kullanılmıştır. Örüntü arama (bağıntı bulma), sondan başlama (geriye doğru çalışma), denklem yazma ve liste hazırlama (sistematik liste yapma) içeren sorular tüm öğrenciler tarafından doğru cevaplanmış fakat şema çizme ile bölmek ve yönetmek stratejilerini içeren soruları iki öğrenci, tahmin kontrol stratejisini üç öğrenci yanıtlayamamıştır. Ayrıca, öğrenciler verilen soruların açıklamarını uzun bulmuşlar, tahmin kontrol strateji ile ilgili sıkıntı yaşamışlardır.

Kayapınar (2015) yaptığı araştırmada, öz düzenleme ve matematiksel problem çözme becerilerinin problem çözme stratejileri yoluyla akademik başarıya etkisini incelemiştir. Öntest-sontest kontrol gruplu deneysel desen kullanılan bu çalışma, ilkokul 4. sınıf 56 öğrenciyle yürütülmüştür. 10 hafta süren çalışmada deney grubuna problem çözme öğretimi yapılmış, kontrol grubu ise normal akademik eğitime devam etmiştir. Veriler, problem çözme stratejileri testi, matematik başarı testi ve öğrenmeye ilişkin motivasyonel stratejiler ölçeği kullanılarak elde edilmiştir. Analiz sonucunda, deney grubundaki öğrencilerin uygulanan öğretim ile hem problem çözme stratejilerinden edinilen puanlar hem de matematik başarı testinden edindikleri puanlarda artış olduğu görülmüştür. Bunun yanı sıra, deney grubunda yer alan öğrencilerin öğretim sonrasında cevapladıkları öğrenmeye ilişkin motivasyonel stratejiler ölçeğinin bilişüstü öz düzenleme ve öz yeterlik boyutlarında yer alan soruları daha yüksek puan verdikleri, dolayısıyla yapılan problem çözme stratejileri öğretiminin öğrencilerin bilişüstü öz düzenleme becerilerini ve öz yeterlik inançlarını olumlu şekilde etkilediği sonucu ortaya çıkmıştır. Sonuçlar, problem çözme stratejileri öğretiminin öğrencilerin problem çözme performanslarını, matematik başarı durumlarını, bilişüstü öz düzenleme becerilerini ve öz yeterlik inançlarını olumlu bir şekilde etkilediğini göstermiştir.

Durmaz (2014) yüksek lisans tez çalışmasında, problem çözme stratejileriyle ilgili daha önceden hiçbir eğitim almamış olan ortaokul 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problem çözme stratejilerini kullanma düzeylerini ve bu stratejilerden elde edilen puanlar arasında anlamlı bir ilişki olup olmadığını araştırmıştır. Bu amaçla, seçilen problem çözme stratejilerine uygun olan problemlerden oluşan problem çözme testi 118 ortaokul öğrencisine uygulanmıştır. Öğrencilerin testten elde ettiği toplam puan ve her bir stratejiden ayrı ayrı elde edilen puanlar kullanılarak ortalama, yüzde ve korelasyon katsayıları hesaplanmıştır. Ayrıca strateji kullanım düzeyleri açısından sınıflar arası farkın olup olmadığına bakılmıştır. Araştırmanın sonucunda en yüksek kullanım yüzdesi, bağıntı (örüntü) arama ve sıra dışı bölme problemlerinde; en düşük kullanım yüzdesi ise sırasıyla tablo yapma, eleme ve diyagram (şekil) çizme stratejilerinde ortaya çıkmıştır. Ayrıca tahmin ve kontrol ve muhakeme etme stratejileri arasında olduğu gibi birçok stratejiden elde edilen ortalama puanlar arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki bulunmuştur.

Novotná ve arkadaşları (2014), öğrencilerin problem çözmedeki yaratıcı yaklaşımlarını incelemiştir. Boylamsal araştırma kapsamında yaptıkları bu deneysel çalışma öğrencilerin problem çözme kültürünü geliştirmelerine odaklanmıştır. Kopka ve Polya'nın yayınladıkları strajilerin ışığında hazırlanan, analoji/benzetim (analogy), tahmin-kontrol-gözden geçirme (guess-check-revise), sistematik deneme (systematic experimentation), problemi tekrar formüle etme (problem reformulation), çözümü tasarlama (solution drawing), geriye doğru çalışma (way back) ve fonksiyoların grafiğini çizme (use of graphs of functions) stratejileri bu çalışmada kullanılmıştır. Üç ay süren çalışmada yukarıdaki stratejilere uygun yaklaşık 30 uygulama problemi ile ilgili çözümler ortaokul ve lise öğrencileri ile yapılmıştır. Bu deneysel çalışma öncesi ve sonrası verilen 4 ila 5 sorudan oluşan testler ile veriler toplanmıştır. Bulgura göre, ortaokulda, tahmin-kontrol-gözden geçirme (guess-check-revise) ile sistematik deneme (systematic experimentation) stratejilerinin kullanımı artarken, lise kısmında öğrencilerin fonksiyoların grafiğini çizme (use of graphs of functions) statejisini kullanmasında büyük bir artış görülmüştür. Genel itibariyle, olumlu sonuçlara ek olarak bazı stratejilerin kullanımı için 3 aylık sürenin yeterli olmadığı ve 14 ayda tamamlanması planlanan bu boylamsal çalışmanın sonunda öğrencilerin stratejileri etkin bir şekilde kullanacakları düşünülmüştür.

Yazgan 2013 yılında, bu konu ile yaptığı diğer bir araştırmasında ise lise öğrencilerinin matematik problemlerini çözme becerilerini incelemiş ve bunun öğrencilerin üniversiteye giriş sınavı (LYS) başarısı ile ilişkisini incelemiştir. Rutin olmayan problemleri çözme başarısını ölçmek için dokuz açık uçlu sorudan oluşan problem çözme testi kullanılmış ve çalışma 114 lise öğrencisi ile yürütülmüştür. Araştırmanın sonuçlarına göre öğrencilerin rutin olmayan problemleri başarılı bir şekilde çözdükleri ve farklı problem çözme stratejilerini hiçbir müdahale olmadan uygulayabildikleri görülmüştür.

Pearce ve arkadaşları 2013 yılında yaptıkları çalışmada, öğrencilerin matematik problemlerini çözerken karşılaştıkları zorlukları ve sebeplerini öğretmenlerin bakış açısından incelemiştir. Problem çözme başarısını artırmak için yapılan sınıf içi çalışmalar ve öğretmenlerin kullandıkları stratejiler de incelenmiştir. 42 farklı okuldan yetmiş 5. sınıf öğretmen çalışmaya katılmıştır. Bulgular, öğrencilerin en fazla problemi okuma ve anlama kısmında zorlandıklarını ve bunun sebebinin çoğunlukla standart testler ve soru metinlerinden kaynaklandığını göstermiştir. Öğretmenlerin sınıfta en sık kullandıkları uygulama, problemi kendi başına çözme olurken en çok kullanılan strateji de anahtar kelimeleri belirleme olmuştur.

Yeşilova (2013) yaptığı çalışmada, ortaokul 7. sınıf matematik başarısı ortalamanın altında ve üstünde olan öğrencilerin problem çözmede kullandıkları problem çözme strateji çeşitliliğinin ve gösterdikleri kritik davranışların neler olduğu, farklılık gösterip göstermediği, uygulanan problem çözme ve problem çözme stratejileri eğitiminin öğrencilerin problem çözme başarılarını ve kullandıkları strateji çeşitliliğini nasıl etkilediğini incelemiştir. Çalışmanın örneklemini İstanbul ilininde okumakta olan 60 yedinci sınıf öğrenci oluşturmuş ve veri toplamak için açık uçlu problem çözme testi ile görüşme yöntemleri kullanılarak bu araştırmada özel durum çalışması yaklaşımı esas alınmıştır. Çalışmanın sonuçlarına göre, bu araştırma sonuçlarına benzer şekilde matematik başarısı ortalamanın üstünde olan öğrencilerin problem çözme başarılarının daha yüksek olduğu, fakat kullanmış oldukları strateji çeşitliliğinin daha fazla olduğu, çözümlerini daha detaylı, anlaşılır bir şekilde yaptıkları, stratejileri daha etkili kullandıkları ve farklı stratejileri birleştirmeye istekli oldukları tespit edilmiştir.

Bayazit (2013) çalışmasında, ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerin gerçek yaşam problemlerini çözerken sergiledikleri yaklaşımlar ile kullandıkları stratejiler incelenmiştir. Toplam 116 katılımcıdan oluşan çalışmada, nitel araştırma yöntemlerinden durum (örnek olay) çalışması kullanılmış, yazılı sınav ve yarı-yapılandırılmış mülakatlardan elde edilen veriler içerik ve söylem analizi metotları kullanılarak analiz edilmiştir. Bulgular bu tür probleri çözerken öğrencilerin ciddi zorluklar yaşadıklarını göstermiştir. Sonuçlar, öğrencilerin gerçek yaşam koşullarını dikkate almadıkları, bu alandaki bilgi ve deneyimlerinden yararlanmak yerine bildikleri bağıntı ve kuralları uygulayarak sonuca ulaşmaya çalıştıklarını ortaya koymuştur. Ayrıca, öğrencilerin problem çözme sürecinin değerlendirme aşamasını atladıkları ve çözümün gerçek yaşam koşullarında anlamlı olup olmadığına bakmaksızın elde ettikleri sayısal sonuçları öylece bıraktıkları görülmüştür. Bunun yanısıra, sonuçlar, alternatif yaklaşımlar ve özgün çözüm yolları üretme ile strateji kullanımında öğrencilerin büyük çoğunluğunun yetersiz kaldıklarını göstermiştir.

Arıkan ve Ünal'ın (2012) lise 11. sınıf öğrencileri ile yaptıkları çalışmaya, İstanbul iline bağlı dört farklı dershane ve Balıkesir iline bağlı bir liseden, sınıflarının en iyisi olan üçer öğrenci, toplamda 15 kişi katılmıştır. Çalışmanın amacı, birden fazla yolla problemleri çözmenin getireceği faydalar ve öğrencilerin problem çözme becerilerinin tespitidir. Nitel araştırma olan araştırma durum çalışması özelliğini taşımaktadır. Öğrencilere dört karmaşık sayı sorusunun olduğu çalışma kağıdı dağıtılmış ve her bir soru için mümkün olduğunca çoklu yoldan problemin çözümüne ulaşmaları istenmiştir. Çalışmanın sonucunda bu araştırmaya benzer şekilde, her bir soru için üçten fazla çözüm yolu keşfeden öğrenciye rastlanmamıştır. Genelde, öğrencilerin kısa yoldan çözümlere odaklandıkları, yorulmak istemedikleri ve soru kalıplarını ezberlemeyi tercih ettikleri görülmüştür.

Klingler (2012) yaptığı araştırmada, ortaokul matematik dersinde strateji eğitimin öğrencilerin tutumlarına etkisini incelemiştir. Çalışmanın amacı, öğrencilere şema çizme, tablo ya da liste yapma, bağıntı bulma, geriye doğru çalışma ve tahmin ve kontrol stratejilerini öğretmektir. Araştırmacı, öğrencilerin dört işlem problemlerini çözerken bu stratejileri destekleyici bir araç olarak kullanacaklarını düşünmektedir. Öğrencilere çalışma öncesi ve sonrasında Matematik Tutum ölçeği uygulanmıştır. Sınıf içinde ise öğrencilerin strateji kullanımları gözlenmiş ve öğrenciler çözümlerini tuttukları günlüklere kayıt etmiştir. Çalışmanın sonucunda, Matematik Tutum ölçeği puanları ve günlüklerdeki çözümler arası ilişki, ortaokulda öğrencilere öğretilen stratejilerin onların matematiğe karşı tutumlarını olumlu yönde etkilediğini göstermiştir.

Avcu 2012'de, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmedeki başarılarını ve kullandıkları stratejileri incelemek amacıyla, İç Anadolu Bölgesindeki bir devlet üniversitesinde ilköğretim matematik öğretmenliği programına devam eden 250 öğretmen adayı ile çalışmıştır. Çalışmanın amacı doğrultusunda araştırmacı tarafından uyarlanan dokuz maddelik Problem Çözme Testi kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının kullandıkları problem çözme stratejilerini belirlemek için Problem Çözme Testindeki her bir madde derinlemesine incelenmiş ve sonucunda ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözmede başarısı oldukça yüksek bulunmuştur. Bunun yanı sıra, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının farklı problem çözme stratejilerini belirli ölçüde kullandıkları belirlenmiştir. Araştırmanın bulgularına göre öğretmen adayları bu araştırma sonuçlarının tersine en çok şekil çizme ile tahmin ve kontrol stratejilerini kullanmışlardır. Öğretmen adayları aynı zamanda denklem kurma ve formül kullanma stratejilerini kullanmışlardır. Öğretmen adaylarının en az kullandıkları strateji ise örüntü bulma stratejisi olmuştur.

2011 yılında Ulu'un yaptığı, 5. sınıf öğrencilerinin dört işlem problemlerini çözerken kullandıkları stratejileri belirlemek amacıyla yapılmış çalışmaya sadece öğrenciler değil, sınıf öğretmenleri ve sınıf öğretmeni adayları da katılmıştır. Kütahya il merkezinde öğrenim görmekte olan 264 ilköğretim 5. sınıf öğrencisi, 149 sınıf öğretmeni ve matematik öğretimi eğitimi almış 216 sınıf öğretmeni adayının katılımcı olduğu bu araştırma betimsel tarama yöntemi ile yapılmıştır. Veri toplama 10 sorudan oluşan problem çözme testidir. Bu test çalışma grubuna uygulanmış, 5. sınıf öğrencisi, sınıf öğretmeni adayı ve sınıf öğretmenlerinin çözümleri kullanılan stratejilere göre sınıflandırılarak analiz edilmiştir. Araştırmada elde edilen sonuçlara göre, dört işlem problemlerini çözmede kullanılan stratejiler 5. sınıf öğrencisi, sınıf öğretmeni adayı, sınıf öğretmenine göre anlamlı farklılık göstermektedir. Bu problemleri çözerken 5. sınıf öğrencilerinin genelde tercih ettikleri strateji "matematik cümlesi yazma" stratejisi iken, sınıf öğretmeni adaylarının genelde tercih ettikleri strateji "değişken kullanma (denklem kurma)" stratejisi, sınıf öğretmenlerinin genelde tercih ettikleri strateji ise "diyagram (şekil) çizme" stratejisi olmuştur.

Taşpınar (2011) yaptığı araştırmada, 8. sınıf öğrencilerin matematik dersinde uygulanan problem çözme stratejileri ile ilgili öğretiminin farklı problem çözme stratejilerini bir arada kullanabilme düzeylerine etkisini incelemiştir. 2010-2011 eğitim öğretim yılında İstanbul iline bağlı bir ilköğretim okulunda gerçekleştirilen çalışma 4 hafta (15 saat) sürmüştür. Bu süreçte, öğrencilere problem çözme stratejileri tanıtılmış ve değişik stratejilerle çözülebilen problemler çözülmüştür. Veriler, araştırmacı tarafından geliştirilen araştırma problemleri ve Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeğinden alınan öntest- sontest test sonuçlardan elde edilmiştir. Sonuçlara göre öğrencilerin önteste kullandıkları problem çözme stratejileri oldukça sınırlı iken, son testte bu durumun düzeldiği gözlenmiş ve öğrencilerin farklı çözüm yollarını kullandıkları belirlenmiştir. Fakat, öğrencilerin matematik problemlerini çözmeye yönelik tutumlarında anlamlı bir fark bulunamamıştır.

Mabilangan ve arkadaşları (2011), betimsel araştırma desenine göre yaptıkları çalışmada lise öğrencilerinin rutin olmayan problemleri çözmede kullandıkları stratejileri incelemiş ve sınıflandırmışlardır. 124 lise üçüncü sınıf öğrencisi arasından beş katılımcı rastgele seçilmiş ve öğrencilerin kullandıkları farklı stratejileri belirleyebilmek için Krulik and Rudnick (1996) kitabından oniki rutin olmayan problem kullanılmıştır. Kullanılan problem çözme ölçeğine göre öğrencilerin çalışmaları "usta", "çırak" ve "acemi" olarak sınıflandırılmıştır. Sonuçlara göre, öğrencilerin her biri en az dört strateji kullanmıştır. Kullanabilecek olası sekiz stratejiden yedisinin en az bir kez kullanıldığı ve problem çözme öğretimi olmasa bile stratejileri uygulama fırsatı verildiğinde problemleri çözebildikleri belirlenmiştir. En fazla kullanılan stratejinin “modelleme ve diagram yapma” olduğu görülmüştür. Bunun yanısıra başarılı öğrenciler strateji kullanımında “usta” olarak sınıflandırılmıştır.

Çelebioğlu (2009) çalışmasında ilköğretim birinci sınf öğrencilerin problem çözmede hangi stratejileri ne düzeyde kullandıklarıni incelemiş ve bu süreçte neler düşündüklerini ortaya çıkarmaya çalışmıştır. Birinci sınıf öğrencilerin seviyelerine uygun problem çözme stratejilerinden bağıntı bulma, şekil çizme, geriye doğru çalışma ve sistematik liste yapma stratejilerini içeren 6 soruluk matematik testi eşit sayıda kız ve erkek öğrencinin olduğu 170 öğrenciye uygulanmıştır. Araştırmanın nitel kısmı klinik mülakat yöntemi kullanılarak 6 kız 6 erkek, toplam 12 öğrenci ile yürütülmüştür. Bu süreçte kamera kaydına alınan öğrencilerin problem çözme davranışları gözlenmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre, bağıntı bulma öğrencilerin en başarılı oldukları stratejidir. Öğrencilerin matematik notları ile problem çözme başarıları arasında anlamlı bir ilişki vardır fakat cinsiyetle anlamlı bir ilişki yoktur. Son olarak, öğrencilerin problem çözmede başarılı veya başarısız olmalarının problem çözme davranışları ile ilişkili olduğu gözlenmiştir.

Yavuz, 2006 yılında yaptığı araştırmada problem çözme strateji öğretiminin öğrencilerin matematik dersi tutumlarına, kaygılarına ve problem çözmeye yönelik akademik benliklerine etkisi incelenmiştir. 9. sınıf 32 öğrencinin katıldığı çalışma 8 haftada gerçekleştirilmiş ve öntest- sontest kontrol gruplu desen kullanılmıştır. Problem çözme stratejileri öğretiminde deney grubu öğrencilere değişken kullanma, ilişki bulma ile tahmin ve kontrol stratejileri öğretilmiştir. Her stratejiye yönelik ortalama 10 problem kullanılmış ve veri toplama aracı olarak: Kişisel Bilgi Formu, Matematiğe Yönelik Tutum Ölçeği, Matematiğe Yönelik Kaygı Ölçeği, Problem Çözmeye Yönelik Akademik Benlik Ölçeği, Matematik Başarı Testi, Strateji Belirleme Soruları kullanılmıştır. Çalışmanın sonunda, problem çözme stratejileri öğretimi deney grubundaki öğrencilerin matematik tutum puanları ve problem çözmeye yönelik akademik benlik puanları üzerinde etkili olmuştur. Başarı düzeylerindeki artış çalışmada uygulanan öğretimin erişiye etkisini göstermiştir.

Van den Heuvel-Panhuizen ve Bodin-Baarends (2004) yaptıkları araştırmada, Hollanda'da Matematik Başarısı Yüksek 4. sınıf öğrencilerine uygulanan problem çözme testinden elde edilen sonuçları incelemişlerdir. Çalışmanın sonucunda ise endişe verici bulgulara ulaşmışlardır. Başarısı yüksek öğrenciler için öğretmenlerin endişelenmedikleri bilinen bir gerçektir. Fakat araştırmanın sonuçlarına göre, öğrenciler rutin olmayan problemlerle karşılaştıklarında beklenenden daha sınırlı beceriler gösterebilmişlerdir. Hatta, bazı problemlerin çözümünde neredeyse hiçbir şey yazamamışlar ve çözüm bulmak için de fazla çaba harcamamışlardır.

Verschaffel ve arkadaşları (1999), o dönemlerde yapılan araştırmalara göre ortaokul öğrencilerinin matematik uygulama problemlerini çözme becerisinde ustalaşamadıklarını fark etmişlerdir. Bu yüzden, matematik problemlerini modelleyip çözebilmeleri için dört sınıftan oluşan 5. sınıflara deneysel bir öğrenme ve öğretme ortamı hazırlamıştır. Bu amaçla, üstbilişsel stratejilerinin içine serpiştirilmiş, şema çizme, bağıntı bulma, tablo oluşturma, tahmin ve kontrol, gerekli/gereksiz bilgileri belirleme gibi stratejiler öğrencilere öğretilmiştir. Bu arada, yedi sınıftan oluşan kontrol grubu öğrencileri ise normal matematik derslerine devam etmiştir. Tasarlanan deneysel öğrenme ortamının uygulanışını ve etkililiğini ölçmek için ise deney ve kontrol gruplarına öntest- sontest- kalıcılık testi uygulanmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre, bu uygulamanın öğrencilerin matematiksel modelleme ve problem çözme becerileri üzerinde olumlu yönde etkisi olduğu ortaya çıkmıştır.

Geiger ve Galbraith 1998'de yaptıkları çalışmada, 47 lise öğrencisinin normal sınıf ortamında problem çözme davranışlarını araştırmıştır. Öğrencilerin verdiği yazılı yanıtları inceleyen araştırmacılar, problem çözme stratejileri konusunda eğitim verildiği halde öğrencilerin şekil çizme stratejisi dışında diğer stratejileri fazla kullanmadıklarını fark etmişlerdir. Ayrıca, öğrencilerin doğru cevap verme ve bulma konusundaki inançlarının problem çözme süreçlerinden daha ağır bastığı sonucuna varmışlardır. Bu sonuç, bu tez araştırmasının sonuçları ile örtüşmekte ve farklı eğitim kademelerin de bile olsa öğrencilerin problem çözme sürecinde önem verdiği şeylerin hemen hemen benzer konular olduğunu göstermektedir.

1.6. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada, yedinci sınıf Matematik Başarısı Yüksek (MBY) ve Matematik Başarısı Orta (MBO) öğrencilerin matematik problemlerinin çözümünde kullandıkları çözüm stratejileri belirlenmiş ve kıyaslanarak incelenmiştir. Çalışmanın amacı, ortaokul öğrencilerinin problem çözmede çözüm stratejilerini uygulama becerisinin incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda, 12'şer kişiden oluşan MBY ve MBO iki ayrı yedinci sınıf öğrenci grubuna toplam 15 sorudan oluşan matematik problemleri verilmiştir. İlgili ders kitapları, yerli ve yabancı kaynaklar ve internet üzerinden ulaşılabilen çalışmalar taranarak hazırlanan soruların, en az iki strateji ile çözülebilecek şekilde olmasına özen gösterilmiştir.

1.7. Araştırmanın Problemi

Araştırmanın problem cümlesi şu şekilde ifade edilebilir:

Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin, problem çözmede çözüm stratejileri uygulama becerileri arasında başarı düzeylerine göre anlamlı bir fark var mıdır?

1.8. Araştırmanın Alt Problemleri

Çalışmadaki amaca ulaşılabilmesi için aşağıdaki sorulara, yani, alt problemlere cevap bulunması hedeflenmiştir:

1) Matematik Başarısı Yüksek (MBY) ve Matematik Başarısı Orta (MBO) öğrenciler arasında problem çözme becerileri arasında anlamlı bir fark var mıdır?

2) Matematik Başarısı Yüksek (MBY) ve Matematik Başarısı Orta (MBO) öğrencilerin problem çözmede çözüm stratejileri kullanma becerileri arasında anlamlı bir fark var mıdır?

3) Gruplarda; hangi stratejiler, ne kadar ve hangi sırada tercih edilmiştir?

1.9. Araştırmanın Önemi

Baykul, matematik öğretiminde belirlenen hedeflere, öğrencilerin problemleri çözmeyi değil de problem çözmeyi öğrenmeleri ile ulaşabileceklerini söyler. Bunun ise, problem çözme stratejilerinin geliştirilmesi ile mümkün olabileceğini savunur (2014, s.55).

