

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ



**SİLİKA KARPİT ve BORON NİTRİT NANOTÜPLERİN FARKLI ELASTİK
ZEMİN ETKİSİNDEKİ EKSENEL ve BURULMALI TİTREŞİMLERİ**

Bülent CANGİR

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

OCAK 2021

ANTALYA

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ



**SİLİKA KARPİT ve BORON NİTRİT NANOTÜPLERİN FARKLI ELASTİK
ZEMİN ETKİSİNDEKİ EKSENEL ve BURULMALI TİTREŞİMLERİ**

Bülent CANGİR

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

OCAK 2021

ANTALYA

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SİLİKA KARPİT ve BORON NİTRİT NANOTÜPLERİN FARKLI ELASTİK
ZEMİN ETKİSİNDEKİ EKSENEL ve BURULMALI TİTREŞİMLERİ

Bülent CANGİR
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI
DOKTORA TEZİ

Bu tez 15/01/2021..... tarihinde jüri tarafından Oybirliği/Oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

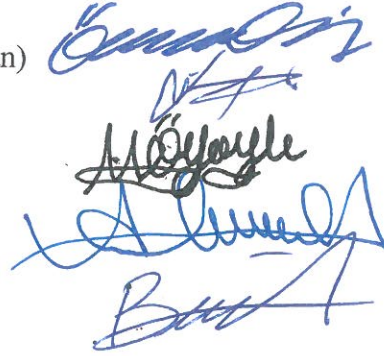
Prof. Dr. Ömer CİVALEK (Danışman)

Doç. Dr. İbrahim AYDOĞDU

Doç. Dr. Mustafa Özgür YAYLI

Doç. Dr. Mehmet AVCAR

Dr. Öğr. Üyesi Bekir AKGÖZ



ÖZET

SİLİKA KARPİT ve BORON NİTRİT NANOTÜPLERİN FARKLI ELASTİK ZEMİN ETKİSİNDEKİ EKSENEL ve BURULMALI TİTREŞİMLERİ

Bülent CANGİR

Doktora Tezi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Ocak 2021; 72sayfa

Bu tez çalışmasında dış zorlara karşı elastik bir ortama gömülü nano ölçekli çubukların aksenel ve burulmalı titreşim analizi sunulmuştur. Bilindiği üzere nano ölçekli sistemlerin sürekli ortam modellerinin mekanik analizlerinin klasik teoriler ile yapılması doğru sonuçlar ortaya koymamaktadır. Bunun için çeşitli yüksek mertebeden sürekli ortam teorileri geliştirilmiştir ve atomik ölçekli yapıların mekanik analizlerinde kullanılmıştır. Sürekli ortam teorilerinden yerel olmayan elastisite teorisi, bu tez kapsamında ele alınan titreşim probleminde göz önünde bulundurulmuştur. Çubuk eleman, silika karpit nanotüp ve bor nitrit nanotüp gibi nanoteknoloji biliminde önemli olan malzemelerle modellenmiştir. Bu çubuk modellerine ait yönetici denklemler varyasyon cebri yoluyla elde edilmiş olup hem değişkenlere ayırma yöntemi hem de sonlu elemanlar yöntemi ile çözülmüştür.

Sayısal sonuç olarak eleman boyutları, yerel olmayan parametre, mod sayısı, elastik zemin parametresi ve eklenti gibi çeşitli parametreler altında nano ölçekli çubukların burulma ve aksenel titreşim frekansları hesaplanmıştır. Ayrıca, hem analitik (Değişkenlere ayırma) hem de sayısal yöntem (sonlu elemanlar) ile hesaplanan sonuçlar karşılaştırılarak sonlu elemanlar yönteminin ele alınan problem tipindeki kullanılabilirliği ortaya koyulmuştur. Analitik olarak netice alınamayan bazı titreşim analizleri için sonlu eleman sonuçları sunulmuştur. Sayısal sonuçlar göz önüne alınarak gerçekleştirilen tartışmalarla nano ölçekli sistemlerin mekanik modellerinin dinamik davranışlarının anlaşılması amaçlanmıştır.

ANAHTAR KELİMELEER:Burulma titreşimi, Aksenel titreşim, Frekans, Nanoçubuk, Nanoteknoloji, Nanotüp, Sonlu elemanlar, Yerel olmayan elastisite.

JÜRİ: Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Doç. Dr. İbrahim AYDOĞDU

Doç. Dr. Mustafa Özgür YAYLI

Doç. Dr. Mehmet AVCAR

Dr. Öğr. Üyesi Bekir AKGÖZ

ABSTRACT

AXIAL and TORSIONAL VIBRATION ANALYSES of SILICA CARBIDE and BORON NITRIDE NANOTUBES UNDER DIFFERENT ELASTIC MEDIUM EFFECTS

Bülent CANGİR

PhD Thesis in Civil Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Ömer CİVALEK

January 2021; 72pages

In this study, axial and torsional vibration analyses of nanorods embedded in an elastic medium against external forces have been presented. As it is known, to perform the mechanical analyses of the continuous models of nano scaled systems by employing classical theories does not reveal accurate results. For this, various higher-order continuum theories have been developed and used in the mechanical analyses of atomic scaled structures. The nonlocal elasticity theory that is one of the higher-order continuum theories has been taken into account in the axial and torsional vibration problems. The rod element is modelled with different materials such as silica carbide nanotube and boron nitrite nanotube that are important in nanotechnology science. The governing equations of these rod models have been obtained via the variational algebra and they have been solved by both the separation of variables and the finite element method.

As a numerical result, the torsional and axial vibration frequencies of the nano scaled rods have been calculated under various parameters such as element sizes, nonlocal parameters, mode number, elastic medium stiffness and attachment. On the other hand, the results calculated by utilizing analytical method (separation of variables) and the numerical method (finite elements) have been compared and the usability of the finite element method for the problem type examined has been discussed. Moreover, finite element results are presented for several vibration analysis that are not obtained result analytically. It has been aimed to understand the dynamic behaviour of the mechanical models of nano scaled systems through the discussions that were performed by considering the numerical results.

KEYWORDS: Axial vibration, Finite element, Frequency, Nanorod, Nanotechnology, Nanotube, Nonlocal elasticity, Torsional vibration.

COMMITTEE: Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Assoc. Prof. Dr. İbrahim AYDOĞDU

Assoc. Prof. Dr. Mustafa Özgür YAYLI

Assoc. Prof. Dr. Mehmet AVCAR

Asst. Prof. Dr. Bekir AKGÖZ

ÖNSÖZ

Günümüz teknolojisi ile hayatımıza girmiş olan ürünlerin, cihazların, alet ve teçhizatların geçmişteki muadillerine göre daha güçlü özellikler gösterdiği iyi bilinmektedir. Bu söylenilenin arkasında yatan ana etmen nanoteknoloji ve onun klasik bilimlerle olan entegrasyonudur. 1960'ların başında ortaya çıkan nanoteknoloji günümüzde elektronikten sağlığa, askeriyeden kozmetiğe, otomotivden inşaata birçok sektörde etkisini göstermiştir.

Nanoteknoloji biliminin araştırma konusu olan yapı ve sistemlerin mühendislik bilimi gereği analiz ve tasarımlarının yapılması, bilimin işlerliği açısından büyük öneme sahiptir. Bir yapı veya sistemin analizleri en temelde mühendislik mekaniğinin ilkeleri ile ele alınabilir. Atomik, özellikle de nano ölçekli sistemlerin mekanik analizleri denildiğinde akla simülasyonlar gelmekte ancak bu simülasyonlar birtakım sebeplerle zorluk çıkarmaktadır. Ayrıca, klasik mekanik disiplini ile elde edilen bulguların bu tür yapılar üzerindeki deneylerin sonuçları ile uyuşmaması ayrı bir sorundur. Tabii 1900'lü yılların başında ortaya atılan bazı fikirler ve ilerleyen yıllarda yüksek mertebeden elastisite teorilerinin geliştirilmesiyle, küçük ölçekli yapıların mekanik analizleri için bir temel atılmıştır. Devamında, geliştirilen bazı yüksek mertebeden sürekli ortam teorileri kullanılarak atomik ölçekli yapıların çeşitli mekanik analizleri gerçekleştirilmiştir.