Schoenfeld'e (1992) göre matematikte problem çözme stratejileri ile ilgili tartışmalar Polya ile başlamıştır. Polya'nın "heuristics" (heuristikler, kestirme yollar, sezgiler, buluşsal yöntemler) adını verdiği problem çözme stratejilerinin temelleri "How to

Solve It" (Nasıl Çözmeli) adlı kitabında yer alan dört basamaklı problem çözme modeli ile atılmıştır. Bu model, özellikle 1980'lerde, matematik eğitiminde hemen hemen her alanda başvurulan ve referans alınan bir kaynak haline gelmiştir. Polya'ya (1957) göre, öğrenciler farklı çözüm yolları aramaya teşvik edildiğinde, daha şık çözüm yolları bulabilirler. Schoenfeld ise problemleri farklı yollardan çözmenin önemli olduğunu ve öğrencilerin bir problemi farklı bir yoldan çözülebileceğini anladıklarında çözüm sürecine daha sıkı sarıldıklarını ve problemi yarıda bırakmadıklarını belirtir (Aktaran: Bingölbali, 2011). Problemleri değişik yollardan çözmenin, matematik derslerinin kalitesini arttırdığı (Stigler ve Hiebert, 1999) ve aynı zamanda öğrencilerin eleştirel düşünme ve yaratıcılıklarının gelişimine yardımcı olduğu söylenebilir.

Yukarıda anlatılanların ışığında matematik eğitiminde problemleri farklı yollardan çözme öğretiminin öğrencilerin matematik dersi başarısına katkıda bulunacağı düşünülmektedir ve bu konunun matematik dersi eğitim ve öğretiminde önemini gözler önüne sermektedir. Yapılan çoğu araştırmanın sonuçlarına ve öğretmenlerin deneyimlerinden edinilen bilgilere göre, öğrenciler bir problemle karşılaştıklarında eğer çözümün zor olduğunu düşünüyorlarsa, o soruyu çözmedikleri ve terk ettikleri fark edilmiştir. Bu yüzden, eğer eğitimciler matematik problemlerini değişik yollardan çözmeye, yani problem çözme stratejileri öğretimine önem verirlerse öğrencilerin bu tutumlarında değişiklik olacağı düşünülmektedir. Böylece, Türkiye'nin son yıllarda almış olduğu, geçmiş yıllara nazaran yükselen ama yine de ülkemizi son sıralarda yer almaktan kurtaramayan uluslararası matematik değerlendirme puanlarını düzeltme yolunda adımlar atmış olunur. Ayrıca araştırmadan elde edilecek bulguların, MEB Talim ve Terbiye Kurulu'nun program geliştirme çalışmalarına katkıda bulunacağı ve konu ile ilgili ilerde yapılacak çalışmalara da kaynak olacağı umulmaktadır.

1.10. Araştırmanın Varsayımları

Araştırmanın temel varsayımları şunlardır:

- Katılımcıların soruları çözerken samimi davrandıkları kabul edilmiştir.
- Örneklemin evreni temsil ettiği varsayılmıştır.

- Araştırmada kullanılan problemlerin birden fazla problem çözme stratejisini uygulamaya elverişli olduğu varsayılmıştır.

1.11. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırma;

- Antalya ili Konyaaltı ilçesine bağlı özel bir ortaokuldaki 12 Matematik Başarısı Yüksek ve diğer 12 tanesi Matematik Başarısı Orta, 24 yedinci sınıf öğrenciden elde edilen bulgularla sınırlıdır.

- Araştırma 7. sınıf matematik dersi konularının hepsini kapsamayacaktır.

- Zaman açısından, 2015-2016 eğitim-öğretim yılı ile sınırlıdır.

1.12. Tanımlar

MBY (Matematik Başarısı Yüksek) öğrenciler, matematik dersinden başarılı olan ve eğitim-öğretim yılı başında il genelindeki tüm ortaokul 6. sınıf öğrencilerinin katılabileceği seviye belirleme sınavı sonucu seçilmiş ve fazladan matematik dersleri alan öğrencilerdir.

MBO (Matematik Başarısı Orta) öğrenciler, matematik dersi başarısı orta düzeyde olan öğrencilerdir. Bu grup, başarı açısından eğitim-öğretim yılı başında yapılan seviye belirleme sınavı sonucu seçilen sıralamada MBY öğrencilerden sonra gelen ve müfredata uygun şekilde eğitim alan öğrencilerden oluşmaktadır.

Heuristik: Summers'a göre heuristik, özgül sorunların çözümü için kullanılan bir bilişsel süreçtir. Bu terim, eğitim alanında bir öğrenciye, öğretilmek istenen şeyi onun bulmasını sağlama yöntemini veya bilimler sisteminde, olayların keşfini konu alan bilim dalını ifade etmek için kullanılmaktadır (Aktaran: Ulu, 2011).

BÖLÜM II

YÖNTEM

2.1. Araştırmanın Modeli

Glass ve Hopkins'e göre betimsel araştırma, olayları betimleyen veriler toplayıp bunların düzenlenmesini, tablolaştırılmasını, tasvir edilmesini ve betimlenmesini içerir (Aktaran: Essays, 2013). Büyüköztürk (2016) ise betimsel istatistiğin kısaca bir grubun özelliklerini betimlemek için kullanılan frekans, yüzde, merkezi eğilim ölçüleri, değişkenlik ölçüleri ve korelasyon katsayısı gibi teknikleri içerdiği şeklinde özetler (s.5). Bu çalışmada, öğrencilerin yaptıkları çözümlerin incelenmesi ve öğrencilerin kullandıkları problem çözme stratejilerinin belirlenmesi için betimsel araştırma modelinden faydalanılmıştır.

2.2. Araştırmanın Evreni ve Örneklemi

Bu araştırmanın evrenini, 2015-2016 eğitim-öğretim yılı Antalya ili ortaokul kurumlarında öğrenim gören öğrenciler oluşturmaktadır. Çalışmanın örneklemini ise, Konyaaltı ilçesinde özel bir ortaokulda okuyan 24 yedinci sınıf öğrencisi [12 matematik başarısı yüksek (MBY) ve 12 matematik başarısı orta (MBO)] oluşturmaktadır. Uygun örnekleme, zaman, para ve işgücü açısından var olan sınırlılıklar nedeniyle örneklemin kolay ulaşılabilir ve uygulama yapılabilir birimlerden seçilmesidir (Büyüköztürk, 2012). Araştırmacı tarafından uygun örnekleme yolu ile, eğitim-öğretim yılı başında Antalya ili genelinde ortaokul 6. sınıf öğrencilerin katılabildiği seviye belirleme sınavında aldıkları puanlara göre matematik başarısı yüksek ve matematik başarısı orta diye 12'şer kişilik sınıflara ayrılmış öğrencilerden toplam 24 öğrenci seçilmiştir. Matematik başarısı yüksek öğrencilerin seçim sebebi bu sınıfın matematik dersinin, diğer gruptan farklı olarak 6. sınıftan itibaren haftalık ders programında daha fazla yer almasıdır. Bu dersler araştırmacı tarafından verilmemiş, araştırma ile ilgili olmamıştır. Fazladan işlenen matematik derslerinde, zaman zaman özellikle matematik yarışmaları ve olimpiyatları düzeyinde, rutin olmayan heuristik (buluşsal yöntemli, sezgisel) problemlere benzer çalışmalar yapılmasıdır.

2.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmanın veri toplama aracı, 7. sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini belirlemek için araştırmacı tarafından hazırlanmış, 15 sorudan oluşan matematik problemleridir (EK 1). Bu problemler rutin olmayan heuristik tabanlı matematik sorularından oluşmaktadır ve farklı problem çözme stratejilerini uygulamaya uygundur. Akay ve arkadaşları (2006), bu tür problemlerin çözümünde basit hatırlatmalardan çok yaratıcı düşünme yolu ile adımlar üretilmesi gerektiğini söyler. Altun (2015) ise, "Sıra dışı problemler" olarak da adlandırdığı bu tür problemlerin birçoğunun bir ilişki, düzen veya örüntünün açıklanması ile ilgili olduğundan bunların öğretiminin öğrencilerde olayları inceleme, ilişki, düzen veya örüntü eğilimini arttırdığını söyler (s.105).

15 sorudan oluşan problemlerin geçerlik ve güvenirlik çalışmaları test sonucu Cronbach Alpha katsayısı 0,804 olarak tespit edilmiştir. Cronbach Alpha değeri 0,70 üstünde bir değer çıktığı için araştırmada ölçme aracı olarak kullanılmaya uygun bulunmuştur. En az iki strateji ile çözülebilecek problemlerin, sınıf seviyesine uygunluğu ile kapsam geçerliliği için, iki ortaokul matematik öğretmeni ve bir öğretim üyesinden uzman görüşü alınarak düzenlemeler yapılmış ve sorular son haline getirilmiştir. Büyüköztürk'e (2012) göre, uzman görüşüne başvurmak kapsam geçerliliğini belirleme yollarından biridir.

2.3.1. Araştırmada Kullanılan Problemler

MBY ve MBO öğrencilerin kullandıkları problem çözme stratejilerini belirlemek amacıyla yapılan bu çalışmada kullanılacak problemlerin seçimi için, çeşitli yerli-yabancı kitaplar, yapılan çalışmalar ve internetteki ilgili akademik kaynaklar dikkatlice taranmıştır (örneğin, Altun, 2015; Carson, 2007; NCTM, 2010-2013; Posamentier ve Krulik, 2008; The Singapore Maths Teachers, 2005). Çalışmada kullanılan sorular, problem çözme stratejileri ile ilgili araştırma ve çalışmalarda sıkça kullanılmış, farklı çözüm stratejilerini kullanmaya uygun olacak şekilde seçilmiş matematik problemleridir. Problemlerin çözümünde kullanılabilecek bazı stratejiler aşağıda verilmiştir:

- Geriye doğru çalışma
- Tahmin ve kontrol
- Sistematik liste yapma
- Bağıntı bulma
- Formül kullanma
- Şema çizme
- Muhakeme etme

2.4. Verilerin Toplanması

Araştırmada kullanılacak verilerin toplanabilmesi için hazırlanan 15 sorudan oluşan problemler gerekli sayıda çoğaltılmış, araştırmacı gözetiminde dağıtılmış ve uygulanmıştır. Çalışmaya katılan her iki gruptan problemleri çözmeleri istenmiştir. Sorular üç seferde beşer tane olmak üzere 45 dakika süre verilerek çözdürülmüştür. Öğrencilerden, bulabildikleri kadar farklı çözüm yöntemi ile soruları çözmeleri istenmiş, bunun önemi vurgulanmış ve çözümlerin bir araştırmada kullanılacağı da belirtilmiştir. Araştırmacı tarafından her problemin kaç farklı strateji ile çözüldüğüne bakılacağı ve buna göre puanlama yapılacağı özellikle vurgulanmıştır.

2.5. Verilerin Analizi

Araştırmanın amacı doğrultusunda hazırlanan araştırma problemlerinin çözümlerinin incelenmesi sonucunda araştırmanın verileri toplanmıştır. Veriler, SPSS istatistik programı kullanılarak çözümlenmiştir. Çözümlemeler yapılırken, ortalama, frekans ve t-testi gibi teknikler kullanılmıştır.

Birinci alt probleme ait “Matematik Başarısı Yüksek (MBY) ve Matematik Başarısı Orta (MBO) öğrenciler arasında problem çözme becerileri arasında anlamlı bir fark var mıdır?” ve ikinci alt probleme ait “Matematik Başarısı Yüksek ve Matematik Başarısı Orta öğrencilerin problem çözmede çözüm stratejileri kullanma becerileri arasında anlamlı bir fark var mıdır?” şeklinde ifade edilen sorularla ilgili verilerin toplanması için problemlerin çözümleri incelenmiş ve buradan elde edilen sonuçlardan faydanılmıştır.

Uygun analiz türünü seçebilmek için verilerin parametrik varsayımları yerine getirip getirmediğine yani normal dağılıma ve varyansların homojen olup olmadığına bakılmıştır (Bkz. Tablo 3.1 ve Tablo 3.2). MBY ve MBO öğrencilerin hem başarı ortalamaları ve hem de strateji kullanım ortalamaları arasındaki farkı bulmak için istatistiksel analiz SPSS13.0 istatistik programı yardımıyla, verilerin parametrik varsayımları yerine getirdiğinin anlaşılması sonucunda bağımsız gruplar t-testi ile yapılmış ve t değerleri bulunmuştur (Bkz. Tablo 3.3 ve Tablo 3.5). Büyüköztürk'e (2016) göre, bağımsız gruplar t-testi ya da yazarın adlandırdığı gibi ilişkisiz örneklemler için t-testi, iki bağımsız/ilişkisiz örneklem ortalamaları arasındaki farkın manidar olup olmadığını tespit etmek için kullanılır (s.39). Araştırmada manidarlık değeri 0,05 olarak alınmıştır.

2.5.1. Başarı Puanının Kodlanması

Öğrencilerin başarı puanlarını hesaplayabilmek için puanlama yapılırken Baykul'un önerdiği puanlama anahtarından yararlanılarak aşağıdaki Tablo 2.1'deki anahtar hazırlanmıştır (2014, s.77):

Tablo 2.1. *Başarı Puanlama Anahtarı*

Ölçüt	Puan
- Hiçbir çalışma yapılmamış - Verilenler sadece kopyalanmış - Yanlış çözüm yapılmış	0
- Kısmen doğru çözüm yapılmış - Uygun strateji var fakat yanlış sonuca ulaşılmış - Sadece doğru sonuç var	5
- Doğru çözüm yapılmış	10

Üçüncü alt probleme ait, “Gruplarda; hangi stratejiler, ne kadar ve hangi sırada tercih edilmiştir?” sorusuna cevap bulmak için öğrencilerin çözümleri incelenmiş, hangi stratejilerin kullanıldığı belirlenmiş ve verilerin analizinde Microsoft Excel programı kullanılarak stratejilere ait frekans ve yüzdeler hesaplanıp Tablo 3.7'de sunulmuştur.

2.5.2. Strateji Sayısının Kodlanması

Araştırmada strateji kullanım sayısını belirlemek için kodlama aşağıdaki gibi yapılmıştır:

0 : Çözüm yok yani soru boş bırakılmış

1: Çözüm için 1 strateji kullanılmış yani problem sadece 1 strateji ile çözülmüştür,

2: Çözüm için 2 farklı strateji kullanılmış yani problem 2 değişik strateji ile çözülmüştür,

3: Çözüm için 3 farklı strateji kullanılmış yani problem 3 değişik strateji ile çözülmüştür.

BÖLÜM III

BULGULAR

Bu bölümde, “Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin problem çözmede çözüm stratejileri uygulama becerileri arasında başarı düzeylerine göre anlamlı bir fark var mıdır?” sorusuna cevap vermek üzere, 2. bölümde bahsedilen araçlarla toplanan ve tekniklerle de analiz edilen verilerden elde edilen bulgular tablolar halinde sunulmuş ve açıklanmıştır.

3.1. Normallik ve Varyans Homojenliği Analizi

Uygun analiz türünü seçebilmek için verilerin parametrik varsayımları yerine getirip getirmediğinin belirlenmesi çok önemlidir. Bunun için verilerin normal dağılıma uyup uymadığı ve grupların varyanslarının homojen (eşit) olup olmadığına bakılmalıdır (Ekiz, 2015). Grup büyüklüğü (n = 24) 50'den küçük olduğundan normalliği test etmek için Shapiro-Wilk testi (Büyüköztürk, 2016), varyansların homojenliğini analiz etmek için ise Levene testi uygulanmıştır.

Tablo 3.1. *Normalliğin İncelenmesi*

	Gruplar	Shapiro-Wilk p değeri
Problem çözme beceri puanları	MBY	0,609
	MBO	0,548
Problem çözme stratejisi kullanma beceri puanları	MBY	0,112
	MBO	0,971

Tablo 3.1'de, MBY ve MBO öğrencilerin problem çözme beceri puanları için Shapiro-Wilk p (anlamlılık) değerleri sırasıyla 0,609 ve 0,548 bulunmuştur. Bu değerlerin araştırmada kabul edilen manidarlık değeri 0,05'ten büyük olmasından dolayı puanların normal dağıldığı söylenebilir. Aynı şekilde, MBY ve MBO öğrencilerin problem çözme stratejisi kullanma beceri puanlarının Shapiro-Wilk anlamlılık değerleri iki grupta da 0,05'ten büyük çıktığından dolayı (sırasıyla 0,112

ve 0,971) puanların normal dağıldığı söylenebilir.

Tablo 3.2. *Varyans Homojenliğinin İncelenmesi*

	Levene Değeri	Levene p Değeri
Problem çözme becerileri	0,232	0,635
Problem çözme strateji kullanımı	0,776	0,388

Tablo 3.2'de, grupların varyanslarının homojenliğini analiz etmek için yapılmış Levene test sonuçları yer almaktadır. Bu sonuçlara göre, grupların Levene anlamlılık değerleri hem problem çözme becerileri hem de problem çözme strateji kullanımı açısından kabul edilen manidarlık değerleri (sırasıyla p =0,635 ve p = 0,388) 0,05'ten büyük çıktığından dolayı varyansların homojen olduğu söylenebilir. Verilerin dağılımının normal olması ve grup varyanslarının homojen çıkmasından dolayı analiz, parametrik testlerden bağımsız gruplar t-testi ile yapılacaktır.

3.2. Birinci Alt Probleme Ait Bulgular

Araştırmada kullanılan 15 matematik probleminin çözümlerinin incelenmesi sonucu, Matematik Başarısı Yüksek (MBY) ve Matematik Başarısı Orta (MBO) öğrencilerin problem çözme becerileri arasında anlamlı bir fark olup olmadığını anlamak için SPSS13.0 istatistik programı kullanılmış ve istatistiksel analiz bağımsız gruplar t-testi ile yapılmıştır. Analiz sonuçları Tablo 3.3'te verilmiştir:

Tablo 3.3. *Öğrencilerin Problem Çözme Becerilerini Karşılaştırmak için Bağımsız Gruplar t-testi*

Grup	n	$\bar{x}$	s	sd	t	p
Matematik Başarısı Yüksek	12	113,333	25,790	22	4,024	$0{,}001^{*}$
Matematik Başarısı Orta	12	72,500	23,884			

$p^{*} < 0{,}05$ düzeyinde anlamlıdır.

MBY ve MBO öğrenciler arasında problem çözme becerilerinin değerlendirilmesi için istatistiksel analiz, bağımsız gruplar t-testi ile yapılmıştır. Analiz sonuçlarına göre t-testinin değeri 0,001 < 0,05 olduğu için, grupların problem çözme becerilerinin ortalamaları anlamlı bir şekilde farklılaşmaktadır (t(22) = 4,024; p =

0,001). 150 puan üzerinden MBY öğrencilerin ortalaması 113,333 iken, MBO öğrencilerin ortalaması 72,500 olmuştur.

Tablo 3.4. *MBY ve MBO Öğrencilerin Aldıkları Puanlar*

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Ort.
MBY	150	145	140	130	125	120	110	105	95	85	80	75	113,33
MBO	110	110	90	85	80	75	70	60	60	50	40	40	72,5

Tablo 3.4'te verilen MBY ve MBO gruplarında öğrencilerin problem çözme başarılarına bakıldığında, MBY bir öğrenci tüm soruları doğru cevaplayarak 150 tam puan aldığı görülmektedir. Bu grupta en düşük puan 75 olmuştur. MBO grubunda ise, en yüksek puan 110, en düşük puan 40 olmuştur.

3.3. İkinci Alt Probleme Ait Bulgular

15 matematik probleminin çözümlerinin incelenmesi sonucu, MBY ve MBO öğrencilerden oluşan iki grubun, problem çözmede çözüm stratejileri kullanma becerileri arasında anlamlı bir fark olup olmadığını anlamak için istatistiksel analiz bağımsız gruplar t-testi ile yapılmıştır. Analiz sonuçları Tablo 3.5'te verilmiştir:

Tablo 3.5. *Öğrencilerin Problem Stratejilerini Kullanma Becerilerini Karşılaştırmak için Bağımsız Gruplar t-testi*

Grup	n	$\bar{x}$	s	sd	t	p
Matematik Başarısı Yüksek	12	18,250	2,958	22	1,775	0,090*
Matematik Başarısı Orta	12	16,167	2,790			

$p^* < 0,05$ düzeyinde anlamlıdır.

Tablo 3.5'te görüldüğü gibi t-testinin değeri 0,090 > 0,05 olduğu için, grupların problem çözmede çözüm stratejileri kullanma ortalamaları anlamlı bir şekilde farklılaşmamaktadır (t(22) = 1,775; p = 0,090). Matematik Başarısı Yüksek öğrencilerin ortalaması 18,250 iken, Matematik Başarısı Orta öğrencilerin ortalaması 16,167 olmuştur.

Tablo 3.6. *MBY ve MBO Öğrencilerin Kullandıkları Strateji Sayıları*

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Ort.
MBO	23	22	21	20	20	19	17	17	15	15	15	15	18,25
MBY	21	20	18	17	17	16	16	16	15	14	13	11	16,17

Tablo 3.6'da MBY ve MBO gruplarında öğrencilerin araştırma problemlerini çözerken kullandıkları toplam strateji sayılarına bakıldığında, MBY grubunda en yüksek 23, en düşük 15 olmuştur. MBO grubunda ise en yüksek strateji kullanım sayısı 21 ve en düşük 11'dir. Problemlere tek tek bakıldığında, öğrenciler bir problem için en fazla 3 strateji uygulayabilmiştir. Bu durum, MBY bir öğrencinin Problem 6'yı "Sistematik liste yapma", "Denklem kurma/eşitlik yazma" ve "Geriye doğru çalışma" stratejilerini uygulaması ile ortaya çıkmıştır.

3.4. Üçüncü Alt Probleme Ait Bulgular ve Örnek Çalışmalar

Üçüncü alt probleme ait, "Gruplarda; hangi stratejiler, ne kadar ve hangi sırada tercih edilmiştir?" sorusuna cevap bulmak için öğrencilerin çözümleri incelenmiş, hangi stratejilerin kullanıldığı belirlenmiş ve verilerin analizinde Microsoft Excel programı kullanılarak stratejilere ait frekans ve yüzdeler hesaplanmıştır.

Tablo 3.7. *Grupların Toplam Strateji Kullanım Frekansları ve Yüzdeleri*

STRATEJİLER	Toplam (n = 24)	%	MBY (n = 12)	%	MBO (n = 12)	%
Denklem kurma/eşitlikyazma	128	32,08	69	32,55	59	31,55
Muhakeme etme	57	14,29	30	14,15	27	14,44
Formül kullanma	40	10,03	27	12,74	13	6,95
Geriye doğru çalışma	39	9,77	17	8,02	22	11,76
Bağıntı bulma	36	9,02	19	8,96	17	9,09
Tahmin ve kontrol	31	7,77	14	6,6	17	9,09
Sistematik liste yapma	29	7,27	20	9,43	9	4,81
Şema çizme	27	6,77	9	4,25	18	9,63
Farklı stratejiler*	12	3,01	7	3,3	5	2,67
TOPLAM	399	100	212	100	187	100

**Örneğin, cevabı zihinden bulup işlem yapmadan doğrudan sonucu yazma*

Tablo 3.7'ye göre, her iki grupta "Denklem kurma/eşitlik yazma" en fazla uygulanan strateji olmuş ve problemlerin çözümünde MBY öğrencilerde 69, MBO öğrenciler arasında 59 yani toplamda 128 defa kullanılmıştır. Bu stratejiyi, iki grup için "Muhakeme etme" stratejisi 30'a 27 olarak toplamda 57 defa kullanım ile takip etmektedir. En az kullanılan strateji MBY öğrenciler için 9 defa uygulama ile "Şema çizme" stratejisi olurken, MBO öğrencilerde ise 9 uygulama ile "Sistematik liste yapma" stratejisi olmuştur (farklı stratejiler adı altında toplanan, cevabı zihinden bulup işlem yapmadan doğrudan sonucu yazma gibi stratejilerinin frekansları az olduğundan hariç tutulmuştur).

3.4.1. Problem 1'e Ait Bulgular

Problem 1.

Bir tavuk çiftliğindeki tavukların sayısı her ay bir öncekinin 3 katına çıkmaktadır. 3 ay sonra çiftlikteki tavuk sayısı 189 ise başlangıçta kaç tavuk vardı?

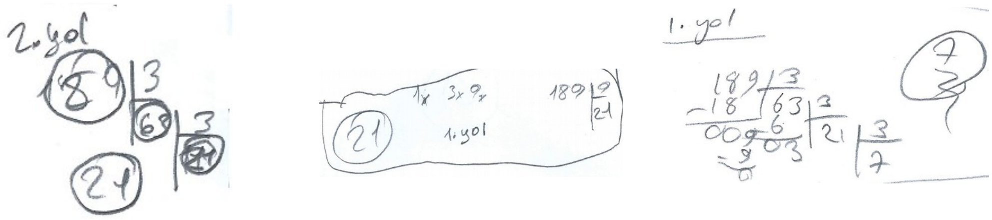
Tablo 3.8. *Problem 1'e Ait Bulgular*

Stratejiler	Toplam	%	MBY	%	MBO	%
Geriye doğru çalışma	8	29,63	5	33,33	3	25
Denklem kurma/eşitlik yazma	18	66,67	9	60	9	75
Şema çizme	1	3,7	1	6,67	0	0
	27		15		12	

Tablo 3.8'deki Problem 1'e ait bulgulara göre, MBY öğrenciler çözüm için "Geriye doğru çalışma", "Denklem kurma/eşitlik yazma" ve "Şema çizme" olmak üzere üç farklı strateji kullanırken, MBO öğrenciler bunlardan sadece ilk iki stratejiyi kullanmıştır. Toplam 27 strateji, MBY 15 ve MBO 12, kullanılmıştır. "Denklem kurma/eşitlik yazma" stratejisi toplamda 18 kez ile en fazla kulanılan strateji olmuştur. Ayrı ayrı gruplara bakıldığında, her iki grupta en çok "Denklem kurma/eşitlik yazma"stratejisi kullanılırken ve "geriye doğru çalışma" stratejisi toplamda 8 kez kullanılarak ikinci olmuştur. "Şema çizme" stratejisi ise sadece bir MBY öğrenci tarafından kullanılmıştır.

Örnek çözümler:

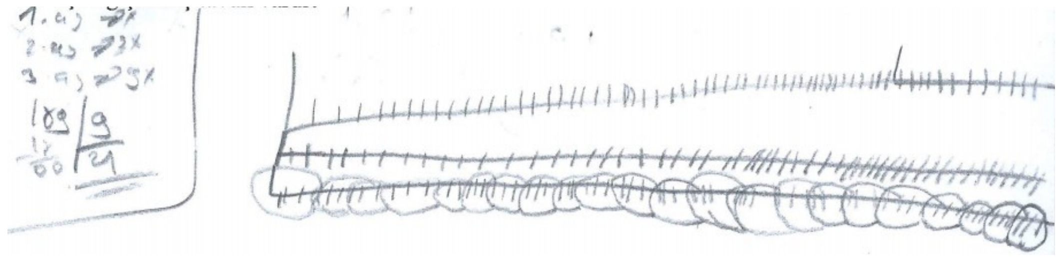
Problem 1, "Geriye doğru çalışma" ve "Denklem kurma/eşitlik yazma" gibi stratejilere uygun bir problem olarak seçilmiştir. Şekil 3.1'de örnek çözümler verilmiştir:



"Geriye doğru çalışma" yanlış çözüm	"Denklem kurma/eşitlik yazma" yanlış çözüm	"Geriye doğru çalışma" doğru çözüm

Şekil 3.1. *Problem 1 İçin Örnek Çözümler*

Bu soruda öne çıkan noktalardan birisi, Şekil 3.1'deki birinci ve ikinci çözümlerden görülebileceği gibi, iki gruptan bazı öğrencilerin stratejileri doğru uygulamalarına rağmen soruyu dikkatli okumadıkları için sonucu 7 yerine 21 olarak üç kat fazla bulmalarıdır. Soruda her ay üç kat artan tavuk sayısını 1.ay bir kat yani x, 2. ay üç kat yani 3x, 3. ay ise dokuz kat yani 9x alıp 189 sayısı 9'a bölünüp cevap 21 bulunmuştur. Oysaki doğru cevap için, ilk başta tavuk sayısı x alınıp 1 ay sonra üç kat yani 3x, 2 ay sonra dokuz kat yani 9x, 3 ay sonra da yirmiyedi kat yani 27x olmalı ve 189 olan tavuk sayısı 27'e bölünmeliydi. Burada soruların dikkatli okunmamasının yanı sıra sonuçların da konrol edilmediği göze çarpmaktadır. Böylece, Polya'nın problem çözme basamaklarından "*Çözümün değerlendirilmesi"* yani çözümün doğruluğunu ve geçerliğini kontrol etme basamağının da uygulanmadığı görülmektedir.



1.çözüm 2. Çözüm

Şekil 3.2. *MBY Bir Öğrencinin Problem 1'i İki Farklı Strateji ile Çözümü*

Şekil 3.2'de ise MBY bir öğrencinin ikinci çözüm yolu olarak bayağı zaman aldığı düşünülen “Şema çizme” stratejisini kullandığı çözüm vardır. Burada öğrenci, 189 çizgi çizerek 1/3'ü bulmuş, bölünen 1/3'lük kısmı tekrar üçe bölmüş ve böyle devam ederek başlangıçta kaç tavuk olduğunu bulmaya çalışmıştır.

3.4.2. Problem 2'ye Ait Bulgular

Problem 2.

Bir toplantıya katılan 10 arkadaşın her biri diğer tüm arkadaşlarıyla bir kez el sıkışırsa toplam kaç el sıkışması olur? (Posamentier ve Krulik, 2015, s. xviii)

Tablo 3.9. *Problem 2'ye Ait Bulgular*

Stratejiler	Toplam	%	MBY	%	MBO	%
Bağıntı kurma	1	3,45	0	0	1	6,67
Denklem kurma/eşitlik yazma	1	3,45	0	0	1	6,67
Formül kullanma	9	31,03	6	42,86	3	20
Şema çizme	8	27,59	0	0	8	53,33
Sistematik liste yapma	10	34,48	8	57,14	2	13,33
	29		14		15	

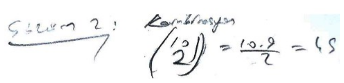
Tablo 3.9'da verilen Problem 2'ye ait bulgular incelendiğinde, MBY grubunda sadece “Formül kullanma” ve “Sistematik liste yapma” ile iki strateji, MBO'da ise “Bağıntı kurma”, “Denklem kurma/eşitlik yazma”, “Formül kullanma”, “Şema çizme” ve

"Sistematik liste yapma" yani beş farklı strateji kullanılmıştır. Bunlar toplamda 29 kez, MBY'de 14 ve MBO'da 15 olarak kullanılmıştır. "Sistematik liste yapma" stratejisi toplamda 10 kez ile en fazla kulanılan strateji olurken, "Formül kullanma" 9 kez, "Şema çizme" ise 8 kez ile onu takip eden stratejiler olmuştur. Ayrı ayrı gruplara bakıldığında, MBY'de "Sistematik liste yapma", MBO'da ise "Şema çizme" sekizer kez ile en çok tercih edilmiştir. En az kullanılan stratejiler, MBY öğrencilerde 6 kez ile "Formül kullanma", MBO'da birer kez kullanımla "Bağıntı kurma" ve "Denklem kurma/eşitlik yazma"stratejileri olmuştur.

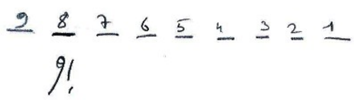
Bu problemde öne çıkan unsur, MBO öğrenciler toplamda MBY öğrencilere göre 15'e 14 olarak daha fazla strateji kullanmalarıdır. Bu durum sadece bu soruda karşımıza çıkmıştır. MBY öğrencilerin kağıtları incelendiğinde, bu öğrencilerin çözüme kolayca ulaşmış oldukları fakat başka bir çözüm yolu bulmak için uğraşmadıkları göze çarpmaktadır.

Örnek çözümler:

Problem 2, "Formül kullanma", "Şema çizme" ve özellikle "Sistematik liste yapma" stratejilerinin kullanımına uygun bir problem olarak seçilmiştir.



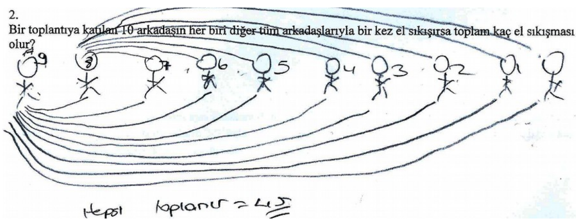
1. Çözüm



2. Çözüm

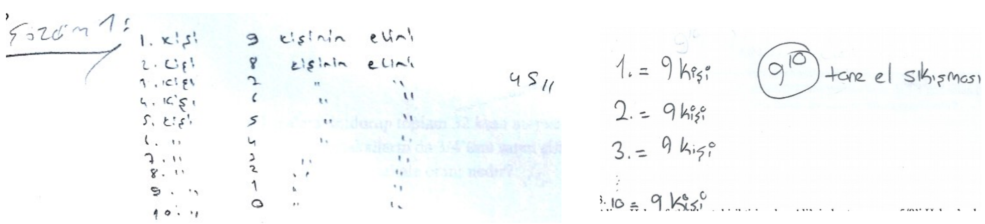
Şekil 3.3. *Problem 2'nin "Formül Kullanma" Stratejisi ile Çözümleri*

Şekil 3.3'te sunulan birinci örnek çalışmada olduğu gibi, bazı öğrenciler problemi formül kullanarak doğru çözmüştür. El sıkışma problemi bir kombinasyon problemi gibi ele alınarak, 10 kişi arasından 2 kişi nasıl seçilir sorusuna yanıt aranmıştır. Fakat ikinci çözümde MBO bir öğrenci kombinasyon formülü yerine permütasyon formülü kullanarak, "9 kişi kaç farklı şekilde sıralanır?" sorusunun cevabı olan 9!'i bulmuştur. Burada, problem çözme basamaklarından ç*özümün değerlendirilmesi* yani çözümün doğruluğunu ve geçerliğini kontrol etme kısmı gerçekleşmemiştir. Öğrenci, cevabın yani el sıkışma sayısının 9! yani *9 x 8 x 7 x 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 362 880* kadar büyük ve anlamsız bir sayı olup olamayacağını değerlendirmemiştir.



Şekil 3.4. *Problem 2'nin "Şema Çizme" Stratejisi ile Çözümü*

Şekil 3.4'teki çalışma problemin şema çizme stratejisi ile çözümüne uygun bir örnektir. Burada, 10 kişi sembolik gösterimle resmedilmiş ve bunlar arasındaki el sıkışması da çizgiyle gösterilmiştir. Yani, birinci kişi için 9 el sıkışması, ikinci kişi için 8 el sıkışması diye devam ederek toplamda 45 el sıkışması elde edilmiştir.



1. Çözüm 2. Çözüm

Şekil 3.4. *Problem 2'nin "Sistematik Liste Yapma" Stratejisi ile Çözümleri*

Şekil 3.5'te "Sistematik liste yapma" stratejisi ile ikinci problemin bir doğru bir de yanlış çözümüne örnek verilmiştir. Birinci çözüm doğru çözümdür. Burada MBY bir öğrenci dikkatlice birinci kişinin 9 kişi ile, ikinci kişinin 8 kişi ile, üçüncü kişinin 7 kişi ile el sıkışır diye devam ederek tüm olası durumları yazıp, 9+8+7+6+5+4+3+2+1 toplamından 45 yanıtını elde etmiştir. Fakat ikinci çözümde MBO bir öğrenci, aynı yöntemle her bir kişinin 9 kez el sıkıştığını listeleyip toplama işlemi yerine çarpma yaparak cevabı 9^{10} bulmuştur. Burada, işlemsel hataların yanısıra problem çözme basamaklarından ç*özümün değerlendirilmesi* yani çözümün doğruluğunu ve geçerliğini kontrol etme kısmı gerçekleşmemiştir. Öğrenci, cevabın yani el sıkışma sayısının 9^{10} (9^{10} = 3 486 784 401) kadar büyük ve anlamsız bir sayı olup olamayacağını değerlendirememiştir.

3.4.3. Problem 3'e Ait Bulgular

Problem 3.

Ali ve Hakan futbol kartı biriktiriyorlar. Ali’nin kart sayısının 5/8’i Hakan’ın kartlarının 1/4’üne eşittir. İki arkadaş toplam 280 kart biriktirmişse, **Hakan’ın** kart sayısı kaçtır?

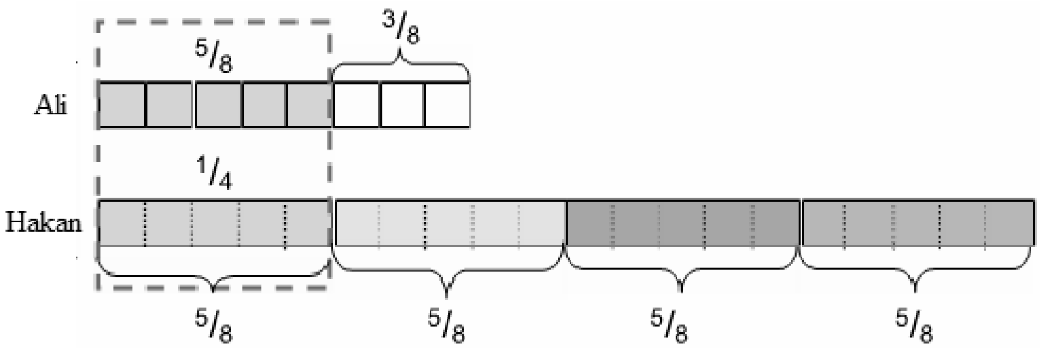
Tablo 3.10. *Problem 3'e Ait Bulgular*

Stratejiler	Toplam	%	MBY	%	MBO	%
Geriye doğru çalışma	1	3,33	0	0	1	6,67
Denklem kurma/eşitlik yazma	21	70	11	73,33	10	66,67
Tahmin ve kontrol	1	3,33	0	0	1	7,14
Muhakeme etme	7	23,33	4	26,67	3	20
	30		15		15	

Tablo 3.10'a göre, Problem 3 için MBY öğrenciler “Denklem kurma/eşitlik yazma” ve “Muhakeme etme” stratejilerini kullanırken, MBO öğrenciler “Geriye doğru çalışma”, ”Denklem kurma/eşitlik yazma”, ”Tahmin ve kontrol” ve “Muhakeme etme” stratejilerini uygulamıştır. Bu stratejiler MBY ve MBO'da 15'er, toplamda 30 defa kullanılmıştır. ”Denklem kurma/eşitlik yazma” 21 kullanımla iki grupta en fazla kullanılan strateji olmuştur, MBY'de 11 ve MBO'da 10. “Muhakeme etme” 4 kez, MBY grubunda, “Geriye doğru çalışma” ile ”Tahmin ve kontrol” de birer kez kullanımla MBO grubunda en az kullanılan stratejiler olmuştur.

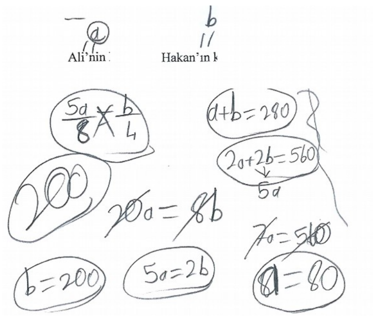
Örnek çözümler:

Problem 3, “Şema çizme”, “Denklem kurma/eşitlik yazma”, “Muhakeme etme” gibi stratejileri kullanmaya uygun bir problem olarak seçilmiştir. Problemi “Şema çizme” stratejisi ile çözme yoluna giden öğrenci olmamıştır. Bu strateji ile çözüm yapmak için Şekil 3.10'daki gibi Ali’nin kart sayısının 5/8’i Hakan’ın kartlarının 1/4’üne eşitlenecek şekilde şema çizilir. İki arkadaş toplam 280 kart biriktirmişse, 5/8 + 5/8 + 5/8 + 5/8 + 5/8 + 3/8 = 28/8'lik birim 280 eder. Yani, 1/8'lik birim 10 tane karttır. Hakan 20/8 birim kadar kartı varsa, 10 x 20 = 200 kartı var demektir.



Şekil 3.6. *Problem 3'ün "Şema Çizme" Stratejisi ile Çözüm Yolu (The Singapore Maths Teachers, 2005)*

Problem 3 için en fazla kullanılan "Denklem kurma/eşitlik yazma" stratejisine göre çözüm yapan öğrenciler, bilinmeyenleri harflerle gösterip daha sonra eşitlik yazarak eşitliği sağlayan değeri bulmuştur.



Şekil 3.7. *Problem 3'ün "Denklem Kurma/Eşitlik Yazma" Stratejisi ile Çözümü*

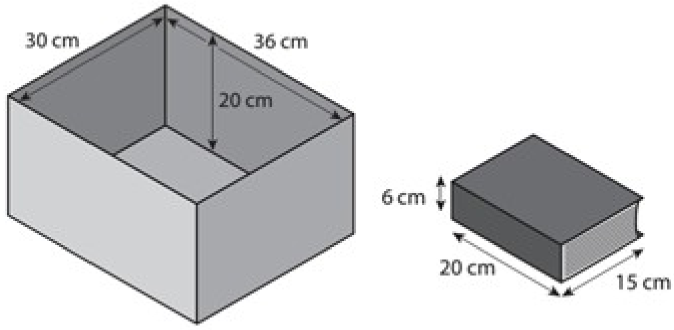
Şekil 3.7'de görüldüğü gibi çoğu öğrenci Ali için "a", Hakan için "b" harfini kullanmıştır. Örnek çözüme göre a'nın 5/8'i b'nin 1/4'üne eşitlenip, a ve b birbiri cinsinden *5a = 2b* olarak bulunmuştur. Öğrenci çözümde 2b'yi kullanabileceği şekilde *a + b = 280* ise *2a + 2b = 560* diye iki katını alarak 2b yerine 5a yazmış ve

2a + 5a = 560 elde etmiştir. Böylece a yani Ali 80 ve b yani Hakan 200 bulunmuştur.

3.4.4. Problem 4'e Ait Bulgular

Problem 4.

Şekildeki kutuya boyutları aşağıda verilen kitaptan en fazla kaç tane sığdırabilirsiniz?



Tablo 3.11. *Problem 4'e Ait Bulgular*

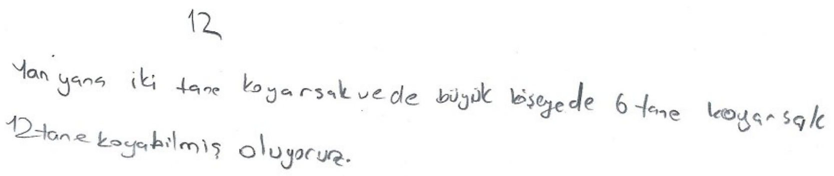
Stratejiler	Toplam	%	MBY	%	MBO	%
Bağıntı kurma	2	8,33	1	7,69	1	9,09
Denklem kurma/eşitlik yazma	2	8,33	1	7,69	1	9,09
Formül kullanma	9	37,5	8	61,54	1	9,09
Muhakeme etme	8	33,33	1	7,69	7	63,64
Şema çizme	3	12,5	2	15,38	1	9,09
	24		13		11	

Tablo 3.11'de verilen Problem 4'e ait bulgulara göre, gruplarda “Bağıntı kurma”, “Denklem kurma/eşitlik yazma”, “Formül kullanma”, “Muhakeme etme” ve “Şema çizme” yani beş farklı strateji kullanılmıştır. Bunlar, MBY'de 13 ve MBO'da 11 toplam olarak 24 defa kullanılmıştır. “Formül kullanma” stratejisi toplamda 9 kez ile en fazla kulanılan, “Muhakeme etme” ise 8 kez ile ikinci tercih edilen strateji olmuştur. “Bağıntı kurma” ve “Denklem kurma/eşitlik yazma” en az kullanılan stratejiler olmuştur. Ayrı ayrı gruplara bakıldığında, MBY'de “Formül kullanma” 8

kez, MBO'da ise “Muhakeme etme” 7 kez ile en çok tercih edilmiştir. MBY öğrenciler birer defa ile en az “Bağıntı kurma”, “Denklem kurma/eşitlik yazma” ve “Muhakeme etme”stratejilerini kullanmışlardır. MBO'da ise “Muhakeme etme” dışındaki diğer stratejiler birer kez kullanılmıştır.

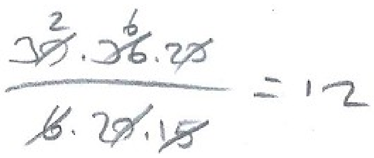
Örnek çözümler:

Problem 4, “Muhakeme etme”, “Formül kullanma” ve “Şema çizme” stratejilerine uygun bir problem olarak seçilmiştir.



Şekil 3.8. *Problem 4'ün “Muhakeme Etme” Stratejisi ile Çözümü*

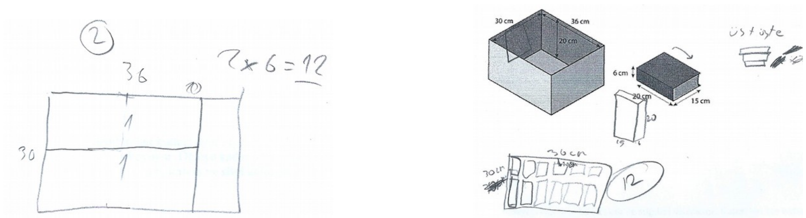
Matematik başarısı yüksek bir öğrenci Şekil 3.8'deki gibi mantıksal akıl yürütmeler yaparak “kutuya kitapları yanyana kısa kenara 2 tane ve uzun kenara (burada öğrenci kenar yerine köşe yazarak yanılgıya düşmüştür) 6 tane olacak şekilde” yerleştirince toplam 12 kitap sığacağına karar vermiştir.



Şekil 3.9. *Problem 4'ün “Formül Kullanma” Stratejisi ile Çözümü*

“Formül kullanma” stratejisi ile örnek çözüm Şekil 3.9'da verilmiştir. Bu yöntemle, *kitap sayısı = kutunun hacmi / kitabın hacmi* kullanılarak çözüme gidilmiştir. Kutunun hacmi, *taban alanı x yükseklik* formülünden *30 x 36 x 20,* yine aynı formül ile hesaplanan *20 x 15 x 6* kitabın hacmine bölünerek kitap sayısı 12 elde edilmiştir.

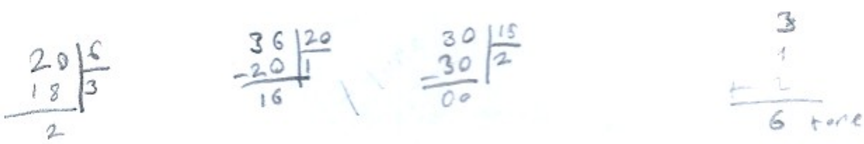
“Şema çizme” stratejisine örnek olarak verilen iki çalışmada görüldüğü gibi, öğrenciler soruyu görsel olarak hayal etmeye çalışmış ve ona göre çizim yapmıştır. Burada yapılması gereken, kitabın kenar uzunlukları ile kutunun kenar uzunluklarını uygun olacak şekilde eşleştirmek ve böylece kutuya en fazla kitabı sığdırabilmektir (Bkz. Şekil 3.10).



1. Çözüm 2. Çözüm

Şekil 3.10. *Problem 4'ün "Şema Çizme" Stratejisi ile Çözümleri*

Problem 4 için kullanılan başka bir strateji de "Bağıntı bulma"'dır. Bu stratejiyi kullanan MBO bir öğrenci, kutu ve kitabın kenarları arasında bir bağıntı bulmaya çalışmış fakat yanlış eşleştirme sonucu çıkan sayılar toplanarak doğru çözüme ulaşılamamıştır (Bkz: Şekil 3.11).



Şekil 3.11. *Problem 4'ün "Bağıntı Bulma" Stratejisi ile Çözümü*

3.4.5. Problem 5'e Ait Bulgular

Problem 5.

Bir çiftçi, elma ve portakalları ayrı ayrı kasalara doldurup toplam 32 kasa meyve elde eder ve bunları satmak için pazara getirir. Gün sonunda elmaların 2/3'ünü, portakalların da 3/4'ünü satan çiftçinin elinde satamadığı 9 kasa kalır. Buna göre başlangıçtaki elma kasası sayısının portakala oranı nedir?

Tablo 3.12. *Problem 5'e Ait Bulgular*

Stratejiler	Toplam	%	MBY	%	MBO	%
Geriye doğru çalışma	1	4,17	0	0	1	9,09
Denklem kurma/eşitlik yazma	17	70,83	9	69,23	8	72,73
Tahmin ve kontrol	2	8,33	2	15,38	0	0
Formül kullanma	1	4,17	1	7,69	0	0
Muhakeme etme	2	8,33	1	7,69	1	9,09
Şema çizme	1	4,17	0	0	1	9,09
	24		13		11	

Tablo 3.12'ye göre, Problem 5 için "Geriye doğru çalışma", "Denklem kurma/eşitlik yazma", "Tahmin ve kontrol", "Formül kullanma", "Muhakeme etme" ve "Şema çizme" stratejileri kullanılmıştır. Bu stratejiler toplamda 24, MBY'de 13 ve MBO'da 11 defa kullanılmıştır. "Denklem kurma/eşitlik yazma" stratejisi MBY'de 9, MBO'da 8 ve toplamda 17 uygulama ile en fazla tercih edilen olmuştur. MBY grupta "Formül kullanma" ile "Muhakeme etme", MBO'da ise "Geriye doğru çalışma" ve "Şema çizme" birer defa kullanımla en az uygulanan stratejiler olmuştur.