Nano/mikro-elektro-mekanik sistemler (NEMS/MEMS) nanoteknoloji biliminin bize sunduğu fırsatların altyapısını oluşturmaktadır. Bu tip sistemlerde yer alan karbon nanotüp, bor nitrid nanotüp, altın nanotel, silika karpit nanotel ve grafen gibi atomik ölçekli yapıların bu ölçek etkisini gözeten elastisite teorileriyle mekanik analizleri oldukça yoğun çalışılmakta olan bir konudur. Böylece NEMS/MEMS'lerin davranışlarını anlayabilmek ve buradan yola çıkarak tasarıma gidebilmek kolaylaşmaktadır. Mekanik bilimi, ele aldığı probleme çeşitli matematiksel yöntemlerle yaklaşmaktadır ve bu yöntemlerden en bilineni kesin yani analitik yöntemdir. Analitik yöntemlerin verimli olmadığı durumlarda ise yaklaşık yani sayısal yöntemler devreye girmektedir.

Bu tez çalışması, elastik bir ortama tamamen gömülmüş olan silika karpit nanotüp ve bor nitrid nanotüplerin atomik boyut etkisine dayalı serbest eksenel ve burulma titreşimi davranışlarını anlamayı amaçlamaktadır. Boyut etkisi olarak yerel olmayan elastisite teorisi gözetilmiştir. Bahsi geçen titreşim problemleri için elde edilen yönetici denklemler analitik yöntem ve sonlu elemanlar yöntemi ile ayrı ayrı çözülmüştür. Ardından nanotüplerin çubuk modellerinin frekansları hesaplanmış ve karşılaştırılmıştır. Sonuçlar, analize etki eden parametreler göz önünde bulundurularak tartışılmıştır. Böylece bu tür nanotüplerin yer aldığı nanoteknoloji sistemlerin dinamik davranışı anlaşılabilir. Ayrıca, sunulan sonlu elemanlar formülasyonu ile daha fazla etkinin dahil olduğu analizlerin de gerçekleştirilebileceği görülmüştür.

Özellikle doktora eğitimi sürecinin sonuna doğru karşılaşmış olduğum engelleri aşmamda bana büyük yardımları olan danışman hocam sayın Prof. Dr. Ömer CİVALEK'e içten teşekkürlerimi sunuyorum. Konyaaltı Belediyesi Etüd ve Proje Müdürlüğündeki çalışma arkadaşlarıma ve bugünlere gelmemde en büyük pay sahibi olan aileme içten duygularıyla teşekkür ediyorum.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
ÖNSÖZ	iii
AKADEMİK BEYAN	v
SİMGELER VE KISALTMALAR	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
ÇİZELGELER DİZİNİ	xii
1. GİRİŞ	1
2. KAYNAK TARAMASI.....	3
2.1. Nanoteknoloji.....	3
2.1.1. Nanoteknolojinin tanımı.....	3
2.1.2. Nanoteknolojinin kronolojisi	3
2.1.3. Nanoteknolojinin etkileşimde olduğu alanlar	6
2.1.4. Nanomalzemeler	7
2.2. Nanoelektromekanik Sistem (NEMS) Teknolojisi.....	12
2.3. Yüksek Mertebeden Sürekli Ortam Teorileri.....	16
2.4. Titreşim Analizindeki Bazı Kavramlar	17
2.5. Sonlu Elemanlar Yöntemi.....	26
2.6. Daha Önceden Yapılmış Bazı Çalışmalar.....	28
3. MATERYAL VE METOT.....	33
3.1. Yerel Olmayan Elastisite Teorisi	33
3.2. Düz Eksenli Çubukların Yerel Olmayan Titreşimi	34
3.2.1. Eksenel titreşim.....	34
3.2.2. Burulma titreşimi	39
3.3. Çubuk Titreşimleri İçin Yerel Olmayan Sonlu Eleman Formülasyonları	44
3.3.1. Eksenel titreşim.....	44
3.3.2. Burulma titreşimi	47
4. BULGULAR VE TARTIŞMA.....	51
5. SONUÇLAR.....	66
6. KAYNAKLAR.....	68
ÖZGEÇMİŞ	