Örnek çözümler:

Problem 5, "Sistematik liste yapma", "Şema çizme" ve "Denklem kurma/eşitlik yazma" gibi stratejilere uygun bir problem olarak seçilmiştir. Bu problemi iki grupta da "Sistematik liste yapma" yolu ile çözen yoktur. Oysa bu strateji ile, ilk önce kalan kasa miktarları hesaplanıp aşağıdaki gibi devam edilirse soru kolayca çözülebilmektedir:

	Satılan	Kalan
Elma	2/3	1/3
Portakal	3/4	1/4

Kalan elma 1/3 = 2/6 = 3/9 = ***4/12*** *= ...*

Kalan Portakal 1/4 = 2/8 = 3/12 = 4/16 = ***5/20*** *= ...*

Yukarıda ifade edildiği gibi, 1/3 ve 1/4 kesirleri için denk kesirler sistematik bir şekilde listenmeye başlanır ve *4/12* ve *5/20* kesirleri elde edilene kadar devam edilir.

Çünkü, bu kesirlerin paylar toplamı kalan 9 kasayı (4 + 5), paydalar toplamı ise başlangıçtaki 32 kasayı (12+20) temsil eder. Bunun anlamı, başlangıçtaki 12 kasa elmadan 4, 20 kasa portakaldan 5 kasa kalmıştır. Yani, $4+5 = 9$ kalan ve $12+ 20 = 32$ ise başlangıçtaki kasaların sayısıdır. Öyleyse, başlangıçta 12 kasa elma ve 20 kasa portakal vardır ve oranı $12/20$ yani $3/5$'tir.

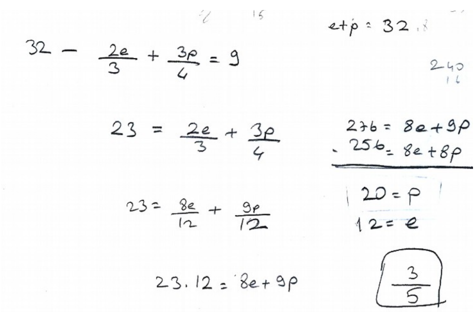
Şekil 3.12, Problem 5'in "Denklem kurma/eşitlik yazma" ile doğru çözümüne örnektir. MBY bir öğrenci, problemin bilinmeyenleri elma kasa sayısı için e, portakal kasa sayısı içinse p harfi ile adlandırıp;

$e + p = 32$ *(i)* eşitliğini yazmıştır.

Daha sonra kalan kasa sayılarını başlangıçtaki kasa sayısı olan 32'den çıkarıp 9'a eşitleyerek;

$8e + 9p = 276$ *(ii)* elde etmiştir.

Daha sonra, elindeki *(i)* ve *(ii)* gibi iki denklemin ortak çözümü sonucunda cevaba ulaşmıştır.



Şekil 3.12. *Problem 5'in "Denklem Kurma/Eşitlik Yazma" ile Doğru Çözümü*

3.4.6. Problem 6'ya Ait Bulgular

Problem 6.

Ali, Burak ve Cemil adlı üç kardeşin farklı miktarlarda parası vardır. Ali Burak'a 12 lira, sonra Burak Cemil'e 10 lira, daha sonra da Cemil Ali'ye 4 lira veriyor. Bu alışverişler sonucunda kardeşlerin her birinin 20'şer lirası oluyorsa başlangıçta kaç liraları vardı?

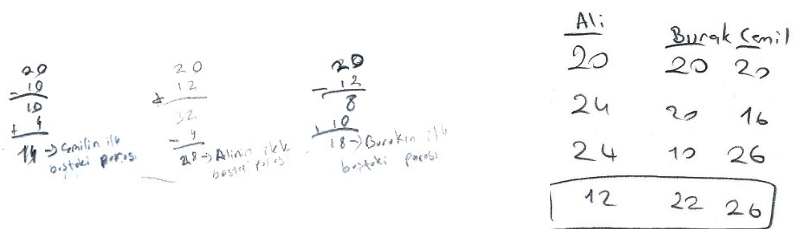
Tablo 3.13. *Problem 6'ya Ait Bulgular*

Stratejiler	Toplam	%	MBY	%	MBO	%
Geriye doğru çalışma	5	15,15	2	11,76	3	18,75
Bağıntı kurma	2	6,06	2	11,76	0	0
Denklem kurma/eşitlik yazma	19	57,58	9	52,94	10	62,5
Muhakeme etme	1	3,03	0	0	1	6,25
Sistematik liste yapma	6	18,18	4	23,53	2	2,5
	33		17		16	

Tablo 3.13'teki bulgulara göre, öğrenciler Problem 6 için “Geriye doğru çalışma”, “Bağıntı kurma”, “Denklem kurma/eşitlik yazma”, “Muhakeme etme” ve “Sistematik liste yapma” stratejilerini kullanmıştır. Bu stratejiler toplamda 33 defa, MBY 17 ve MBO 16, uygulanmıştır. “Denklem kurma/eşitlik yazma” stratejisi iki grupta da en fazla kullanılan strateji olmuş, toplamda 19 defa olmak üzere MBY'de 9 ve MBO'da 10 kez kullanılmıştır. “Muhakeme etme” ise sadece bir MBO öğrencisi tarafından kullanılarak en az uygulanan strateji olmuştur.

Örnek çözümler:

Problem 6, “Geriye doğru çalışma” ve “Sistematik liste yapma” stratejilerine uygun bir problemdir. Fakat, iki grupta da en çok tercih edilen strateji “Denklem kurma/eşitlik yazma” stratejisi olmuştur.



1. Çözüm 2.Çözüm

Şekil 3.13. *Problem 6'nın “Geriye Doğru Çalışma” Stratejisi ile Çözümleri*

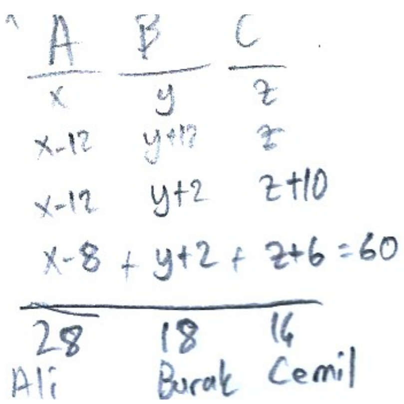
Şekil 3.13'teki birinci çözümde MBO bir öğrenci problemi doğru, ikinci çözümde ise

MBY öğrenci yanlış çözmüştür. “Geriye doğru çalışma” stratejisi ile sondan başa doğru giderek başlangıç durumu ile ilgili bilgiye ulaşmaya çalışılır ve bu süreçte matematiksel işlemler de tersine döner, yani, çıkarma toplama, çarpma ise bölme olur (Bkz. Tablo 3.14). Bu strateji uygulanırken yapılan işlemler tersine döndüğü için para verince toplama, para alınca çıkarma işlemi yapılmıştır.

Tablo 3.14. *Problem 6'nın “Geriye doğru çalışma” Stratejisi ile Çözüm Yolu*

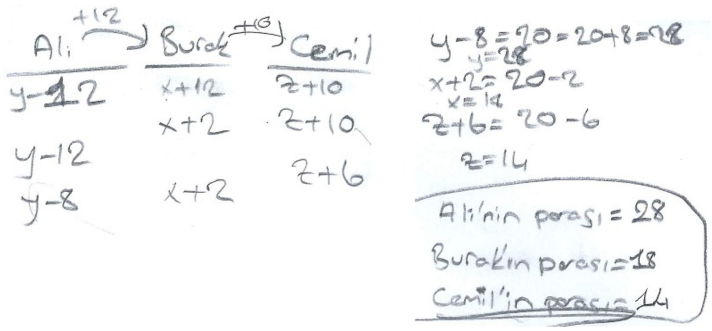
	Ali	Burak	Cemil
Son durumda	20	20	20
Cemil Ali'ye 4 lira verince	20 - 4	20	20 + 4
Cemil Ali'ye para vermeden önce	16	20	24
Burak Cemil'e 10 lira verince	16	20 + 10	24 - 10
Burak Cemil'e para vermeden önce	16	30	14
Ali Burak'a 12 lira verince	16 + 12	30 - 12	14
Ali Burak'a para vermeden önce	28	18	14
Başlangıçta	28	18	14

“Sistematik liste yapma” stratejisi ile çözüm yapan MBY bir öğrencinin çözümü Şekil 3.14'te verilmiştir. Öğrenci, baştan sona olası durumları yani Ali, Burak ve Cemil arasındaki para alışverişlerini listeleyerek çözüme ulaşmıştır.



Şekil 3.14. *Problem 6'nın “Sistematik Liste Yapma” Stratejisi ile Çözümü*

Bu problem, iki grupta da en fazla “Denklem çözme stratejisi” ile çözülmeye çalışılmıştır. Şekil 3.15'teki örnek çözümde MBY bir öğrenci bilinmeyenleri x, y, z olarak adlandırmış, denklemler kurmuş ve çözümü doğru şekilde yapmıştır.



Şekil 3.15. *Problem 6'nın“Denklem Kurma/Eşitlik Yazma” Stratejisi ile Çözümü*

3.4.7. Problem 7'ye Ait Bulgular

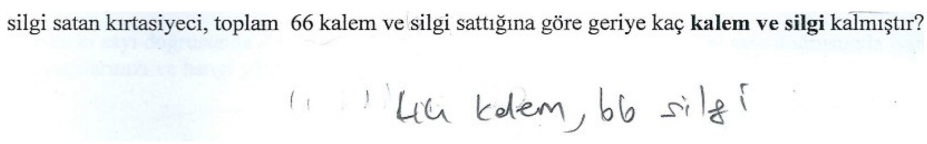
Problem 7.

Bir kırtasiyeci eşit sayıdaki kalem ve silgileri satacaktır. Kalemleri her kutuda aynı sayıda olmak üzere 10 kutuya, silgileri de her kutuda eşit sayıda olacak şekilde 6 kutuya koyuyor. Öğleye kadar 6 kutu kalem, 3 kutu silgi satan kırtasiyeci, toplam 66 kalem ve silgi sattığına göre geriye kaç **kalem ve silgi** kalmıştır?

Tablo 3.15. *Problem 7'ye Ait Bulgular*

Stratejiler	Toplam	%	MBY	%	MBO	%
Geriye doğru çalışma	3	11,11	0	0	3	18,18
Denklem kurma/eşitlik yazma	14	51,85	7	43,75	7	63,64
Muhakeme etme	4	14,81	4	25	0	0
Şema çizme	1	3,7	1	6,25	0	0
Farklı	5	18,52	4	25	1	9,09
	27		16		11	

Tablo 3.15'te Problem 7 için “Geriye doğru çalışma”, “Denklem kurma/eşitlik yazma”, “Muhakeme etme”, “Şema çizme” ve “Farklı” stratejileri yer almaktadır. Burada “Farklı” olarak sınıflanan çözüm stratejisine örnek “Öğrencinin cevabı zihinden bulup işlem yapmadan doğrudan sonucu yazması” verilebilir. Örneğin bu soruda öğrenci çözüm için sadece 44 kalem ve 66 silgi yazmış ve bırakmıştır (Bkz. Şekil 3.16).


silgi satan kırtasiyeci, toplam 66 kalem ve silgi sattığına göre geriye kaç **kalem ve silgi** kalmıştır?

44 kalem, 66 silgi

Şekil 3.16. *Problem 7'nin “Farklı” Olarak Sınıflanan Çözüm Stratejisi ile Çözümü*

Bu stratejiler toplamda 27, MBY'de 16 ve MBO'da 11 defa kullanılmıştır. “Denklem kurma/eşitlik yazma”, hem MBY hem de MBO grubunda 7'şer, toplamda ise 14 kez uygulama ile en çok tercih edilen strateji olmuştur. MBY grubunda “Geriye doğru çalışma”, MBO'da ise “Muhakeme etme” ile “Şema çizme” hiç kullanılmamıştır.

Örnek çözümler:

Problem 7, “Muhakeme etme”, “Denklem kurma/eşitlik yazma” ve “Şema çizme” stratejilerine uygun bir problemdir. “Muhakeme etme” stratejisi ile öncelikle eşit sayıda kalem ve silgi alan kutulardaki kalem ve silgi sayılarının belirlenmesi gerekir. Bir kutudaki kalemler K ve silgiler de S ile gösterildiğinde, 10 kutu kalem ve 6 kutu silgi birbirine eşittir. Öyleyse;

$$10K = 6S \text{ veya } 5K = 3S \text{ 'dir. } (1)$$

Satılan kutu sayısı kalemler için 6K ve silgiler için 3S'dir. Satılan Kalem ve silgilerin sayısı 66 olduğuna göre,

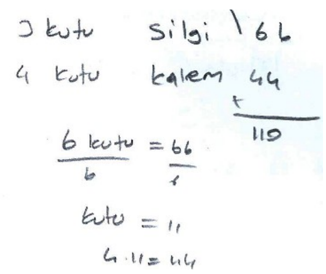
$$6K + 3S = 66 \text{ olur. } (2)$$

İkinci denklemde 3S yerine (1)'de eşiti olan 5K yazıldığında;

$$6K + 5K = 66$$

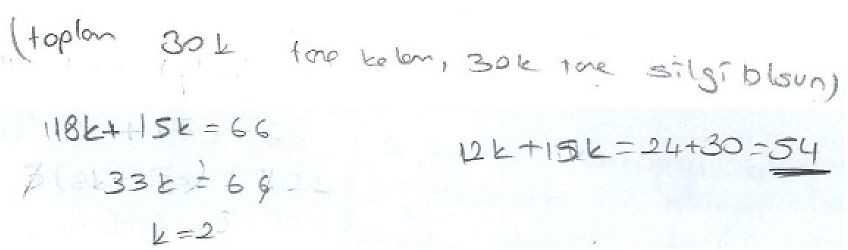
$$11K = 66 \text{ olur.}$$

Buradan $K = 6$, $S = 10$ bulunur. 6 kutu kalem (6K) satıldığına göre 4 kutu kalem (4K) kalmıştır bu da *4 x 6 = 24*'tür. Yani 24 tane kalem kalmıştır. Aynı şekilde, 3 kutu silgi (3S) satıldığına göre 3 kutu silgi (3S) kalmıştır bu da *3 x 10 = 30*'dur. Sonuç olarak, 24 kalem ve 30 silgi kalmıştır. Şekil 3.17'de "Muhakeme etme" stratejisini yanlış kullanan MBY bir öğrenci kalan kalem ve silgi sayısını veren *6K +3S = 66* eşitliğinde sadece silgilerin sayısını kullanarak, bir kutuda 11 kalem olduğu sonucuna ulaşmış ve soruyu böyle bırakmıştır.



Şekil 3.17. *Problem 7'nin "Muhakeme Etme" Stratejisi ile Çözümü*

"Denklem kurma/eşitlik yazma" stratejisi ile çözüm yapan MBY öğrenci ise, ilk başta kalem ve silgilerin her ikisinin sayısını eşit olacak şekilde *30k* almıştır. Daha sonra, satılan kalem sayısının *18k* ve silgi sayısının da *15k* olduğunu bulup denklem kurmuş ve 66'ya eşitlemiştir. Buradan *k = 2* olmuş, kalan *12k* kalem sayısını *12 x 2 = 24* ve *15k* silgiyi de *15 x 2 = 30* olarak hesaplamıştır. Bu öğrenci, Problem 7'yi doğru doğru çözen öğrencilerdendir (Bkz. Şekil 3.18).



Şekil 3.18. *Problem 7'nin "Denklem Kurma/Eşitlik Yazma" Stratejisi ile Çözümü*

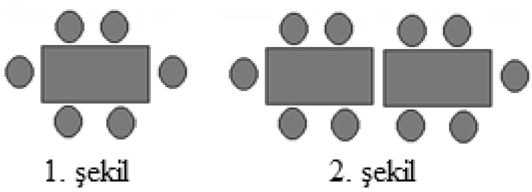
MBY bir öğrenci problemi "Şema çizme" ile çözmeye çalışmıştır. Fakat, sadece verilenleri yazmış ve kalem ve silgi sayılarını bulma yerine aşikar olan kalan kutu sayıları olan 4 kutu kalem ve 3 kutu silgiyi modelleyip bırakmıştır (Bkz. Şekil 3.19).

Şekil 3.19. *Problem 7'nin "Şema Çizme" Stratejisi ile Çözümü*

3.4.8. Problem 8'e Ait Bulgular

Problem 8.

Bir lokantada, şekil 1'deki gibi 6 kişinin oturabileceği dikdörtgen masalar vardır. 46 kişilik matematik olimpiyat takımı akşam yemeği için bu lokantaya gelecektir. Bu masalardan kaç tanesi birleştirilip uzun bir masa yapılmalı ki 46 kişi sığabilsin? (2. şekilde masaların nasıl birleştirileceği gösterilmiştir.) (Carson, 2007)



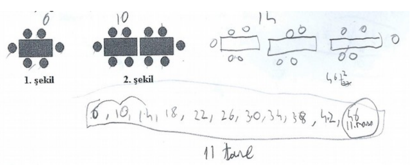
Tablo 3.16. *Problem 8'e Ait Bulgular*

Stratejiler	Toplam	%	MBY	%	MBO	%
Bağıntı kurma	13	44,83	5	33,33	8	57,14
Denklem kurma/eşitlik yazma	1	3,45	0	0	1	7,14
Formül kullanma	1	3,45	1	6,67	0	0
Muhakeme etme	3	10,34	3	20	0	0
Şema çizme	7	24,14	2	13,33	5	35,71
Sistematik liste yapma	4	13,79	4	26,67	0	0
	29		15		14	

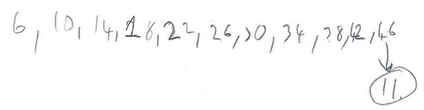
Tablo 3.16'daki “Bağıntı kurma”, “Denklem kurma/eşitlik yazma”, “Formül kullanma”, “Muhakeme etme”, “Şema çizme” ve “Sistematik liste yapma” sekizinci problemin çözümü için kullanılan stratejilerdir. Bu stratejiler toplamda 29, MBY'de 15 ve MBO'da 14 defa uygulanmıştır. “Bağıntı kurma” stratejisi MBY'de 5 ve MBO'da 8 yani toplamda 13 defa ile iki grupta en fazla kullanılan strateji olmuştur. ”Şema çizme” hem toplamda hem de MBO'da ikinci tercih edilen strateji olmuştur, sırasıyla 7 ve 5. “Denklem kurma/eşitlik yazma” bir MBO öğrencisi, “Formül kullanma” ise bir MBY öğrencisi tarafından uygulanarak en az tercih edilen stratejiler olmuştur.

Örnek çözümler:

Sekizinci problem “Bağıntı kurma”, “Şema çizme”, “Sistematik liste yapma” ve “Formül kullanma” stratejilerinin kullanılabileceği bir soru olarak seçilmiştir. Altun'a (2015) göre bazı problemlerin özel çözümleri sıralandığında,bunların aritmetik, geometrik veya türeyiş kuralı olan farklı bir dizi oluşturduğu görülür. Bu tür problemlerin çözümü için dizinin terimlerinin hangi kurala göre türediğinin farkına varmak gerekir (s.111). Altun'un yukarıda söylediği gibi, bazı öğrenciler kişilerin sayısını dizinin terimleri gibi ele alıp dizinin türeyiş kuralını bularak problemi çözmüştür. Yani, masa sayısı arttıkça baştaki 6 kişiye her seferinde 4 kişi daha ekleyip, *6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, ...* diye 46 kişi sayısına ulaşıncaya dek devam etmişlerdir. 46'ya 11. terimde ulaşıldığı için gerekli olan masa sayısı 11 olarak bulunmuştur. Birinci çözümde MBO öğrenci soruyu hem “Şema çizme” hem de “Bağıntı bulma” ile iki farklı strateji ile çözmüştür.



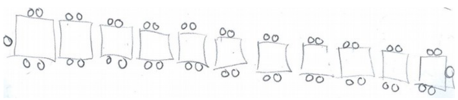
1. Çözüm

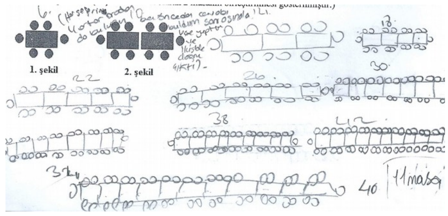


2. Çözüm

Şekil 3.20. *Problem 8 için MBO ve MBY İki Öğrencinin Çözümleri*

“Şema çizme” ile çözüm örnekleri Şekil 3.21'de verilmiştir. Birinci çözümde masalar dikdörtgen şeklinde ve kişiler ise etrafında yuvarlak şekillerde çizilerek 46 sayısına ulaşıldığında çizime son verilmiştir. İkinci çözümde ise öğrenci, birinci çözümdeki gibi yan yana gösterimle kısa zamanda sonuca ulaşabileceği yerde her adım için çizimleri yinelenerek yani her defasında önceki çizdiği şemaları tekrardan çizip yenileri bunlara ekleyerek zaman kaybetmiştir.

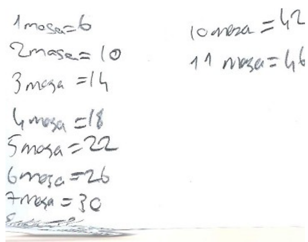


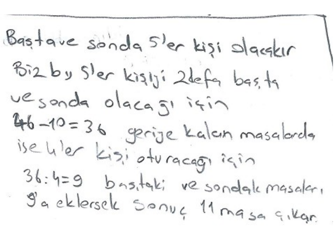


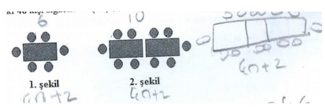
1. Çözüm 2. Çözüm

Şekil 3.21. *Problem 8'i MBO İki Öğrencinin "Şema Çizme" ile Çözümü*

"Sistematik liste yapma" ile çözüm yapan öğrenciler, Şekil 3.22'deki birinci çözüm gibi 1. masa, 2. masa, 3. masa diye devam ederek bu masalardaki kişi sayılarını sistematik bir biçimde listelemiştir. İkinci çözüm "Muhakeme etme" yolunu kullanarak çözüme örnektir. Baş ve son masalarda oturan toplam 10 kişi 46'dan çıkarılarak kalan 36 kişi sayısı ara masalarda oturacak kişi sayısı olan 4'e bölünmüştür. Buradan elde edilen 9 masaya baş ve sondaki 2 masa eklenince cevap 11 olarak bulunmuştur. Şekil 3.22'deki son örnek çözümde ise sadece bir MBY öğrencinin "Formül kullanma" yöntemi ile her bir adımda masalarda oturacak kişi sayısının genel formülünü 4n + 2 ile gösterip, bunu 46'ya eşitleyerek cevabı 11 bulmuştur.







1. Çözüm 2. Çözüm 3. Çözüm

Şekil 3.22. *Problem 8'in "Sistematik Liste Yapma" Stratejisi ile Çözümleri*

3.4.9. Problem 9'a Ait Bulgular

Problem 9.

Bir kavanozda mavi, kırmızı, yeşil ve sarı renkte bir miktar top vardır. Kavanozdan rastgele seçilen bir topun mavi olma olasılığı 1/8, kavanozdan rastgele seçilen bir topun kırmızı olma olasılığı 1/5, kavanozdan rastgele seçilen bir topun yeşil olma olasılığı 1⁄10'dur. Kavanozdaki top sayısı 50'den fazla değilse kavanozda kaç tane sarı top vardır?

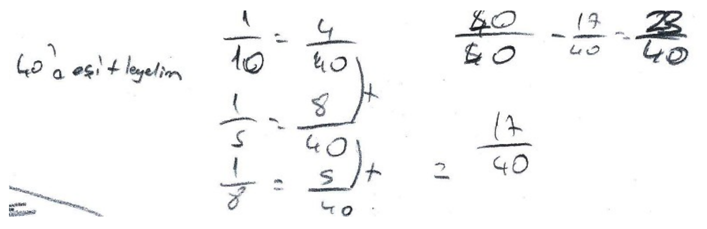
Tablo 3.17. *Problem 9'a Ait Bulgular*

Stratejiler	Toplam	%	MBY	%	MBO	%
Denklem kurma/eşitlik yazma	6	26,09	6	46,15	0	0
Formül kullanma	2	8,7	2	15,38	0	0
Muhakeme etme	12	52,17	5	38,46	7	70
Şema çizme	2	8,7	0	0	2	20
Farklı	1	4,35	0	0	1	10
	23		13		10	

Tablo 3.17'ye göre Problem 9'un çözümünde "Denklem kurma/eşitlik yazma", "Formül kullanma", "Muhakeme etme", "Şema çizme" ve "Farklı" stratejileri yer almaktadır. Bu stratejiler toplamda 23, MBY'de 13 ve MBO'da 10 defa kullanılmıştır. "Muhakeme etme", MBY'de 5 ve MBO'da 7 kez kullanılarak en fazla uygulanan strateji olmuştur. MBY'deki öğrencilerin çözümlerinde "Denklem kurma/eşitlik yazma", "Formül kullanma" ile "Muhakeme etme" stratejiler, MBO grubunda ise "Muhakeme etme", "Şema çizme" ve "Farklı" tercih edilen stratejiler olmuştur.

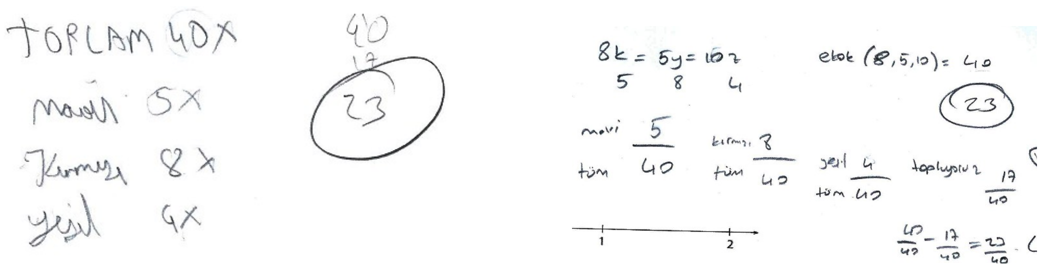
Örnek çözümler:

Problem 9, "Tahmin ve kontrol" ile "Muhakeme etme" stratejileri ile çözülebilecek bir soru olarak seçilmiştir. Fakat bu soruyu birinci strateji ile çözen olmamıştır. "Muhakeme etme" yolu ile çözüm yapan öğrencilerin öncelikle kavonazdaki top sayısına karar vermeleri gereklidir. Bunun da 40 olduğuna karar vermişlerdir çünkü bu sayı paydalardaki 5, 8 ve 10 ile bölünebilecek ve aynı zamanda 50'yi geçmeyen sayıdır. Daha sonra, kavanozda mavi olma olasılığı *1/8* olan topların sayısı *40/8*'den *5*, aynı mantıkla kırmızı olma olasılığı *1/5* olanların *40/5*'ten *8* ve yeşil olma olasılığı *1/10* olanların ise *40/10*'dan *4* olduğu bulunur. Dolayısıyla kavanozdaki sarı topların sayısı tüm topların sayısından, mavi, kırmızı ve yeşil topların sayısının çıkarılması ile elde edilen *40 – (5 + 8 + 4) = 23* olarak bulunmuştur (Bkz. Şekil 3.23).



Şekil 3.23. *Problem 9'un "Muhakeme Etme" Stratejisi ile Çözümü*

"Denklem kurma/eşitlik yazma" stratejisini kullananlar ise toplam miktarı 40x olarak alıp mavi topların 5x, kırmızı topların 8x ve yeşil topların 4x olduğunu bulmuştur. Bunların toplamı 5x + 8x + 4x =17x'tir. Sarı topların sayısı ise 40x – 17x yani 23x'tir. Şekil 3.24'teki ikinci çözümde ise "Formül kullanma" strateji ile 8, 5 ve 10 sayılarının en küçük ortak katı yani EKOK'u 40 bulunarak çözüme devam edilmiştir.

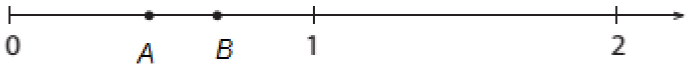


1. Çözüm 2. Çözüm

Şekil 3.24. *Problem 9'un "Denklem Kurma/Eşitlik Yazma" ve "Formül Kullanma" Stratejisi ile Çözümleri*

3.4.10. Problem 10'a Ait Bulgular

Problem 10.



Şekildeki sayı doğrusunda *A* ve *B* kesirleri işaretlenmiştir. *A x B = C* ise *C*'yi sayı doğrusunda işaretleyiniz.

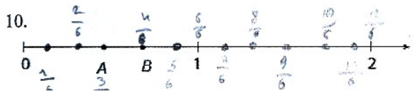
Tablo 3.18. *Problem 10'a Ait Bulgular*

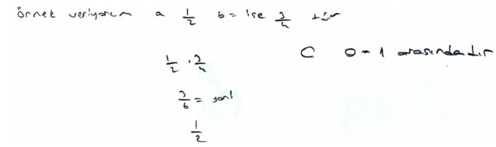
Stratejiler	Toplam	%	MBY	%	MBO	%
Tahmin ve kontrol	19	73,08	7	50	12	100
Muhakeme etme	4	15,38	4	28,57	0	0
Farklı	3	11,54	3	21,43	0	0
	26		14		12	

Yukarıda verilen Tablo 3.18'de onuncu problemi çözmede kullanılan "Tahmin ve kontrol", "Muhakeme etme" ve "Farklı" stratejileri yer almaktadır. Bu stratejiler toplamda 26 defa, MBY 14 ve MBO 12, kullanılmıştır. "Tahmin ve kontrol" MBY'de 7 ve MBO'da 12 toplamda 19 kez uygulama ile iki grupta da en fazla uygulanan strateji olmuştur. MBO öğrenciler onuncu problemin çözümü için sadece "Tahmin ve kontrol" stratejini kullanmıştır.

Örnek çözümler:

Problem 10, "Tahmin ve kontrol", "Muhakeme etme" ve "Sistematik liste yapma" stratejileri ile çözülebilecek bir soru olarak seçilmiştir. "Tahmin ve kontrol" ile çözüm yapan bir öğrenci sayı doğrusu üzerinde farklı farklı kesir sayıları deneyerek C sayısını bulmaya çalışmıştır. İkinci örnekte ise 1/2 ve 1/3 kesirleri alınıp deneme yapılmış ve bu iki kesrin çarpımlarının 0 ile 1 arasında olmasından dolayı C'nin 0 ile 1 arasında olduğuna karar verilmiştir (Bkz. Şekil 3.25).

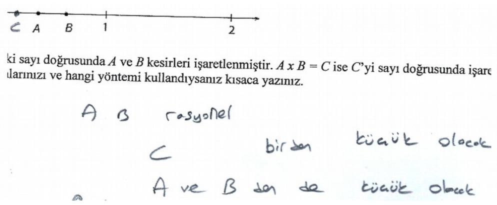


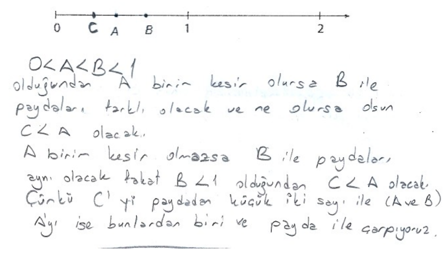


1. Çözüm 2. Çözüm

Şekil 3.25. *Problem 10'un "Tahmin ve Kontrol" Stratejisi ile Çözümleri*

"Muhakeme etme" stratejisi ile çözüm yapan öğrenciler ise Şekil 3.26'da gösterilen çözümlerin birincisinde, C'nin 1'den küçük olacağını ve aynı zamanda A ile B'den de küçük olacağını düşünmüş ve ona göre C'nin yerini belirlemiştir. İkinci çözümde ise, A kesrinin birim kesir (payı 1 olan kesirler) olup olmamasına göre iki durumda C'nin yeri belirlenmeye çalışılmış ve 0 ile A arasında olduğuna karar verilmiştir.

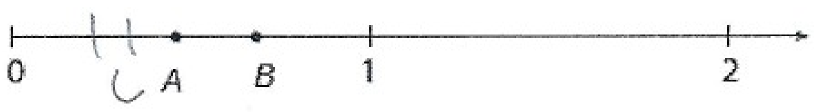




1. Çözüm 2. Çözüm

Şekil 3.26. *Problem 10'un "Muhakeme Etme" Stratejisi ile Çözümleri*

Bu soruyu "Sistematik liste yapma" ile çözmeye çalışan öğrenci olmamıştır. Oysa, A ve B noktaları için kesirler belirledikten sonra bunların çarpımları listelenip C noktasının yeri hakkında fikir sahibi olunabilinirdi. "Farklı" olarak kodlanan strateji kullanıma örnek ise Şekil 3.27'de verilen ve MBY bir öğrencinin hiçbir şey yazmadan sadece C'yi zihinden bulup sayı doğrusunda işaretlemesi olarak gösterilebilir.



Şekil 3.27. *Problem 10'un "Farklı" Olarak Sınıflanan Strateji ile Çözümü*

3.4.11. Problem 11'e Ait Bulgular

Problem 11.

Bir torbada 350 tane kırmızı ve mavi kaplı olmak üzere iki tür şeker vardır. Torbadaki şekerlerin %40'ı kırmızı kaplıdır. Bu torbadan bir miktar mavi kaplı şeker aldığımızda, torbadaki mavi kaplı şeker yüzdesi %30'a düşüyor. Son durumda torbada kaç tane **mavi kaplı** şeker kalmıştır?

Tablo 3.19. *Problem 11'e Ait Bulgular*

Stratejiler	Toplam	%	MBY	%	MBO	%
Geriye doğru çalışma	1	3,57	0	0	1	9,09
Denklem kurma/eşitlik yazma	8	28,57	6	40	2	18,18
Tahmin ve kontrol	1	3,57	1	6,67	0	0
Formül kullanma	11	39,29	6	40	5	27,27
Muhakeme etme	4	14,29	2	13,33	2	18,18
Farklı	3	10,71	0	0	3	27,27
	28		15		13	

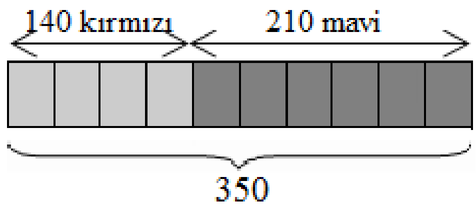
Tablo 3.19'da problem 11'in çözümü için kullanılan, "Geriye doğru çalışma", "Denklem kurma/eşitlik yazma", "Tahmin ve kontrol", "Formül kullanma", "Muhakeme etme" ve "Farklı" stratejilerine ait frekans ve yüzdeler verilmiştir. Bu stratejiler toplamda 28, MBY'de 15 ve MBO'da 13 defa kullanılmıştır. "Formül kullanma", MBY'de 6, MBO'da 5 ile toplam 11 kez uygulama ile en çok tercih edilen strateji olmuştur. Bunu, toplamda 8 kez uygulama ile "Denklem kurma/eşitlik yazma"stratejisi takip ekmektedir. MBY'de "Geriye doğru çalışma", MBO'da ise "Tahmin ve kontrol" kullanılmayan stratejilerdir.

Örnek çözümler:

Problem 11, "Şema çizme", "Formül kullanma" ve "Denklem kurma/eşitlik yazma" stratejileri ile çözülebilecek bir soru olarak seçilmiştir. Gruplarda "Şema çizme" stratejisi çözüm yolu olarak kullanılmamıştır. "Şema çizme" ile kolayca sonuca ulaşılan çözüm adımları Şekil 3.28'de verilmiştir. Burada, ilk başta 350 şekeri temsil edecek ve her bir birimin %10'u temsil ettiği 10 birimlik bir model şekildeki gibi çizilir. İlk durumda torbada %40 kırmızı ve %60 mavi şeker vardır. Yani 4 birim kırmızı, 6 birim mavi vardır. İkinci durumda mavi şekerler %30 ise kırmızı %70'dir. Yani, 3 birim mavi ve 7 birim kırmızı vardır. Aşağıdaki adımlar takip edilerek çözüm şu şekilde yapılabilir:

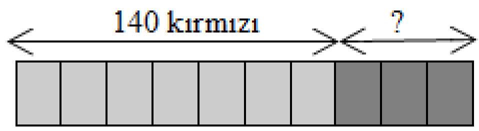
ÖNCE

10 birim	350 şeker
1 birim	350/10 = 35 şeker
4 birim	35 x 4 = 140 kırmızı
6 birim	35 x 6 = 210 mavi



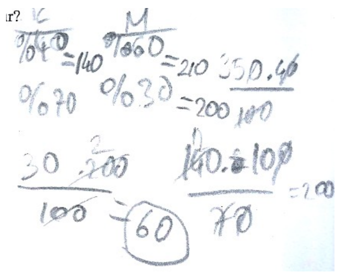
SONRA (bir miktar mavi alınınca)

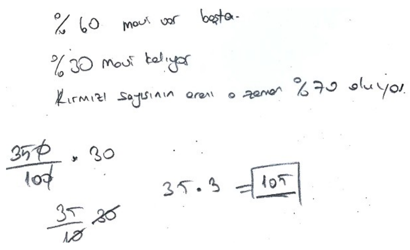
7 birim	140 şeker ise
1 birim	140/7 = 20 şeker
? = 3 birim	20 x 3 = 60 mavi olur



Şekil 3.28. *Problem 11'in "Şema Çizme" Stratejisi ile Çözüm Yolu*

"Formül kullanma" stratejisini kullanan öğrenciler tarafından belli bir sayının verilen yüzdesini bulma formülü ile 350 şekerin %40 ve %30'u bulunmuş ve çözüme devam edilmiştir. Aşağıdaki çözümlerden birincisi doğru sonuç olan 60 sayısına ulaşılan bir çözüm, ikincisi ise cevabın 105 olarak bulunduğu yanlış çözümdür (Bkz. Şekil 3.29).

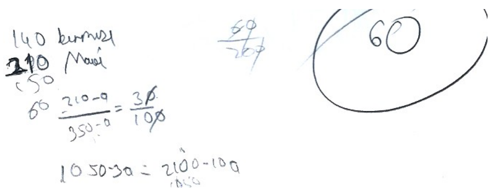


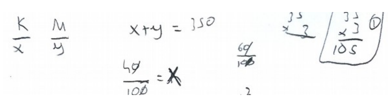


1. Çözüm 2. Çözüm

Şekil 3.29. *Problem 11'in "Formül Kullanma" Stratejisi ile Çözümleri*

"Denklem kurma/eşitlik yazma" strateji ile öğrenci çözümlerine örnekler Şekil 3.30'da verilmiştir. Birinci çözümde, torbadan alınan şekerleri "a" harfini ile göstererek bir bilinmeyenli bir denklem kuran öğrenci doğru cevap 60'a ulaşmıştır. İkinci çözümde ise kırmızı şekerler "k", mavi şekerler "m" harfi ile gösterilerek iki bilinmeyenli denklem kurulmuş fakat çözüm yanlış yapılarak cevap 60 yerine 105 bulunmuştur.





1. Çözüm 2. Çözüm

Şekil 3.30. *Problem 11, "Denklem Kurma/Eşitlik Yazma" Stratejisi ile Çözümler*

3.4.12. Problem 12'ye Ait Bulgular

Problem 12.

Talha ve Zehra'nın aynı miktarda misketi vardır. Oynadıkları oyunun kuralına göre Zehra yendiğinde Talha ona 6 misket, Talha yendiğinde ise Zehra Talha'ya 4 misket verecektir. 10 oyun sonunda ikisininde aynı miktarda misketi olduğuna göre Zehra kaç kez yenmiştir?

Tablo 3.20. *Problem 12'ye Ait Bulgular*

Stratejiler	Toplam	%	MBY	%	MBO	%
Denklem kurma/eşitlik yazma	3	11,11	2	13,33	1	8,33
Tahmin ve kontrol	5	18,52	2	13,33	3	25
Formül kullanma	2	7,41	2	13,33	0	0
Muhakeme etme	9	33,33	5	33,33	4	33,33
Sistematik liste yapma	8	29,63	4	26,67	4	33,33
	27		15		12	

Tablo 3.20'de "Denklem kurma/eşitlik yazma", "Tahmin ve kontrol", "Formül kullanma", "Muhakeme etme" ve "Sistematik liste yapma", Problem 12'nin çözümü için kullanılan stratejilerdir. Bu stratejiler toplamda 27 defa, MBY 15 ve MBO 12, uygulanmıştır. "Muhakeme etme" stratejisi iki grupta da en fazla kullanılan strateji olmuştur, MBY'de 5 ve MBO'da 4 ile toplamda 9 kez. "Sistematik liste yapma" 8, "Tahmin ve kontrol" 5 defa uygulama ile toplam strateji kullanımında "Muhakeme etme"'yi takip eden stratejiledir. MBY grubunda "Denklem kurma/eşitlik yazma", "Tahmin ve kontrol" ile "Formül kullanma" stratejilerinin her biri ikişer kez kullanılarak bu grupta az tercih edilen stratejiler olmuştur. MBO'da "Formül kullanma" hiç kullanılmamış, "Denklem kurma/eşitlik yazma" ise sadece bir defa uygulanmıştır.

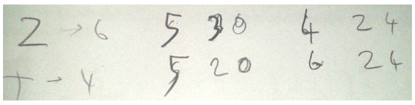
Örnek çözümler:

Problem 12, "Tahmin ve kontrol", "Formül kullanma" ve "Muhakeme etme" stratejileri ile çözülebilecek bir soru olarak seçilmiştir ve öğrenciler beş farklı strateji uygulaması ile çözümler yapmıştır. Tablo 3.21'de "Tahmin ve kontrol" strateji ile çözüm tablo halinde sunulmuştur. Burada, Talha yendiğinde Zehra ona 4 misket vermekte yani *Talha 4 misket kazanmakta*, Zehra yendiğinde ise talha ona 6 misket vermekte yani *Zehra 6 misket kazanmaktadır.*

Tablo 3.21. *Problem 12'nin "Tahmin ve kontrol" ile Çözüm Yolu*

Talha		Zehra		
Kazanılan oyun sayısı	Misket sayısı	Kazanılan oyun sayısı	Misket sayısı	
5	5 x 4 = 20	5	5 x 6 = 30	Hayır. Zehra ile Talha'nın misket sayısı aynı olmalı. Talha daha fazla kazanmalı.
6	6 x 4 = 24	4	4 x 6 = 24	Evet.

Bu şekilde çözüm yapan MBY ve MBO iki öğrencinin çözümleri Şekil 3.31'de verilmiştir.

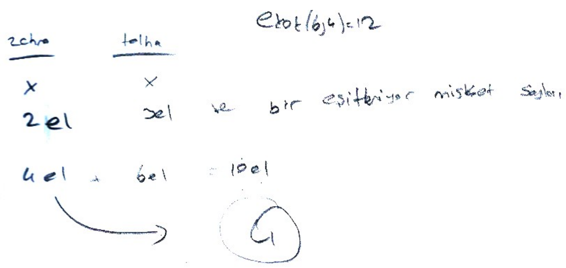


1. Çözüm

2. Çözüm

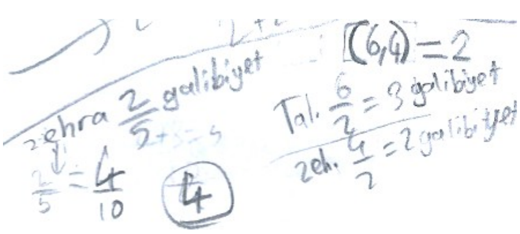
Şekil 3.31. *Problem 12'nin "Tahmin ve Kontrol" Stratejisi ile Çözümleri*

İki MBY öğrenci Problem 12'yi formül kullanarak Şekil 3.32'deki gibi çözmüştür. Sonuçta aynı sayıda misketleri olacağı için 6 ve 4 misket sayısının EKOK'u (en küçük ortak kat) olan 12 bulunmuştur. 12 misket kazanmak için Talha 2, Zehra 3 kez oyun oynar yani oyun sayısı 5 olur. Fakat soruda 10 oyun oynandığı için Talha 4, Zehra 6 kez oynarsa oyun sayısı 10 olur ve eşit miktarda yani 24'er tane misket kazanırlar. Böylece, doğru cevap Zehra'nın 4 kez yenmesidir.

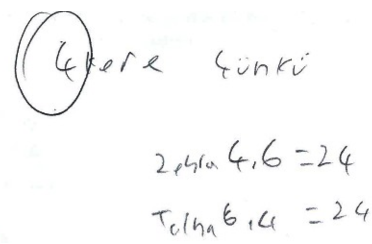


Şekil 3.32. *Problem 12'nin "Formül Kullanma" Stratejisi ile Çözümü*

"Muhakeme etme" stratejisi kullanımının olduğu örnek çözümlere bakıldığında, MBY bir öğrenci eşit sayıda misket sahibi olmaları için Talha 3 galiyet aldığında Zehra'nın 2 galibiyet alması gerektiğine karar vermiştir. Öğrencinin çözümüne göre, Zehra'nın 5 galibiyetten 2'sini alması 10 galibiyetten 4'ünü alması demektir. Böylece cevap 4 olur. Diğer öğrenci ise Zehra 4 kez oynaması Talha'nın 6 kez oynamasıdır muhakemesi ile çözüm üretmiştir. 10 oyun sonrası kazanılan misket sayısı da sırasıyla *4 x 6 = 24* ve *6 x 4 = 24*'tür yani eşittir (Bkz. Şekil 3.33).



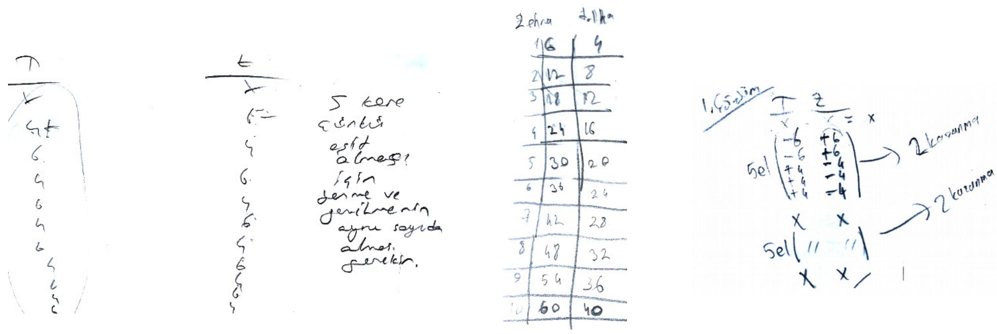
1. Çözüm



2. Çözüm

Şekil 3.33. *Problem 12'nin "Muhakeme Etme" Stratejisi ile Çözümleri*

"Sistematik liste yapma" stratejisi ile çözümler Şekil 3.34'te verilmiştir. Birinci çözümde olası durumlar liste yapılmış fakat başlangıçta eşit sayıda misket olma koşulu gözardı edildiği için "Zehra'nın 5 kez yendiğini çünkü eşit olması için yenme ve yenilmenin aynı sayıda olması gerektiği" kanısına ulaşılmıştır. Oysa Tablo 18'de gösterildiği gibi Talha ve Zehra başlangıçta aynı sayıda miskete sahiptir ve 5'er kez yenme-yenilme durumu sonucunda misketlerinin sayısı eşit değil Zehra lehine 10 farklı olmaktadır. "Sistematik liste yapma" stratejisinin kullanıldığı ikinci çözümde ise başlangıçta eşit sayıda misket olma koşulunun yine gözardı edilmiştir. İkinci çözümde öğrenci olası durumları listeleme yoluna gitmiş, 5 el oyun sonunda Zehra'nın 10 fazla misketinin olmasına rağmen devam etmiştir. Üçüncü çözümde, MBY öğrenci 5 oyun sonunda eşit sayıda miskete sahip olunması durumuna göre soruyu doğru çözüp Zehra'nın 2 oyun kazanması gerektiğini bulmuştur. Aynı şekilde diğer 5 oyunda da 2 oyun kazanan Zehra toplam 10 oyunda 4 oyun kazanır ve misket sayıları da eşittir.



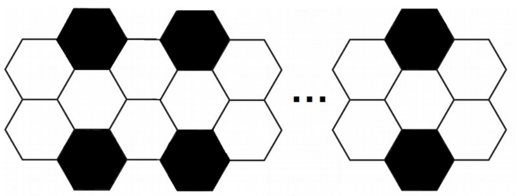
1. Çözüm 2. Çözüm 3. Çözüm

Şekil 3.34. *Problem 12'nin "Sistematik Liste Yapma" Stratejisi ile Çözümleri*

3.4.13. Problem 13'e Ait Bulgular

Problem 13.

Siyah ve beyaz altıgenler kullanılarak yapılan süslemede 30 siyah altıgen kullanıldığı zaman kaç beyaz altıgen kullanılır?