AKADEMİK BEYAN

Doktora Tezi olarak sunduğum “**Silika Karpit ve Boron Nitrit Nanotüplerin Farklı Elastik Zemin Etkisindeki Eksenel ve Burulmalı Titreşimleri**” adlı bu çalışmanın, akademik kurallar ve etik değerlere uygun olarak yazıldığını belirtir, bu tez çalışmasında bana ait olmayan tüm bilgilerin kaynağını gösterdiğimi beyan ederim.

15/01/2021

Bülent CANGİR



SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

- a : İç karakteristik uzunluk
- A : Kesit alan
- c : Sönüm
- C_1, C_2 : Mod şekli sabitleri
- d : Adi diferansiyel operatörü
- D^k : Kinematik operatör
- e_0 : Deneysel atomik malzeme sabiti
- E : Elastisite modülü
- f : Eksenel dış dinamik zor, sıklık (frekans)
- f_j : Kütleli kuvvet
- \mathbf{f}^c : Klasik eksenel zor vektörü
- \mathbf{f}^{nl} : Yerel olmayan eksenel zor vektörü
- G : Kayma modülü
- h : Ağırlıklandırılmış kalıntı
- I : Ağırlıklı ortalama kalıntı
- I_a : Dönel eklenti kütlesi
- I^c : Klasik dönel kütle matrisi
- I^{nl} : Yerel olmayan dönel kütle matrisi
- I_p : Polar atalet momenti
- k_a : Eksenel eklenti yayı rijitliği, Dönel eklenti yayı rijitliği
- k_m : Elastik ortamın eksenel rijitliği
- k_t : Elastik ortamın burulma rijitliği
- K : Kinetik enerji, Eksenel rijitlik matrisi, Burulma rijitliği matrisi
- K_M^c : Elastik ortamın klasik eksenel rijitlik matrisi

- K_M^{nl} : Elastik ortamın yerel olmayan aksenal rijitlik matrisi
- K_T^c : Elastik ortamın klasik burulma rijitliği matrisi
- K_T^{nl} : Aksenal ortamın yerel olmayan burulma rijitliği matrisi
- L : Dış karakteristik uzunluk, çubuk uzunluğu
- l_e : Sonlu eleman uzunluğu
- L_0 : Doğrusal diferansiyel operatörü
- m : Dış burulma dinamik zoru, cismin kütlesi
- m_a : Aksenal eklenti kütlesi
- \mathbf{m}^c : Klasik burulma zoru vektörü
- \mathbf{m}^{nl} : Yerel olmayan burulma zoru vektörü
- M : Burulma momenti
- M^c : Klasik kütle matrisi
- M^{nl} : Yerel olmayan kütle matrisi
- P : Aksenal kuvvet
- R : Kalıntı
- s_{ij} : Klasik gerilme
- t : Zaman
- T : Periyot
- U : İç şekil değiştirme enerjisi. Mod Şekli
- u : Aksenal hareket bileşeni
- \mathbf{u} : Aksenal hareket vektörü
- $u_{i,j}$: Hareket bileşeni
- V : Hacim
- W : Dış kuvvetlerin iş potansiyeli
- x : Konum
- x, y, z : Koordinat