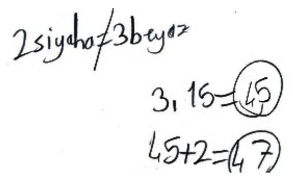
Tablo 3.22. *Problem 13'e Ait Bulgular*

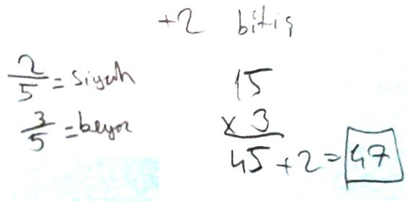
Stratejiler	Toplam	%	MBY	%	MBO	%
Bağıntı kurma	17	65,38	10	65,38	7	53,85
Denklem kurma/eşitlik yazma	2	7,69	0	0	2	15,38
Formül kullanma	3	11,54	0	0	3	23,08
Muhakeme etme	1	3,85	0	0	1	7,69
Şema çizme	3	11,54	3	23,08	0	0
	26		13		13	

Tablo 3.22'de görülebileceği gibi “Bağıntı kurma”, “Denklem kurma/eşitlik yazma”, “Formül kullanma”, “Muhakeme etme” ve ”Şema çizme” on üçüncü problemin çözümü için kullanılan stratejilerdir. Bu stratejiler toplamda 26, her iki grupta da eşit olarak on üçer kez uygulanmıştır. “Bağıntı kurma” stratejisi MBY'de 10 ve MBO'da 7 toplamda 17 olarak iki grupta da en fazla kullanılan strateji olmuştur. MBY öğrenciler sadece “Bağıntı kurma” ve “Şema çizme” stratejilerini, sırasıyla 10 ve 3 kez kullanmıştır. MBO'da ise “Muhakeme etme” sadece bir defa uygulanılırken, bu grupta ”Şema çizme” hiç kullanılmamıştır.

Örnek çözümler:

Problem 13, “Bağıntı bulma” ve “Muhakeme etme” gibi stratejiler ile çözülebilecek bir soru olarak seçilmiştir. İki grupta da en fazla uygulanan “Bağıntı bulma” stratejisi ile çözümlerde, öğrenciler beyaz ve siyah altıgenlerin bir kurala göre sıralanıp sıralanmadığına bakmışlardır. Çözümler incelendiğinde, öğrencilerin her beşli grupta “3 beyaz altıgen 2 siyah altıgene bağlıdır” gibi bir kurala göre sıralanış olduğunu fark ettikleri görülmektedir. Şekil 3.35'teki birinci çözüme yani MBY grubundan bir öğrencinin yaptığı çalışmaya bakıldığında, öğrenci verilen şeklin kuralını “2 siyaha 3 beyaz” olarak yazmış ve bilinmeyen sayıdaki altıgenler içinde 30 tane beyaz olduğunda kurala göre 30 : 2 = 15 tane beşli grup olduğunu bulmuştur. Öyleyse, 15 tane de 3'lü beyaz altıgen olması gereklidir ve 15 x 3 = 45 tane beyaz altıgen vardır. En sonda bulunan ve beşli bir gruba dahil olmayan 2 tane beyaz altıgen de eklendiğinde cevap 45 + 2 yani 47 bulunmuştur. Şekil 3.35'teki ikinci çözümde ise “Muhakeme etme” stratejisi ile çözüm örneği verilmiştir. Öğrenci, 2/5 siyah, yani her 5 altıgenden 2'si siyah ve 3/5 beyaz, yani her 5 altıgenden 3'ü beyaz oranlarını kullanarak zihninden 15 sayısına ulaşmıştır. 15 ile 3'ü çarparak 45 sayısına yani “30 tane beyaz altıgen olduğunda kaç tane siyah altıgen olur?” sorusunun cevabını bulmuş ve en sondaki 2 tane beyaz altıgeni de unutmayarak 45 + 2 = 47'yi elde etmiştir.

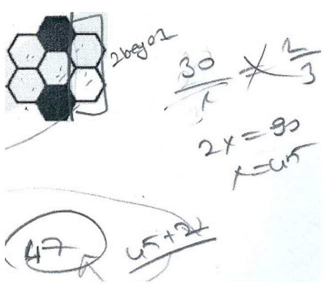




1. Çözüm 2. Çözüm

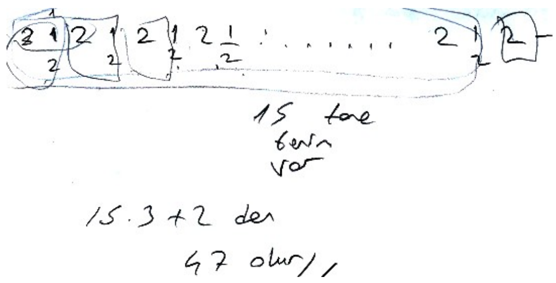
Şekil 3.35. *Problem 13'ün "Bağıntı Bulma" ve "Muhakeme Etme" Stratejileri ile Çözümleri*

Problem13'ü "Denklem kurma/eşitlik yazma" stratejisi ile çözüm yapan MBO bir öğrenci, verilen şekilde 2/3 oranı ile siyah/beyaz altıgenlerin oranını göstermiştir. Daha sonra, 30 tane siyah altıgen karşlığında kaç tane beyaz altıgen gelmesi durumunu belirtmek için bilinmeyen beyaz altıgen sayısını x ile göstermiştir. 30/x ile 2/3 oranları eşitlendiği zaman x = 45 bulunmuş ve en sondaki iki tane beyaz altıgenin eklenmesi ile sonuç 45 + 2 = 47 çıkmıştır (Bkz. Şekil 3.36).



Şekil 3.36. *Problem 13'ün "Denklem Kurma/Eşitlik Yazma" Stratejisi ile Çözümü*

"Şema çizme" stratejisi ile çözüm yapan MBY öğrencinin çalışması Şekil 3.37'de verilmiştir. Bu çalışmada öğrenci verilen problemi görsel olarak modellemiş ve ona göre çözüm yapmıştır. Çizdiği görsel modele göre 2, 1, 2 diye her bir 5'li altıgeni yan yana yazarak bu şeklin 15 tane böyle 5'li gruptan oluştuğunu yani "*15 tane terim*" olduğunu yazmıştır. En sonda bulunan ve 5'li gruplara dahil olmayan 2 tane beyaz altıgeni ise diğerlerinden ayrı yuvarlak içine almıştır. Daha sonra, 15 grup/terim sayı ile her grupta bulunan beyaz altıgen sayısı olan 3'ü çarpıp sondaki 2 beyaz altıgeni de ekleyerek yani *(15 x 3) + 2 = 47* sonucuna ulaşmıştır.



Şekil 3.37. *Problem 13'ün "Şema Çizme" Stratejisi ile Çözümü*

3.4.14. Problem 14'e Ait Bulgular

Problem 14.

Portakal ülkesinin kralını bir gece uyku tutmaz ve atıştırmalık bir şeyler bulmak için mutfağa iner. Mutfakta bir sepet dolusu portakal vardır. Kral portakalların 1/6'sını yer. Aynı gece kraliçe de uyanır ve çok acıkmıştır. Mutfağa inip sepette kalan portakalların 1/5'ini yer. Gece ilerleyen saatlerde çocuklardan en büyüğü uyanır ve onun da karnı acıkmıştır. Mutfağa gidip sepetteki portakalların 1/4'ünü, aynı şekilde ortanca kardeş portakalların 1/3'ünü, en küçük kardeş 1/2'sini yer. Sabah olduğunda aşcı sepette 3 portakal bulur. Buna göre başlangıçta sepette kaç portakal vardı?

Tablo 3.23. *Problem 14'e Ait Bulgular*

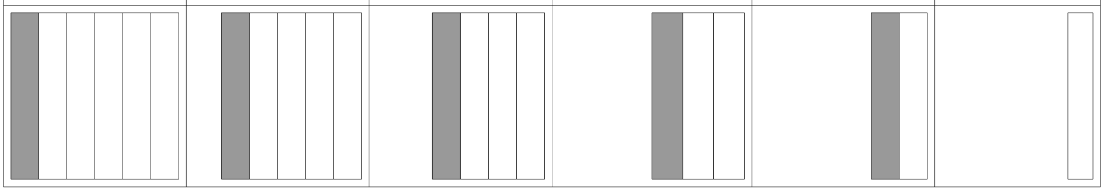
Stratejiler	Toplam	%	MBY	%	MBO	%
Geriye doğru çalışma	9	34,62	4	28,57	5	41,67
Bağıntı kurma	1	3,85	1	7,14	0	0
Denklem kurma/eşitlik yazma	8	30,77	4	28,57	4	33,33
Tahmin ve kontrol	3	11,54	2	14,29	1	8,33
Formül kullanma	2	7,69	1	7,14	1	8,33
Muhakeme etme	1	3,85	1	7,14	0	0
Şema çizme	1	3,85	1	7,14	0	0
Sistematik liste yapma	1	3,85	0	0	1	8,33
	26		14		12	

Tablo 3.23'teki bulgulara göre, öğrenciler Problem 14 için “Geriye doğru çalışma”, “Bağıntı kurma”, “Denklem kurma/eşitlik yazma”, “Tahmin ve kontrol”, “Formül kullanma”, “Muhakeme etme”, “Şema çizme” ve “Sistematik liste yapma” toplam sekiz strateji kullanmıştır. Bu problem, sekiz strateji ile en fazla farklı strateji uygulanan soru olmuştur. Bu stratejiler toplamda 26 defa, MBY 14 ve MBO 12, uygulanmıştır. “Geriye doğru çalışma” stratejisi MBY'de 4 ve MBO'da 5 ile toplamda 9 uygulama ile iki grupta da en fazla kullanılan strateji olmuştur. “Denklem kurma/eşitlik yazma” stratejisi ise MBY'de 4 ve MBO'da 4 ile toplamda 8 kez ile iki grupta da en fazla kullanılan ikinci stratejidir. Birinci grupta “Bağıntı kurma”, “Formül kullanma”, “Muhakeme etme” ile “Şema çizme” ve ikinci grupta ise “Tahmin ve kontrol”, “Formül kullanma” ile “Sistematik liste yapma” sadece birer öğrenci tarafından tercih edilerek en az kullanılan stratejiler olmuştur. MBY grupta “Sistematik liste yapma”, MBO'da “Bağıntı kurma”, “Muhakeme etme” ile “Şema çizme” kullanılmayan stratejilerdir.

Örnek çözümler:

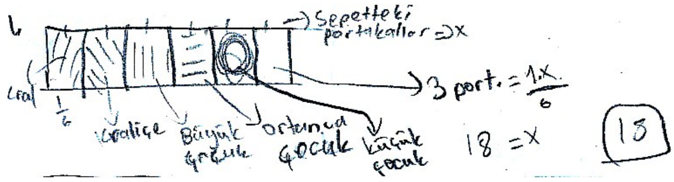
Problem 14, yabancı kaynaklarda “Mango Problemi” olarak bilinen oldukça popüler bir matematik problemidir. Öğrencilerde soru işaretine sebep olmaması için İngilizce versiyonunda yer alan mango yerine herkesin bildiği portakal kullanılmıştır. Bu problem, “Geriye doğru çalışma” ve “Şema çizme” stratejilerinin kullanımına uygun olduğu için seçilmiştir. Şema çizme stratejisini sadece MBY bir öğrenci uygulamıştır. Problem 14, çok uzun olmasına ve zor gözükmesine rağmen ilkokul 4. sınıftan itibaren matematik derslerinde öğretilen modelleme yaparak, yani şema çizme stratejisi ile örnek çözümdeki (Bkz.Şekil 3.38) gibi çok kolay bir şekilde ve kısa bir zamanda çözülebilmektedir. Buna rağmen bu stratejiyi sadece bir öğrenci uygulayabilmiş ve diğer öğrencilerin çalışmaları incelendiğinde çoğu öğrencinin içinden çıkılmaz denklemler kurmaya çalıştığı ya da başka stratejileri kullanarak yanlış çözümler yaptığı görülmüştür.

Portakalların 1/6'sını kral yer	Kalanların 1/5'ini kraliçe yer	Kalanların 1/4'ünü büyük kardeş yer	Kalanların 1/3'ünü ortanca kardeş yer	Kalanların 1/2'sini küçük kardeş yer	Geriye 3 portakal kalır

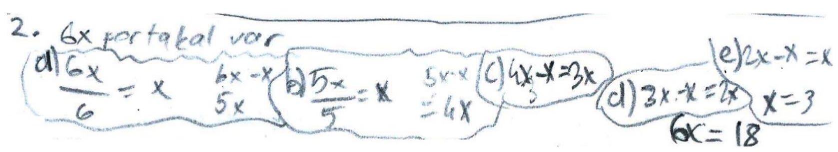


Şekil 3.38. *Problem 14'ün "Şema Çizme" Stratejisi ile Çözüm Yolu*

Oysa Problem 14'ün "Şema çizme" stratejisi ile çözümü şaşırtıcı bir şekilde basittir. Stonewater'ın 1994'te yaptığı çözüme göre Şekil 3.38'de gösterildiği gibi öncelikle tüm portakalları temsil eden bir dikdörtgen çizilir. İlk başta kral portakallların 1/6'sını yediği için, dikdörtgen altı eşit parçaya bölünüp kralın yediği parçayı temsil eden parça çıkarılır. Böylece beş parça kalır ki, kraliçe kalan portakalların tam da 1/5'ini yemiştir. Yani, kalan beş parçadan biri kraliçenin yediği 1/5'lik kısmı temsil eden parça olarak çıkarılır ve geriye dört parça kalır. Bu şekilde devam edilerek; kalan dört parçanın bir parçası kalan portakalların 1/4'ünü yiyen büyük çocuk için, kalan üç parçadan birisi 1/3'ünü yiyen ortanca çocuk için, kalan iki parçadan birisi 1/2'sini yiyen küçük kardeş için çıkarılır ve geriye kalan 3 portakalı temsil eden son bir parça kalır. Başlangıçta elimizde 6 eşit parça olduğu için ve her bir parça 3 portakalı temsil ettiğinden, başlangıçta sepette 6 x 3 = 18 portakal olmalıdır (NCTM, 2010-2013).



1. Çözüm

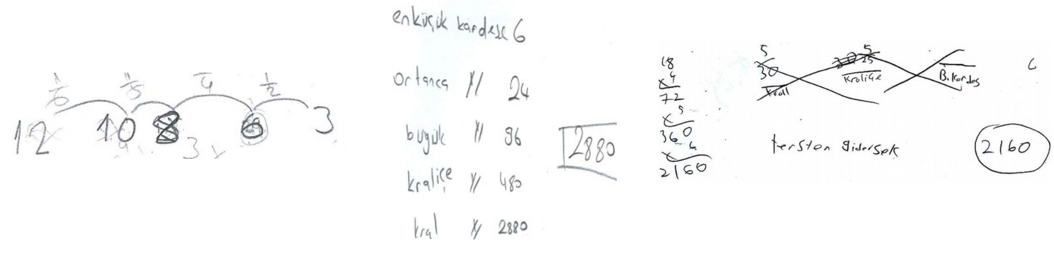


2. Çözüm

Şekil 3.39. *MBY Bir Öğrencinin Problem 14'ü "Şema Çizme" ve "Denklem Kurma/Eşitlik Yazma" Stratejileri ile İki Farklı Çözümü*

Aynı şekilde "Şema çizme" stratejisi ile çözüm yapan MBY bir öğrencinin çözümü Şekil 3.39'daki birinci çözümdeki gibidir. Yukarıda Şekil 3.38'de ayrıntılı bir biçimde anlatılan çözüm yolu ile benzer biçimde şema çizen öğrenci, çözümü de ayrıntılı bir biçimde kraliyet aile üyelerine düşen payları göstererek yapmıştır. Aynı öğrenci Problem 14'ü başka bir yolla da çözmüştür. Şekil 3.39'daki ikinci çözüm aynı öğrencinin soruyu bu sefer de "Denklem kurma/eşitlik yazma" stratejisi ile çözümüdür. Öğrenci burada, kral tüm portakalların 1/6'lık kısmını yediği için ilk başta portakal sayısının 6'nın katı olacak şekilde 6x olarak almıştır. Portakalların 1/6'lık kısmı yenince $6x/6 = x$ kadarı yenmiş olur. Böylece $6x - x = 5x$ sayıda portakal kalmıştır. Daha sonra Kraliçe kalan 5x'lik kısmın 1/5'ini yediğinde $5x/5 = x$ kadarı daha yenmiş olur. Böylece $5x - x = 4x$ sayıda portakal kalır. Büyük kardeş kalan 4x'lik kısmın 1/4'ünü yediğinde $4x/4 = x$ kadarını yemiş olur. Kalan portakal sayısı $4x - x = 3x$ olur. Aynı şekilde kalan 3x'lik kısmın 1/3'lük bölümünü ortanca çocuk yiyince, $3x/3 = x$ kısmı daha yenmiş olur. Yani $3x - x = 2x$ sayıda portakal kalır. Son olarak küçük kardeş kalan 2x portakalın 1/2'sini yiyince, $2x/2 = x$ kadarını yemiş olur ve sepette $2x - x = x$ portakal kalır. Böylece sabah sepetteki portakal sayısı x olur ki o da 3'tür. Başlangıçta 6x sayıda portakal olduğuna göre cevap $6. 3 = 18$ olur.

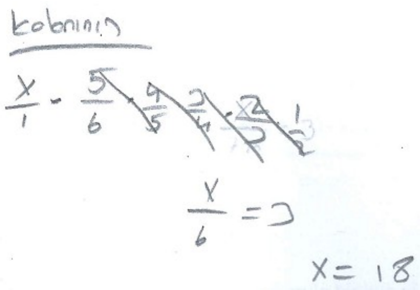
Problem 14, "Geriye doğru çalışma"stratejisi ile çözüm için uygun bir problemdir. Oysa öğrenciler genelde yanlış çözüm yapmışlardır. Öğrencilerin "ters işlem yapma" olarak adlandırdığı bu strateji ile çözüm şu şekilde yapılabilir. En son olarak sepette 3 portakal kalmıştır ki bu en küçük çocuğun yediği portakalların yarısıdır. Yani, küçük kardeş geldiğinde sepette $2 x 3 = 6$ portakal vardır. Öyleyse, ortanca kardeş sepettekilerin 1/3'ünü yediğinde geriye sepetteki portakalların 2/3'ü yani 6 portakal kalmıştır. O zaman sepetteki portakal sayısı ("Geriye doğru çalışmada" işlemler tersine döndüğü için) $6 x 3/2 = 9$'dur. Aynı şekilde bu 9 portakal büyük kardeş sepetteki portakalların 1/4'ünü yedikten sonra kalan 3/4'lük kısım olur ve $9 x 4/3 = 12$ ile kraliçeden kalan portakal sayısı bulunur. Benzer şekilde 12 portakal, kraliçenin 1/5'ini yedikten sonra geriye kalan portakalların 4/5'i olduğuna göre $12 x 5/4 = 15$ sayısı kraldan kalan portakal sayısıdır. Kral içinde aynı işlem yapıldığında, yani ondan kalan 5/6'lık portakal sayısına göre $15 x 6/5$'ten 18 elde edilir ki bu da ilk başta sepette bulunan portakal sayısını verir. Şekil 3. 40'ta verilen öğrenci çözümlerine bakıldığında, işlem hataları ve sorunun çözüm adımlarının tam anlaşılamaması gibi sebeplerden, örneğin ikinci çözümdeki 2880 ya da üçüncü çözümdeki 2160 gibi sonuçlara ulaşılmıştır. Birinci çözümde ise, cevaba sondaki 3 portakal sayısından başa doğru beş adım yerine dört adımda ulaşmaya çalışan öğrenci son adımı küçük kardeş için 6 olarak doğru bulmuştur. Fakat daha sonra işlem hataları yaparak önceki adımda ortanca kardeş için 9 yerine 8, bir önceki adımda büyük kardeş için 12 yerine 10 ve öncesinde kraliçe için 15 yerine 12 bulmuş ve orada bırakarak kral için bir çalışma yapmamıştır.



1. Çözüm 2. Çözüm 3. Çözüm

Şekil 3.40. *Problem 14'ün "Geriye Doğru Çalışma" Stratejisi ile Yanlış Çözümleri*

"Muhakeme etme" stratejisini kullanan sadece bir öğrenci olmuştur. Öğrencinin çözüm için yaptığı çalışma incelendiğinde, sepetteki portakal kral, kraliçe ve çocuklar tarafından sırayla yenildiğinde bir sonraki kişinin kalan portakalın bir kısmını, bir sonrakinin aynı şekilde ondan kalanın bir kısmını yemesi diye giden bir durumun olduğunu fark ettiği görülmektedir. Yani, başlangıçtaki portakal sayısından ilk kalan *1 – 1/6 = 5/6*, ikinci kalan *1 – 1/4 = 4/5,* üçüncü kalan *1 – 1/3 = 2/3* ve dördüncü kalan *1 – 1/2 = 1/2* olur. Daha sonraki adımda kalanların hepsi çarpıldığında *5/6 x 4/5 x 3/4 x 2/3 x 1/2 = 1/6* olarak sepette en son kalan kısım bulunur. Sonuçolarak, eğer en son portakalların 1/6'sı kaldıysa ve bu sayı 3 ise, başlangıçta sepette *3 x 6 = 18* portakal vardır (Bkz. Şekil 3.41)



Şekil 3.41. *Problem 14'ün "Muhakeme Etme" Stratejisi ile Çözümü*

3.4.15. Problem 15'e Ait Bulgular

Problem 15.

Fırtınalı bir günde, içinde 3 denizcinin olduğu bir tekne batar. Denizciler ceviz ağaçları ve maymunlarla dolu bir adaya düşerler. Tüm gün ceviz toplayan denizciler çok yorulur ve sabahleyin eşit olarak paylaşmak üzere cevizleri bir araya getirip yatarlar. **1.** denizci gece yarısı uyanır ve kendi payını almaya karar verir. Cevizleri tam olarak 3'e ayırıp artan bir cevizi maymunlara atar ve payını sahile saklar. Bir süre sonra **2.** denizci uyanır. 1. denizciden kalan cevizleri eşit olarak 3'e ayırıp artan bir cevizi maymunlara atar. O da kendi payını saklar. **3.** denizci de uyanıp aynı şeyi yapar. Sabah olduğunda kalan cevizler paylaşılır ve her birine 7'şer ceviz düşen denizciler artan bir cevizi de maymunlara atarlar. Başlangıçtaki ceviz miktarını bulunuz. (Denizciler, sabahleyin cevizlerin azlığından şüphelense de, gece olanlardan dolayı kimse ses çıkarmaz)

Tablo 3.24. *Problem 15'e Ait Bulgular*

Stratejiler	Toplam	%	MBY	%	MBO	%
Geriye doğru çalışma	12	54,55	6	54,55	6	54,55
Denklem kurma/eşitlik yazma	8	36,36	5	45,45	3	27,27
Muhakeme etme	1	4,55	0	0	1	9,09
Şema çizme	1	4,55	0	0	1	9,09
	22		11		11	

Tablo 3.24'te, Problem 15 için uygulanan "Geriye doğru çalışma", "Denklem

kurma/eşitlik yazma", "Muhakeme etme"ve "Şema çizme" stratejileri yer almaktadır. Bu stratejiler toplamda 22 defa, MBY 11 ve MBO 11, kullanılmıştır. "Geriye doğru çalışma", MBY'de 6 , MBO'da 6 ile toplamda 12 kez uygulama ile en çok tercih edilen strateji olmuştur. "Denklem kurma/eşitlik yazma" ise, MBY'de 5, MBO'da 3 ile toplamda 8 kez uygulama ile en çok tercih edilen ikinci stratejidir. MBO öğrenciler birer kez kullanarak "Muhakeme etme"ve "Şema çizme" stratejilerini en az kullanılan stratejiler sınıfına koymuştur. MBY grubunda ise bu iki strateji hiç kullanılmamıştır.

Problem 15, yabancı kaynaklarda "The sailors and coconuts (Denizciler ve hindistan cevizleri)" olarak bilinen oldukça popüler bir matematik problemidir (NCTM, 2010-2013). Sorunun uzun olmasından dolayı İngilizce versiyonunda yer alan hindistan cevizi yerine kısaca ceviz kullanılmıştır. Bu problem, "Şema çizme", "Geriye doğru çalışma" ve "Denklem kurma/eşitlik yazma" stratejilerinin kullanımına uygun bir problem olarak seçilmiştir. Problemi çözmeye başlamadan önce problemin neden bahsettiği iyice anlaşılmalıdır. Böylece adım adım ne yapılacağına daha kolay karar verilebilir. Öncelikle, denizciler sabah kalktıklarında yedişer ceviz alıp kalan bir tane cevizi maymunlara atmışlardır. Üç denizci yedişer ceviz alıp bir tane attılarsa, sabah 7. 3 + 1 yani 22 ceviz vardır. Problem 15 "Şema çizme" stratejisi ile geriye doğru çalışmalar yapılarak öğrencilerin kolayca anlayabileceği şekilde aşağıdaki gibi çözülebilir:

3. denizci 1/3 payını alınca 2/3 kalır ve bu miktar da 22 cevizdir:

11 + 11 + 11 + **1** ise 11 + 11 + 11 + 1 = 34

3. denizcinin aldığı

kalan 22 ceviz

2. denizci 1/3 payını alınca 2/3 kalır ve bu miktar 34 cevizdir:

17 + 17 + 17 + **1** ise 17 + 17 + 17 + 1 = 52

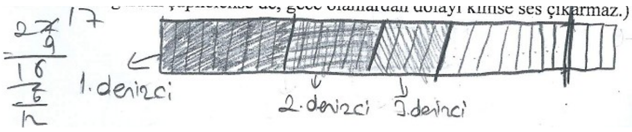
2. denizcinin aldığı

kalan 34 ceviz

1. denizci 1/3 payını alınca 2/3 kalır ve bu miktar 52 cevizdir:

$\underbrace{\boxed{26}}_{\text{1. denizcinin aldığı}} + \underbrace{\boxed{26} + \boxed{26}}_{\text{kalan 52 ceviz}} + \mathbf{1}$ ise $26 + 26 + 26 + 1 = 79$

"Şema çizme" stratejisi ile çözüm yapmak isteyen MBO bir öğrenci problemi aşağıdaki gibi çözmeye çalışmış fakat sonuçlandıramamıştır.