\mathbf{x}'	: Atomik cismin bir noktasının konumu
X	: Genlik
α	: Yerel olmayan modül
ε_{ij}	: Yerel olmayan şekil değiştirme tansörü
δ	: Varyasyon operatörü
δ_{ij}	: Kronecker Delta Sembolü
θ	: Burulma açısı
$\boldsymbol{\theta}$: Burulma açısı vektörü
λ, μ	: Lamé Sabitleri
ν	: Poisson oranı
ξ	: Boyutsuz koordinat
Π	: Toplam potansiyel
ρ	: Birim hacim kütlesi
σ_{ij}	: Yerel olmayan gerilme tansörü
φ	: Faz açısı
ϕ	: Şekil vektörü
ω	: Doğal titreşim frekansı
∂	: Kısmi diferansiyel operatörü

Kısaltmalar

AB	: Avrupa Birlięi
ABD	: Amerika Birleşik Devletleri
AFM	: Atomic Force Microscopy (Atomik Kuvvet Mikroskobu)
BNNT	: Boron Nitride Nanotube (Bor Nitrit Nanotüp)
CNT	: Carbon Nanotube (Karbon nanotüp)
FET	: Field Effective Transistor (Alan Etkil Transistor)

DNA	: Deoksiribonükleoik Asit
gr	: Gram
GPa	: Gigapascal
IBM	: International Business Machines (Uluslararası İş Makineleri)
m	: Metre
MWCNT	: Multi Walled Carbon Nanotubes (Çok Duvarlı Karbon Nanotüpler)
ng	: Nanogram
nm	: Nanometre
nN	: Nanonewton
NEMS	: Nano Elektro Mekanik Sistem
THz	: Terahertz
SiCNT	: Silica Carbide Nanotube (Silika Karpit Nanotüp)
SWCNT	: Single Walled Carbon Nanotubes (Tek Duvarlı Karbon Nanotüpler)

Bu tez kapsamındaki sayısal değerlerin ondalık ayırıcı olarak nokta (.) işareti kullanılmıştır.

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1.Nanoteknoloji biliminin çalışma boyutları (Anonymous 1).....	3
Şekil 2.2.Fullerene molekülünün konfigürasyonu (Anonymous 2)	4
Şekil 2.3.Atomik kuvvet mikroskobunun çalışma şeması (Anonymous 3).....	4
Şekil 2.4.IBM yazısı (Kutlu 2013)	5
Şekil 2.5.CNT-FET Yapısı (Anonymous 4)	5
Şekil 2.6.Nanoaraba (Halford 2011).....	6
Şekil 2.7.Karbon atomunun farklı hibritleşme geometrileri a) Doğrusal (sp) hibritleşme b) Üçgen (sp ²) hibritleşme c) Piramit (sp ³) hibritleşme (Tepe 2007).....	7
Şekil 2.8.Karbon atomunun allotropları a) Grafit b) Elmas c) Fullerene (Anonymous 5)	8
Şekil 2.9.Grafen tabaka (Schutz 2018).....	8
Şekil 2.10.Karbon nanotüplerin grafen örtü sayısı bakımından çeşitleri a) SWCNT b) MWCNT (Anonymous 6, Anonymous 7).....	9
Şekil 2.11.Grafen örtünün sarılma doğrultusu (Numanoğlu 2017).....	10
Şekil 2.12.Sarılma doğrultusuna göre CNT konfigürasyonları a) Koltuk b) Zikzak c) Kiral (Anonymous 8)	10
Şekil 2.13.SiCNT yapısının atomik konfigürasyonu (Menon vd. 2004).....	11
Şekil 2.14.BNNT yapısının atomik konfigürasyonu (Anonymous 9).....	11
Şekil 2.15.Çinko oksit nanotelin taramalı elektron mikroskobu ile çekilmiş görüntüsü (Zhou vd. 2017)	12
Şekil 2.16.AFM yapısının NEMS modeli (Numanoğlu 2019)	12
Şekil 2.17.CNT-FET yapısının NEMS modeli (Numanoğlu 2019).....	13
Şekil 2.18.SiCNT-FET yapısının NEMS modeli (Işık 2018).....	13
Şekil 2.19.Nanoaktüatör-motor yapısı a) NEMS modeli b) Taramalı elektron mikroskobu görüntüsü (Anonymous 10)	14
Şekil 2.20.Nanosensör yapısı (Anonymous 11).....	14
Şekil 2.21.Tipik bir mikroköprü a) Taramalı elektron mikroskobu görüntüsü b) MEMS modeli (Gonzalez-Castilla vd. 2018).....	15