Şekil 3.42. *Problem 15'in "Şema Çizme" Stratejisi ile Çözümü*

Bu problem, kısaca, denizciler bir fazla cevizi maymunlara atıp kalanı üçe bölüp kendi payları olan 1/3 alınıp geriye kalan 2/3'ü bırakırlar diye özetlenebilir. Bölüştürme ise kalan cevizler üzerinden yapılmaktadır. Problem 15 geriye doğru giderek ve çözüm için işlemler tersine dönecek şekilde bir yöntemle aşağıdaki gibi özetlenebilir:

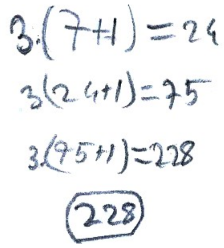
(1) 2/3 ile böl yani 3/2 ile çarp;

(2) 1 ekle (maymunlara atılan 1 ceviz için)

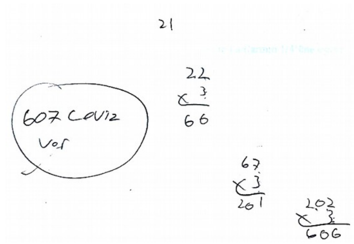
"Geriye doğru çalışma" stratejisi ile çözüm yapmaya başlamadan önce, en sondaki ceviz sayısı üç denizcinin yedişer ceviz alıp bir tane maymunlara atmalarından dolayı 7. 3 + 1 işleminden 22 olarak bulunur. Çözüme en son denizcilerin sabah uyandıklarında buldukları bu 22 cevizden başlanır ve geriye doğru giden çalışma yaparak yukarıdaki ters işlemler üç defa uygulanarak ilk başta denizcilerin topladıkları ceviz miktarı bulunur:

Sabah (en son):	22 ceviz
3. denizciden önce:	(3/2). 22 + 1 = 33 + 1 = 34
2. denizciden önce:	(3/2). 34 + 1 = 51 + 1 = 52
1. denizciden önce:	(3/2). 52 + 1 = 78 + 1 = 79

Şekil 3.43'te öğrencilerin “Geriye doğru çalışma” ile çözüm örneklerine bakıldığında iki çözümde de işlem adımlarında hata yapıldığı görülmektedir. İki çözümde de 3/2 yerine 3 ile çarpım vardır. Bunun yanısıra, maymunlara atılan fazlalık 1 cevizin birinci çalışmada yapılan ters işlem adımlarında yanlış yerde kullanıldığı, ikinci çalışmada ise hiç hesaba katılmadığı gözlenmiştir.



1. Çözüm



2. Çözüm

Şekil 3.43. *Problem 15'in “Geriye Doğru Çalışma” Stratejisi ile Çözümleri*

“Denklem kurma/eşitlik yazma” stratejisi ile problemi çözmek için öncelikle başlangıçtaki bilinmeyen ceviz sayısı x olarak belirlenir;

x	:	başlangıçtaki ceviz sayısı
x – 1	:	bir ceviz atıldıktan sonra kalan ve üçe bölünebilen miktar
1/3 . (x – 1)	:	denizcinin aldığı
2/3 . (x – 1)	:	denizcinin kendi payını aldıktan sonra kalan miktar

Yani, her bir adımda kalan ceviz miktarı aşağıdaki gibi özetlenebilir:

(1) 1 eksilt ve daha sonra

(2) 2/3 ile çarp

Öyleyse, en baştaki ceviz sayısı x olmak üzere kalan ceviz miktarı;

1. Denizci $2/3 \, . \, (x - 1)$

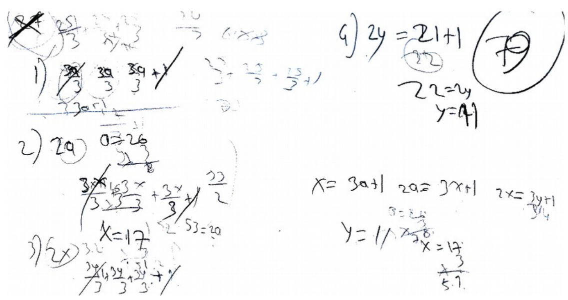
2. Denizci $2/3 \, . \, [2/3.(x - 1)) - 1]$

3. Denizci $2/3 \, . \, \{2/3 \, .[2/3.(x - 1)) - 1] - 1\}$ olarak bulunur. Bu sayı da 22'ye eşittir. Öyleyse,

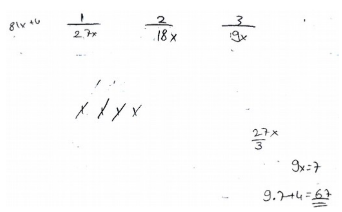
$2/3 \, . \, \{2/3 \, .[2/3.(x - 1)) - 1] - 1\} = 22$'dir. Gerekli işlemler yapıldıktan sonra eşitlik,

$(8/27)x - 38/27 = 22$ haline gelir. Yani, $8x = 22 \, . \, 27 + 38$ olur ve

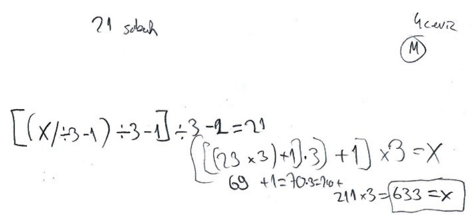
$x = 79$ bulunur (The Math Forum, 2010).



1. Çözüm



2. Çözüm



3. Çözüm

Şekil 3.44. *Problem 15, "Denklem Kurma/Eşitlik Yazma" Stratejisiyle Çözümler*

“Denklem kurma/eşitlik yazma” stratejisi ile örnek çözümler Şekil 3.44'te verilmiştir. Birinci çözümde MBY öğrenci bilinmeyenlere a, x ve y ile gösterip denklemler yazmış ve doğru sonuç 79'a ulaşmıştır. İkinci çözümde, MBY öğrenci maymunlara atılan ceviz sayısını 4 tane olarak ele almış ve başlangıçtaki ceviz miktarını 27x olarak kabul ederek ona göre işlemler yapmış, sonucu 79 değil fakat 67 bulmuştur. Son çözümde ise MBO öğrenci yukarıda denklem kurarak çözüm gibi bir çözüm yapmaya çalışmış fakat hatalı adımlar ve işlemler sonunda cevap 633 yazılmıştır.

BÖLÜM IV

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu araştırma, ortaokul öğrencilerinin problem çözme becerilerinin çözüm stratejilerini uygulama becerisine etkisinin incelenmesi amacıyla gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın amacına ulaşabilmesi için yedinci sınıf Matematik Başarısı Yüksek (MBY) ve Matematik Başarısı Orta (MBO) öğrencilerin matematik problemlerinin çözümünde kullandıkları çözüm stratejileri belirlenmiş ve kıyaslanarak incelenmiştir.

4.1. Sonuçlar

Bu bölümünde, alt problemlere yönelik elde edilen bulguların yardımı ile ulaşılan sonuçlar aşağıda maddeler halinde açıklanmıştır:

1- Araştırmanın birinci alt problemi olarak, MBY ve MBO öğrenciler arasında problem çözme becerileri arasında anlamlı bir fark olup olmadığı sorusuna cevap aranmıştır. MBY ve MBO öğrenciler arasında problem çözme becerilerinin değerlendirilmesi ile ilgili yapılan çalışmaların sonucunda, MBY öğrencilerin problem çözme becerileri MBO öğrencilere göre anlamlı bir farklılık göstermektedir. Buna göre, MBY öğrencilerin problem çözme becerileri MBO öğrencilerden daha yüksektir.

2- Araştırmanın ikinci alt problemi olarak, MBY ve MBO öğrencilerin problem çözmede çözüm stratejileri kullanma becerileri arasında anlamlı bir fark olup olmadığı sorusuna cevap aranmıştır. Öğrencilerin strateji bulma ve kullanma becerileri incelendiğinde, sonuçlar MBY ile MBO grupları arasındaki farkın istatiksel olarak anlamlı olmadığını ortaya çıkarmıştır.

3- Araştırmanın üçüncü alt problemi olarak, MBY ve MBO öğrencilerin problem çözmede hangi çözüm stratejilerini kullandıkları, ne kadar ve hangi sırada tercih ettikleri sorusunun cevabı aranmıştır. Sonuçlar, iki grupta en fazla “Denklem kurma/eşitlik yazma” stratejisinin kullanıldığını göstermiştir. “Muhakeme etme” stratejisi iki grupta ikinci en çok tercih edilen strateji olmuştur. MBY öğrencilerde “Şema çizme”, MBO öğrencilerde ise “Sistematik liste yapma” en az uygulanan strateji olmuştur.

4.2. Tartışma ve Öneriler

Araştırmanın sonuçlarına göre MBY öğrencilerinin strateji bulma ve kullanma becerileri ortalamaları açısından çok küçük bir farkla daha başarılı oldukları gözükmektedir. Fakat araştırmanın problemleri tek tek analiz edildiğinde tersine bir durum da tespit edilmiştir. İkinci problemde MBO öğrenciler MBY öğrencilere göre bir strateji farkla daha fazla strateji kullanmışlardır. Bu sorunun kaynağını bulmak için çözümler incelendiğinde, MBY öğrencilerin araştırmanın amacı olan farklı çözüm yolları veya stratejiler bulma konusuna değil de problemi çözüp bitirmeye odaklandıkları görülmüştür. Yani, bu gruptaki öğrenciler sonuca ulaştıklarında alternatif yollar bulma konusunda ısrarcı olmayıp bir sonraki soruya geçmişlerdir. Oysa Payne, "Bizler çocukların risk almalarını, daha önce karşılaşmadıkları işlerle uğraşmalarını ve bunlara bağlı kalmalarını, kısacası, denemelerini ve ısrarcı olmalarını isteriz. Düşüncelerinde esnek ve çoğu problemin modellenebilir, temsil edilebilir ve birden fazla yolla çözülebilir olduğunu bilen çocuklar isteriz" der (1990, s.41).

Başarısı yüksek öğrenciler için öğretmenlerin endişelenmedikleri bilinen bir gerçektir. Fakat bu çalışmanın sonuçlarına baktığımızda, beklenenin tersine, başarısı yüksek öğrencilerin strateji bulma ve kullanma açısından diğer gruptan önemli bir fark gösterememiş olmaları, yerleşmiş bu görüşlerin tekrar gözden geçirilmesinin gerekliliğini gözler önüne sermektedir. Aynı şekilde, "Problem çözme becerisi yüksek olan öğrencinin, strateji uygulama becerisi de yüksek olur." düşüncesinin de, genel olarak, yanlış olabileceğini ortaya koymaktadır. Benzer bulgular Van den Heuvel-Panhuizen ve Bodin-Baarends'in başarısı yüksek öğrenciler üzerinde yaptıkları araştırmada da karşımıza çıkmaktadır (2004, s.115-121).

Araştırma problemlerinin analizleri sonucunda dikkat çeken diğer bir nokta, iki grupta en fazla kullanılan stratejinin "Denklem kurma/eşitlik yazma" olmasıdır. Bazı problemlerin çözümlerinde öğrenciler içinden çıkamadıkları denklemler kurmaya çalışmışlardır. Oysa, çok uzun ve zor gözüken rutin olmayan çoğu problem MBY grubunda en az uygulama frekansına sahip olan "Şema çizme" stratejisi ile basit bir şekilde ve kısa bir sürede çözülebilmektedir. Bu araştırma sonuçlarına benzer şekilde, Gür ve Hangül'ün (2015) yaptıkları çalışmada, şema çizme stratejisi ile ilgili sorulan soruda öğrencilerin başarılı olamadıkları ortaya çıkmıştır. Oysa, Yazgan'ın

(2015) araştırma sonuçlarına göre, 6. sınıflar için en önemli problem çözme stratejisi şema çizme olmuştur. Aynı şekilde Aydoğdu'nun (2016) çalışmasında üstün zekalı 9. sınıf öğrencilerin geometri dersinde en fazla tercih ettikleri strateji diyagram çizme olarak adlandırdığı şema çizme olmuştur. Dolayısıyla, ilkokul dördüncü sınıftan itibaren öğretilen bu stratejinin öğretiminde bazı sıkıntılar olabileceği düşünülmektedir. Bu yüzden, bu strateji ile ilgili sıkıntıların neler olabileceği ve giderilmesi konusunda yapılacak çalışmaların yararlı olacağı düşünülmektedir.

Bu araştırmanın sonuçları, bazı problemlerde öğrencilerin problem çözme basamaklarından çözümün değerlendirilmesi yani çözümün doğruluğunu ve geçerliğini kontrol etme kısmını atladıklarını ve çözümün gerçek yaşam koşullarında anlamlı olup olmadığına bakmaksızın buldukları sonuçları öylece bıraktıklarını açığa çıkarmıştır. Bu sonuçlar, Bayazit'in 2013'te yaptığı çalışmanın sonuçları ile paralellik göstermektedir.

Özet olarak, MBY öğrencilerin problem çözme becerileri MBO öğrencilere göre daha yüksek çıkmıştır. Bu sonuç, beklenen bir sonuçtur ve MBY öğrencilerin bu zamana kadar aldıkları matematik eğitimi ile doğru orantılı olduğu düşünülmektedir. Fakat bu araştırmanın amacı, öğrencilerin matematik problemlerini çözme stratejilerini kullanma düzeylerini belirlemektir. Daha doğrusu, ortaokul öğrencilerinde problem çözme düzeyinin strateji uygulama düzeyine etkisini incelemektir. Fakat, çalışmanın sonuçlarına bakıldığında, problem çözme becerileri yüksek bu öğrencilerin strateji bulma ve uygulama konusunda diğer gruptan çok da farklı olmadıkları ortaya çıkmıştır. Bu sonucun üzerinde durulması gereken bir husus olduğu düşünülmektedir.

Strateji seçme ve uygulama becerisinin eğitim sürecindeki rolünün, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin yükseltilmesindeki öneminin birçok yerli ve yabancı eğitimcilerin çalışmalarında altı çizilerek yer aldığı göz önünde bulundurulduğunda (Ersoy & Güner, 2015; Lester, 2013; Lester ve ark., 1989; Schoenfeld, 1992; Shimizu, 1999; Stigler ve ark., 1999; Taşpınar 2011; Teong, 2000), Türk eğitim sisteminde çözüm stratejisi bulma ve kullanma yönünde yapılan uygulamaların yeniden ele alınarak bakılmasına dikkat çekmekte fayda olacağı düşünülmektedir. Batıda ve dünyanın birçok ülkesinde, matematik eğitimini geliştirme ve matematiği problem çözme yolu ile öğrenme modeli olan Japon Ders

Planı'na (Japanese Lesson Study) ilgi giderek artmaktadır (Doig and Groves, 2011). Örneğin, Kanada'nın Ontaria eyaletinde bazı okullar, kökleri Japonya'ya uzanan "board writing" (orijinal ismi "bansho") adlı öğretim metodunu hayata geçirmeye çalışmıştır. Bu yönteme göre, öğrencilerin verilen bir problem için buldukları farklı çözümler sınıf tahtasına yanyana yazılarak üzerinde tartışılır (Stigler ve ark., 1999). Böylece, tüm sınıf diğer çözümleri görüp, farklı stratejilerin nasıl uygulandığını anlama fırsatını yakalar. Bu da, programın amaçlarından biri olan ve matematik öğretmenlerinin ortak amacı olması gereken "matematiği herkesin erişebileceği" bir şey yapma adına güzel bir uygulama olabilir. Ayrıca, uygulamanın sonuçlarına göre, bu yöntem öğrencilerin yanısıra öğretmenler için de çok faydalı bulunmuştur (Kubota-Zarivnij, 2011).

Bu araştırmanın sonucunun beklenenden farklı çıkması yukarıda anlatılan uygulamalara benzer uygulamaların sınıflarımızda hayata geçirilmemesi olabilir. Sonuç odaklı bir eğitim sistemi ile Matematik Başarısı Yüksek öğrencilerin bile "doğru yanıtı bul yeter" düşüncesine yöneltilip potansiyellerinin altında bir performans gösterebilmektedirler. Oysaki, Harvard Üniversitesi psikoloji profesörlerinden Langer'a (1989) göre problem çözmede sonuca odaklanmak, öğrencileri genelde sınırlamakta ve onlara engel olmaktadır. "Yapabilir miyim?" yerine "Nasıl yaparım?" sorusuna yönelme, öğrencilerin başarısız olma olasılıklarına odaklanmaları yerine problemin farklı çözüm yollarını etkin bir biçimde düşünebilmesine yardım eder (Aktaran: Intel Teach Elements, 2010).

Ders kitaplarında yer alan problemler son yıllarda gerçek hayat problemleri tarzında sorulmaya çalışılsa da, müfredatın hala çok yoğun olması ve bazı öğretmenlerin problem çözmeye bakışları, problem çözme sürecine yeterli zaman ayrılmamasına sebep olmaktadır. Oysa başka ülkelerde, örneğin Yeni Zelanda'da, 1999 yılında Holton ve Anderson'nın bir yıl boyunca yürüttükleri çalışmalar sonucunda hem başarısı yüksek hem de başarısı düşük öğrenciler problem çözme öğretimi ile başarılarını oldukça arttırmışlardır (Aktaran: Altun ve Arslan, 2006).

Bu alanda yapılan çoğu araştırmanın sonuçlarına göre, öğrenciler ne kadar çok problem çözerse o kadar çok problem çözme istekleri ve kendilerine güvenleri artmaktadır. Aynı zamanda, gelecekte karşılaşılan problemlerin üstesinden gelebilmek için daha fazla problem çözme yöntem ve stratejilerinin de geliştirilmesi gerekmektedir. Ünlü Rus matematikçisi Arnold, kendisi ile 1995'te yapılan bir röportajda Rusya'daki matematik geleneğinin eski tüccar problemlerine (the old merchant problems) dayandığını söyler. Bu tür problemler, bildiğimiz "bir kayık ile kurt, kuzu ve bir çuval otu hiçbiri diğerine zarar vermeden karşı kıyıya nasıl geçirirsin?" tarzı bilmeceler olarak sınıflandırılabilir. Çok küçük yaştaki çocuklar, kendilerine sorulan bu tarz problemler sayesinde daha sayılar kavramı ile ilgili hiçbir bilgiye sahip olmadan sorular hakkında düşünmeye başlarlar. Arnold, beş-altı yaşındaki çocukların bu tür problemleri çok sevdiğini ve de çözebildiğini, oysa temel matematik eğitimi almış bazı üniversite mezunlarına bile bu tür problemlerin çok zor geldiğini belirtir. Avrupa'da yaşayan Rus aileler, çocuklarına uğraşmaları için bu türde yüzlerce problem vermekte ve bu geleneği okul yıllarında da devam ettirmektedirler. Arnold, çocukluk yıllarında bu problemleri çözmeye çalışırken keşfettiklerinin aslında ilerde çözdüğü karmaşık ve ciddi matematik problemlerinin çözümüne yardımcı olduğunu sonradan farkına varmıştır (Lui, 1997). Yukarıda anlatılanların ışığı altında, problem çözme ve problem çözme stratejileri öğretimine ne kadar erken başlanırsa o kadar iyi olabileceği dünyaca ünlü Rus matematikçilerin matematik dünyasındaki (aynı zamanda, strateji kullanımının önemli olduğu satranç oyunlarındaki) başarıları da göz önüne alınarak söylenebilir.

Tüm bu anlatılara ve bu çalışmanın sonuçlarına göre problem çözme stratejileri öğretiminin istenilen noktada olmadığı söylenebilir. Bu yüzden, problem çözme strateji öğretiminin bir şekilde sınıflara girmesinin gerekli olduğu düşünülmektedir. Türkiye'de ortaokullarda matematik dersleri, matematik dersi müfredatı ve matematik ders kitapları temel alınarak işlenmektedir (Kılıç, 2013). Bunun için, ortaokul matematik müfredatında ve okul kitaplarında verilen problemlerin değişik stratejiler ile çözülebilecek şekilde seçilip, öğrencilerden bu problemleri farklı stratejiler kullanarak çözmeleri istenebilir. Bunların yanı sıra, problem çözme stratejilerinin okullarda seçmeli ders olarak konulması, strateji öğretiminde önemli bir adım olabilir. Böylece, matematik başarısı yönünden kendine güvenmeyen bazı öğrencilerin ilgisi çekilip, onların problem çözme becerilerine katkıda bulunulabilir. Çünkü, strateji öğretimi sadece öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmekle kalmaz, aynı zamanda alışılmadık bir durumla karşılaşıldığında bununla başa çıkma konusunda da güven kazanmalarını sağlar.

Bu araştırmanın bazı sınırlılıkları bulunmaktadır. Katılımcılar özel bir okuldan seçilmiş ve 24 yedinci sınıf öğrenci ile çalışma tamamlanmıştır. Ayrıca, çalışma grubundaki öğrenciler Matematik Başarısı Yüksek ve Orta olmak üzere iki grup olarak ele alınmıştır. Bunların yanı sıra, gelecekte yapılacak Matematik Başarısı Düşük öğrenciler ve daha farklı okulların da katıldığı bir araştırma sonucunda problem çözme stratejileri konusunda daha faydalı ve kapsamlı sonuçlar elde edilebilir.

Bu çalışma uygun örnekleme tekniği ile betimsel araştırma deseni kullanılarak yürütülmüştür. İleride, problem çözme stratejileri öğretimi ile deneysel bir çalışma tasarlanılarak, geleneksel veya diğer yöntemlerle karşılaştırmalı bir araştırma yapılabilir.

Bu araştırmada öğrencilerin çalışma kağıtlarındaki çözümler incelenmiş ve analizler sadece problemlerin çözümleri üzerinden yapılmıştır. Yani, öğrencilerin çözüm sürecinde neler yaptıkları incelenememiştir. Bir sonraki adım olarak, kilinik mülakat yöntemi ile (2009'da Çelebioğlu' nun çalışmasında yaptığı gibi) öğrencilerin problem çözme süreci gözlemlenebilir veya görüşme yöntemi kullanılarak (2013'de Yeşilova'nın çalışmasındaki gibi) araştırmanın problemlerini çözme sürecinde öğrencilerin neler düşündükleri hakkında bilgi edinilebilir.

Bu çalışma, Akdeniz Üniversitesi Bilimsel Araştırma Koordinasyon Birimi tarafından desteklenmiştir. Proje numarası: 945.

KAYNAKÇA

Açıkgöz, K. Ü. (1996). *Etkili Öğrenme ve Öğretme*. İzmir: Kanyılmaz Matbaası.

Akay, H., Soybaş, D., ve Argün, Z. (2006). Problem Kurma Deneyimleri ve Matematik Öğretiminde Açık-Uçlu Soruların Kullanımı. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 14*(1), 129-146.

Aksoy, B. (2003). Problem Çözme Yönteminin Çevre Eğitiminde Uygulanması. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 2*(14), 83-98.

Alkan, H.,ve Altun, M. (1998). *Matematik Öğretimi.* Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Yayınları. http://w2.anadolu.edu.tr/aos/kitap/ıoltp/2289/unite01.pdf adresinden 11 Mayıs 2016'da alınmıştır.

Altun, M. (2015). *İlköğretim İkinci Kademede (5, 6, 7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi.* Bursa: Aktüel Alfa Yayınevi.

Altun, M., ve Arslan, Ç. (2006). İlköğretim Öğrencilerinin Problem Çözme Stratejilerini Öğrenmeleri Üzerine Bir Çalışma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 19*(1), 1-21.

Altun, M., & Memnun, D. S. (2008). Mathematics Teacher Trainees' Skills and Opinions on Solving Non-Routine Mathematical Problems. *Eğitimde Kuram ve Uygulama, 4*(2), 213-238.

Arıkan, E. E., ve Ünal, H. (2012). Farklı Profillere Sahip Öğrenciler ile Çoklu Yoldan Problem Çözme. *BEÜ Fen Bilimleri Dergisi,1*(2), 76-84.

Avcu, S. (2012). *İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Problem Çözmede Kullandıkları Stratejilerin İncelenmesi.* Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi. ODTÜ: Ankara.

Aydoğdu, M. Z. (2016). 9. Sınıf Üstün Zekalı Öğrencilerin Geometri Problem Çözme Stratejileri. *Eğitim Ve Öğretim Araştırmaları Dergisi, 5*(2).

Baki, A. (2015). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı

Bayazit, İ. (2013). An Investigation of Problem Solving Approaches, Strategies, and Models Used by the 7th And 8th Grade Students When Solving Real-World Problems. *Kuram Ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 13*(3), 1920-1927.

Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda Matematik Öğretimi 5-8. Sınıflar.* Ankara: Pegem Akademi.

Bingölbali, E. (2011). Multiple Solutions to Problems in Mathematics Teaching: Do Teachers Really Value Them?. *Australian Journal of Teacher Education, 36*(1). http://ro.ecu.edu.au/ajte/vol36/iss1/2 adresinden 15 Nisan 2016'da alınmıştır.

Bostic, J. (2011). *The Effects of Teaching Mathematics Through Problem-Solving Contexts on Sixth-Grade Students' Problem-Solving Performance.* Yayınlanmamış Doktora Tezi. Florida Üniversitesi: Florida.

Büyüköztürk, Ş. (2012). *Örnekleme Yöntemleri* [PDF Dökümanı]. w3.balikesir.edu.tr/~msackes/wp/wp.../bay-final-konulari.pdf adresinden 20 Ekim 2016'da alınmıştır.

Büyüköztürk, Ş. (2016). *Sosyal Bilimler için Veri Analizi El Kitabı (22. Baskı).* Ankara: Pegem Akademi

Carson, J. (2007). A Problem with Problem Solving: Teaching Thinking Without Teaching Knowledge. *The Mathematics Educator, 17*(2), 7-14.

Çelebioğlu, B. (2009). *İlköğretim Birinci Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Stratejilerini Kullanabilme Düzeyleri.* Yüksek Lisans Tezi. Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Çelikkaleli, Ö. (2010). Ergenlerde Problem Çözme Becerileri ve Yetkinlik İnançları. *Ç. Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *19*(2), 361-377.

Charles, R. I., & Lester, F. K. (1984). An Evaluation Of a Process-Oriented Instructional Program in Mathematical Problem Solving in Grades 5 and 7. *Journal for Research in Mathematics Education, 15*(1), 15-34.

De George, B., & Santoro, A. M. (2004). Manipulatives: A Hands on Approach to Math. *Principal, 84*(2).

Donaldson, S. E. (2011). *Teaching Through Problem Solving: Practices of Four High School Mathematics Teachers.* Doktora Tezi. The University of Georgia: Athens, Georgia.

Doig, B., & Groves, S. (2011). Japanese Lesson Study: Teacher Professional Development Through Communities of Inquiry. *Mathematics Teacher Education and Development, 13*(1), 77-93.

Durmaz, B. (2014). Ortaokul Öğrencilerinin Problem Çözme Stratejilerini Kullanma Düzeyleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *30*, 73-94.

Ekiz, D. (2015). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Anı Yayıncılık

Engel, A. (1998). *Problem-Solving Strategies*. New York: Springer

Ersoy, E., & Güner, P. (2015). The Place of Problem Solving and Mathematical Thinking in the Mathematical Teaching. *The Online Journal of New Horizons in Education, 5*, 120-130.

Essays, UK. (November 2013). *The Main Goal of Statistical Research Psychology Essay.*http://www.ukessays.com/essays/psychology/the-main-goal-of statistical-research-psychology-essay.php?cref=1 adresinden 11 Mayıs 2016'da alınmıştır.

Florida Department of Education (2010). *Research Based Strategies for Problem Solving in Mathematics K-12.* http://floridarti.usf.edu/resources/format/pdf/Classroom Cognitive and Metacognitive Strategies for Teachers_Revised_SR_09.08.10.pdf adresinden 13 Mayıs 2016'da alınmıştır.

Geiger, V., & Galbraith, P. (1998). Developing a Diagnostic Framework for Evaluation Student Approaches to Applied Mathematics Problems. *International Journal Of Mathematics Education in Science and Technology. 29*(4), 533.

Gojak, L. (2011). *What's Your Math Problem!?!: Getting to the Heart of Teaching*

Problem Solving. Huntington Beach, Ca: Shell Education.

Grand Prairie Independent School District. (2002-2014). *7th Grade Texas Mathematics: Unpacked Content.* www.gpisd.org/cms/lib01/tx01001872/.../grade%20seven%20unpacked.pdf adresinden 11 Mayıs 2016'da alınmıştır.

Gür, H., ve Hangül, T. (2015). Ortaokul Öğrencilerinin Problem Çözme Stratejileri Üzerine Bir Çalışma. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi, 5*(1), 95-112.

Gürbüz, R., ve Güder, Y. (2016). Matematik Öğretmenlerinin Problem Çözmede Kullandıkları Stratejiler. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD), 17*(2), 371-386.

Halmos, P. R. (1980). The Heart of Mathematics. *The American Mathematical Monthly, 87*(7), 519–524.

Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H., ...Wearne, D. (1996). Problem Solving as a Basis for Reform in Curriculum and Instruction: The Case of Mathematics. *Educational Researcher, 25*(4), 12-21.

Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K. B., Hollingsworth, H., Jacobs, J., ... Stigler, J. (2003). *Teaching Mathematics in Seven Countries. Results from the TIMSS 1999 Video Study*. Washington, Dc: Nces

Hiebert, J., & Wearne, D. (2003). Developing Understanding Through Problem Solving. In H. L. Schoen (Ed.), *Teaching Mathematics Through Problem Solving: Grades 6–12, 3*(13).

Intel Teach Elements, (2010). *Teaching Problem Solving.* https://educate.intel.com/download/k12/elements/.../ teaching_problem_solving.pdf adresinden 26 Kasım 2016'da alınmıştır.

Kalman, R. (2004). The Value of Multiple Solutions. *Mathematics Teaching in The Middle School, 10*(4), 174–179.

Kanadlı, S. (2013). Üstbilişsel Davranışlar Problem Çözmede Faydalı mıdır?. *İlköğretim Online*, *12*(4), 1074-1085.

Karaçay, T. (2010). *Atatürk'ün Geometri Kitabı* [PDF Dökümanı]. http://www.acikders.org.tr/mod/resource/view.php?id=150&redirect=1 adresinden 12 Nisan 2016'da alınmıştır.

Karataş, İ. (Yaz, 2004). 8. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Becerilerinin Belirlenmesi: Bir Özel Durum Çalışması. *Milli Eğitim Dergisi, 163*. http://dhgm.meb.gov.tr/yayimlar/dergiler/milli_egitim_dergisi/ 163/karatas.htm adresinden 12 Nisan 2016'da alınmıştır.

Kayapınar, A. (2015). *Matematiksel Problem Çözme Stratejileri Öğretiminin İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Performanslarına ve Öz Düzenleyici Öğrenmelerine Etkisi.* Yayımlanmamış Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Kılıç, Ç. (2013). Turkish Primary Teachers' Opinions About Problem Posing Applications: Student, the Mathematics Curriculum and Mathematics Textbooks. *Australian Journal of Teacher Education, 38*(5), 143-155.

Klingler, K.L. (2012). *Mathematic Strategies for Teaching Problem Solving: The Influence of Teaching Mathematical Problem Solving Strategies on Students' Attitudes in Middle School.* Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, University Of Central Florida Orlando, Florida.

Koç, Y., Isildak, M., & Bulut, S. (2007). Elementary School Curriculum Reform in Turkey. *International Education Journal, 8*(1), 30-39

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1988). *Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teachers.* Newton, Ma: Allyn And Bacon.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1996). *The New Sourcebook for Teaching Reasoning and Problem Solving in Junior and Senior High School.* Boston: A&B

Kubota-Zarivnij, K. (2011). *Translating Japanese Teaching and Learning Practices for Northamerican Mathematics Educational Contexts. It's not Simple nor Complicated. It's Complex.* Yayımlanmamış Doktora Tezi, York University, Toronto, Ontario.

Lester, F. K. (2013). Thoughts About Research on Mathematical Problem- Solving Instruction. *The Mathematics Enthusiast, 10*(1), 12.

Lester, F. K., Garofalo, J., & Kroll, D. (1989). *The Role of Metacognition in Mathematical Problem Solving: A Study of Two Grade Seven Classes.* Final Report to The National Science Foundation of NSF Project, MDR 85-50346.

Lui, S. H. (1997). An Interview with Vladimir Arnol'D. *Notices of The American Mathematical Society, 44*(4), 432-437

Mabilangan R.A., Limjap, A.A. & Belicina, R.R. (2011). Problem Solving Strategies of High School Students on Non-Routine Problems: A Case Study. *Alipato: A Journal of Basic Education, 5*, 23-46.

Mayer, R. E. (2002, Autumn). Rote Versus Meaningful Learning. *Theory into Practice, 41*(4), 226–232.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2013). *İlköğretim Matematik Dersi (5-8. Sınıflar) Öğretim Programı.* Ankara: DKMB.

Moursund, D.G. (2007a). *Introduction To Using Games in Education: A Guide for Teachers and Parents*. http://uoregon.edu/~moursund/Books/Games/games.html adresinden 10 Şubat 2016'da alınmıştır.

Moursund, D.G. (2007b). *Introduction to Problem Solving in The Information Age*. Eugene, Oregon: Information Age Education.

Muckerheide, P., Mogill, A.T., & Mogill, H. (1999). In Search of A Fair Game. *Mathematics and Computer Education, 33*(2), 142.

NCSM. (1978). Position Paper on Basic Mathematical Skills. *Mathematics Teacher, 71*(2), 147-152.

NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.

NCTM. (2010-2013). *Illuminations: Resources for Teaching Math.* http://illuminations.nctm.org/lesson.aspx?id=1037 adresinden 4 Şubat

2016'da alınmıştır.

Novotná, J., Eisenmann, P., Přibyl, J., Ondrušová, J. & Břehovský, J. (2014). Problem Solving in School Mathematics Based on Heuristic Strategies. *Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science, 7*(1), 1-6.

Payne, J. N. (Ed.). (1990). *Mathematics for The Young Child*. Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.

Pearce, D. L., Bruun, F., Skinner, K., & Lopez-Mohler, C. (2013). What Teachers Say About Student Difficulties Solving Mathematical Word Problems in Grades 2-5. *Iejme-Mathematics Education, 8*(1), 3-19.

Phillips, S. D., Pazienza, N. Y., & Ferrin, H. H. (1984). Decision Making Styles and Problem Solving Appraisal. *Journal of Counseling Psychology, 31*(4), 497-502.

Polya, G. (1957). *How to Solve It*. Garden City, Ny: Doubleday.

Posamentier, A. S., & Krulik, S. (2008). *Problem Solving Strategies for Efficient and Elegant Solutions Grades 6-12: A Resource for The Mathematics Teachers.* Second Edition. Usa: Corwin Press Inc.

Posamentier A. S., & Krulik, S. (2009). *Problem Solving Mathematics in Grades 3-6.* California: Corwin A Sage Company.

Posamentier, A. S., & Krulik, S. (2015). *Problem-Solving Strategies in Mathematics: From Common Approaches to Exemplary Strategies (Problem Solving in Mathematics and Beyond).* Singapore: World Scientific Publishing Co.

Protheroe, N. (2007). What Does Good Math Instruction Look Like?. *Principal 7*(1).

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense-Making in Mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*, 334-370. New York: Macmillan.

Shapiro, S. (t.y.). *Blake education-problem solving: working backwards.* https://www.blake.com.au/v/vspfiles/downloadables/pt2_problemsolving.pdf adresinden 5 mayıs 2016'da alınmıştır.

Shimizu, Y. (1999). Studying Sample Lessons Rather Than One Excellent Lesson: A Japanese Perspective on the TIMSS Videotape Classroom Study. *Zentralblatt Fur Didaktik Der Mathematik (ZDM). 99*(6), 191-195.

Smith, E. (2003). Stasis and Change: Integrating Pattern, Functions and Algebra Throughout the K–12 Curriculum. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.

Stigler, J. W., Gonzales, P., Kawanaka, T., Knoll, S., & Serrano, A. (1999). *The TIMSS Videotape Classroom Study. Methods and Findings from An Exploratory Research Project on Eighth-Grade Mathematics Instruction in Germany, Japan and The United States*. Washington, Dc: U.S. GPO.

Stigler J. W., & Hiebert J. (1999). *The Teaching Gap: Best Ideas from The World's*

Teachers for Improving Education in The Classroom. New York: The Free Press.

Taşpınar, Z. (2011). *İlköğretim 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersinde Kullandıkları Problem Çözme Stratejilerinin Belirlenmesi*. Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Teong, S. K. (2000). *The Effect of Metacognitive Training on The Mathematical Word Problem Solving of Singapore 11-12 Year Olds in A Computer Environment.* Yayımlanmış Doktora Tezi, University Of Leeds, UK.

The Math Forum. (2010). *Coconuts, Forwards And Backwards.* http://mathforum.org/library/drmath/view/74850.html adresinden 4 Şubat 2016'da alınmıştır.

The Singapore Maths Teachers (2005). *Problem Solving Srategies*. http://www.thesingaporemaths.com adresinden 5 Şubat 2016'da alınmıştır.

Türk Dil Kurumu (2016). *Türkçede Batı Kökenli Kelimeler Sözlüğü*. http://www.tdk.gov.tr/index.php. adresinden 5 Nisan 2016'da alınmıştır.

Ulu, M. (2011). *Sınıf Öğretmeni, Sınıf Öğretmeni Adayı ve 5. Sınıf Öğrencilerinin Dört İşlem Problemlerini Çözmede Kullandıkları Stratejilerin Karşılaştırılması.* Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi. Kocatepe Üniversitesi, Afyon.

Van Den Heuvel-Panhuizen, M., & Bodin-Baarends C. (2004). All or Nothing: Problem Solving by High Achievers in Mathematics. *Journal of The Korea Society of Mathematical Education, 8*(3), 115-121.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Vaerenbergh, G. V., Bogaerts, H., & Ratinckx, E. (1999). Learning to Solve Mathematical Application Problems: A Design Experiment with Fifth Graders. *Mathematical Thinking and Learning*, *1*(3), 195-229.

Wilson, J. W., Fernandez, M. L., & Hadaway, N. (1993). *Mathematical Problem Solving*. Newyork: Macmillan.

Yavuz, G. (2006). *Dokuzuncu Sınıf Matematik Dersinde Problem Çözme Strateji Öğretiminin Duyuşsal Özellikler ve Erişiye Etkisi*. Yayımlanmış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Yazgan, Y. (2013). Non-Routine Mathematical Problem-Solving at High School Level and its Relation with Success on University Entrance Exam. *Us-China Education Review A*, *3*(8), 571-579.

Yazgan, Y. (2015). Sixth Graders and Non-Routine Problems: Which Strategies are Decisive for Success?. *Educational Research and Reviews, 10*(13),1807-1816.

Yeşilova, Ö. (2013). *İlköğretim 7. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Sürecindeki Davranışları ve Problem Çözme Başarı Düzeyleri*. Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

EKLER

EK 1: Araştırmada Kullanılan Matematik Problemleri

PROBLEMLER

1.

Bir tavuk çiftliğindeki tavukların sayısı her ay bir öncekinin 3 katına çıkmaktadır. 3 ay sonra çiftlikteki tavuk sayısı 189 ise başlangıçta kaç tavuk vardı?

2.

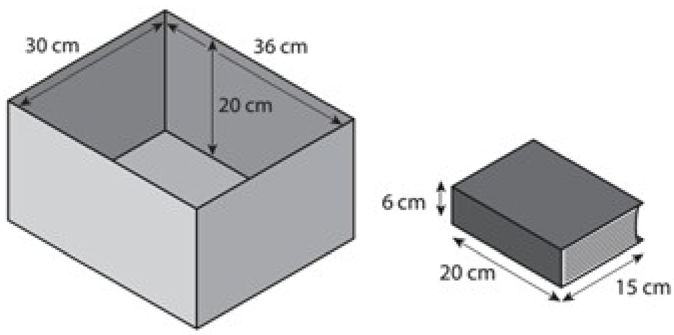
Bir toplantıya katılan 10 arkadaşın her biri diğer tüm arkadaşlarıyla bir kez el sıkışırsa toplam kaç el sıkışması olur?

3.

Ali ve Hakan futbol kartı biriktiriyorlar. Ali'nin kart sayısının 5/8'i Hakan'ın kartlarının 1/4'üne eşittir. İki arkadaş toplam 280 kart biriktirmişse, **Hakan'ın** kart sayısı kaçtır?

4.

Şekildeki kutuya boyutları aşağıda verilen kitaptan en fazla kaç tane sığdırabilirsiniz?



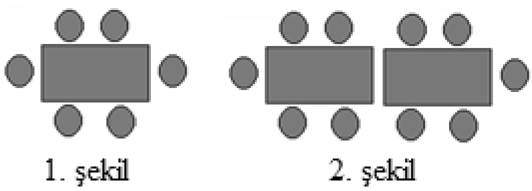
5.

Bir çiftçi, elma ve portakalları ayrı ayrı kasalara doldurup toplam 32 kasa meyve elde eder ve bunları satmak için pazara getirir. Gün sonunda elmaların 2/3'ünü, portakalların da 3/4'ünü satan çiftçinin elinde satamadığı 9 kasa kalır. Buna göre başlangıçtaki elma kasası sayısının portakala oranı nedir?

6.
Ali, Burak ve Cemil adlı üç kardeşin farklı miktarlarda parası vardır. Ali Burak'a 12 lira, sonra Burak Cemil'e 10 lira, daha sonra da Cemil Ali'ye 4 lira veriyor. Bu alışverişler sonucunda kardeşlerin her birinin 20'şer lirası oluyorsa **başlangıçta** kaç liraları vardı?

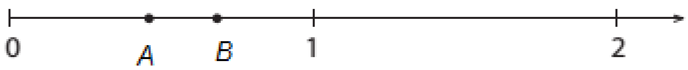
7.
Bir kırtasiyeci eşit sayıdaki kalem ve silgileri satacaktır. Kalemleri her kutuda aynı sayıda olmak üzere 10 kutuya, silgileri de her kutuda eşit sayıda olacak şekilde 6 kutuya koyuyor. Öğleye kadar 6 kutu kalem, 3 kutu silgi satan kırtasiyeci, toplam 66 kalem ve silgi sattığına göre geriye kaç **kalem ve silgi** kalmıştır?

8.
Bir lokantada, 1. şekildeki gibi 6 kişinin oturabileceği dikdörtgen masalar vardır. 46 kişilik matematik olimpiyat takımı akşam yemeği için bu lokantaya gelecektir. Bu masalardan kaç tanesi birleştirilip uzun bir masa yapılmalı ki **46** kişi sığabilsin? ((2. şekilde masaların nasıl birleştirileceği gösterilmiştir.)



9.
Bir kavanozda mavi, kırmızı, yeşil ve sarı renkte bir miktar top vardır. Kavanozdan rastgele seçilen bir topun mavi olma olasılığı 1/8, kavanozdan rastgele seçilen bir topun kırmızı olma olasılığı 1/5, kavanozdan rastgele seçilen bir topun yeşil olma olasılığı 1/10'dur. Kavanozdaki top sayısı 50'den fazla değilse kavanozda kaç tane sarı top vardır?

10.

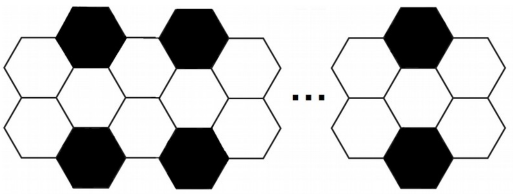


Şekildeki sayı doğrusunda *A* ve *B* kesirleri işaretlenmiştir. *A x B = C* ise *C*'yi sayı doğrusunda işaretleyiniz. Çalışmalarınızı ve hangi yöntemi kullandıysanız kısaca yazınız.

11.
Bir torbada 350 tane kırmızı ve mavi kaplı olmak üzere iki tür şeker vardır. Torbadaki şekerlerin % 40'ı kırmızı kaplıdır. Bu torbadan bir miktar mavi kaplı şeker aldığımızda, torbadaki mavi kaplı şeker yüzdesi % 30'a düşüyor. Son durumda torbada kaç tane **mavi kaplı** şeker kalmıştır?

12.
Talha ve Zehra'nın aynı miktarda misketi vardır. Oynadıkları oyunun kuralına göre Zehra yendiğinde Talha ona 6 misket, Talha yendiğinde ise Zehra Talha'ya 4 misket verecektir. 10 oyun sonunda ikisininde aynı miktarda misketi olduğuna göre Zehra kaç kez yenmiştir?

13.
Siyah ve beyaz altıgenler kullanılarak yapılan süslemede 30 siyah altıgen kullanıldığı zaman kaç beyaz altıgen kullanılır?



14.
Portakal ülkesinin kralını bir gece uyku tutmaz ve atıştırmalık bir şeyler bulmak için mutfağa iner. Mutfakta bir sepet dolusu portakal vardır. Kral portakalların 1/6'sını yer. Aynı gece kraliçe de uyanır ve çok acıkmıştır. Mutfağa inip sepette kalan portakalların 1/5'ini yer. Gece ilerleyen saatlerde çocuklardan en büyüğü uyanır ve onun da karnı acıkmıştır. Mutfağa gidip sepetteki portakalların 1/4'ünü, aynı şekilde ortanca kardeş portakalların 1/3'ünü, en küçük kardeş 1/2'sini yer. Sabah olduğunda aşçı sepette 3 portakal bulur. Buna göre başlangıçta sepette kaç portakal vardı?

15.
Fırtınalı bir günde, içinde 3 denizcinin olduğu bir tekne batar. Denizciler ceviz ağaçları ve maymunlarla dolu bir adaya düşerler. Tüm gün ceviz toplayan denizciler çok yorulur ve sabahleyin eşit olarak paylaşmak üzere cevizleri bir araya getirip yatarlar. **1.** denizci gece yarısı uyanır ve kendi payını almaya karar verir. Cevizleri

tam olarak 3’e ayırıp artan bir cevizi maymunlara atar ve payını sahile saklar. Bir süre sonra **2.** denizci uyanır. 1. denizciden kalan cevizleri eşit olarak 3’e ayırıp artan bir cevizi maymunlara atar. O da kendi payını saklar. **3.** denizci de uyanıp aynı şeyi yapar. Sabah olduğunda kalan cevizler paylaşılır ve her birine 7’şer ceviz düşen denizciler artan bir cevizi de maymunlara atarlar. Başlangıçtaki ceviz miktarını bulunuz. (Denizciler, sabahleyin cevizlerin azlığından şüphelense de, gece olanlardan dolayı kimse ses çıkarmaz.)

EK 2: Bildirim

BİLDİRİM

Hazırladığım tezin tamamen kendi çalışmam olduğunu ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi taahhüt eder, tezimin kağıt ve elektronik kopyalarının Akdeniz Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü arşivlerinde aşağıda belirttiğim koşullarda saklanmasına izin verdiğimi onaylarım:

Tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.

Tezim sadece Akdeniz Üniversitesi yerleşkelerinden erişime açılabilir.

Tezimin .... yıl süreyle erişime açılmasını istemiyorum. Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.

27.01.2017
Havva ATAY

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı	:	Havva ATAY
Doğum Yeri ve Tarihi	:	Boyabat, 1974

Eğitim Durumu

Lisans Öğrenimi	:	Boğaziçi Üniversitesi, Matematik Öğretmenliği
Yüksek Lisans Öğrenimi	:	Akdeniz Üniversitesi, İlköğretim Matematik
Bildiği Yabancı Diller	:	İngilizce, çok iyi

İş Deneyimi

Projeler	:	Akdeniz Üniversitesi Yüksek Lisans TEZ Projesi
Çalıştığı Kurumlar	:	Fulya Becer Çeviri Ltd.

İletişim

E-Posta Adresi	:	havva_atay@hotmail.com

PROBLEM ÇÖZMEDE ÇÖZÜM STRATEJİLERİ KULLANMA BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

ORIJINALLIK RAPORU

%18	%16	%9	%11
BENZERLIK ENDEKSI	İNTERNET KAYNAKLARI	YAYINLAR	ÖĞRENCI ÖDEVLERI

BIRINCIL KAYNAKLAR

1	www.researchgate.net İnternet Kaynağı	%1
2	Submitted to Akdeniz University Öğrenci Ödevi	%1
3	acikerisim.deu.edu.tr İnternet Kaynağı	%1
4	acikerisim.aku.edu.tr:8080 İnternet Kaynağı	%1
5	egitimbilim.akdeniz.edu.tr İnternet Kaynağı	%1
6	www.bilmat.org İnternet Kaynağı	%1
7	www.izmirkoleji.com.tr İnternet Kaynağı	<%1
8	www.eab.org.tr İnternet Kaynağı	<%1
9	www.edam.com.tr İnternet Kaynağı	<%1