Şekil 2.22. Bent girişin NEMS modeli (Numanoğlu 2019).....	16
Şekil 2.23. Piezoelektrik rezonant nanoplağın NEMS modeli (Numanoğlu 2019)	16
Şekil 2.24. Basit kütle-yay modeli a) Dengedeki sistem b) Dış bir tahrikle dengeden uzaklaştırılan sistem c) Tekrarlı hareket yapan sistem (Numanoğlu 2017).....	17
Şekil 2.25. Tekrarlı hareketin konum-zaman grafiği (Numanoğlu 2017, 2019).....	18
Şekil 2.26. Tek serbestlik dereceli sisteme örnekler a) Kütle-yay-sönüm sistemi b) Deprem yükü etkisinde kayma çerçevesi c) Kütle-yay-makara sistemi d) Dönme zoru etkisindeki kalas-disk modeli e) Su tankı (Numanoğlu 2017, 2019).....	19
Şekil 2.27. Çok serbestlik dereceli sisteme örnekler a) İki katlı ve topaklı kütleli çerçeve b) Topaklı kütleli giriş c) Çoklu kütle-yay-sönüm sistemi d) Kat döşemesi (Numanoğlu 2017, 2019).....	19
Şekil 2.28. Bazı ayırık sistem örnekleri a) Düzlem portal çerçeve b) Düzlem kafes (Numanoğlu 2019).....	20
Şekil 2.29. Sürekli sisteme örnekler a) Eğilme çubuğu b) Eksenel çubuk c) Burulmaya çalışan dairesel şaft d) Plak e) Kabuk (Numanoğlu 2019)	21
Şekil 2.30.a) Dış zor etkisinde tek serbestlikli yay-kütle-sönüm sistemi b) Serbest cisim diyagramı (Numanoğlu 2017, 2019).....	22
Şekil 2.31.a) Dış zorlar etkisinde çok serbestlikli yay-kütle-sönüm sistemi b) Serbest cisim diyagramları (Numanoğlu 2017, 2019)	22-23
Şekil 2.32.a) L uzunluğunda ve değişken kesitli eksenel çubuk b) Çubuktan alınan dx uzunluğundaki elemanın serbest cisim diyagramı (Numanoğlu 2017).....	24

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1. Karbon nanotüplerin mekanik özellikleri ve diğer malzemelerle karşılaştırılması (Numanoğlu 2017)	9
Çizelge 4.1. SiCNT ile modellenmiş olan genel sınır koşullarına sahip nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve çubuk uzunluğu değerlerine göre eksenel titreşimi için ilk üç mod frekansları.....	52
Çizelge 4.2. BNNT ile modellenmiş olan genel sınır koşullarına sahip nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve çubuk uzunluğu değerlerine göre eksenel titreşimi için ilk üç mod frekansları.....	53
Çizelge 4.3. SiCNT ile modellenmiş olan ve bir ucu yay eklentili eksenel nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve eklenti rijitliği değerlerine göre eksenel titreşimi için ilk üç mod frekansları	54
Çizelge 4.4. Bir ucu kütle eklentili nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve eklenti kütlesi değerlerine göre eksenel titreşimi için ilk üç mod titreşim frekansları.....	55
Çizelge 4.5. Bir ucu hem kütle hem de yay eklentili nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre, eklenti rijitliği ve kütlesi değerlerine göre eksenel titreşimi için ilk üç mod frekansları.....	55
Çizelge 4.6. Elastik ortama gömülmüş genel sınır şartlarındaki nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve elastik ortam rijitliği değerlerine göre eksenel titreşimi için ilk üç mod frekansları.....	56
Çizelge 4.7. Genel sınır koşullarına sahip nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve çubuk uzunluğu değerlerine göre eksenel titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları	57
Çizelge 4.8. Elastik ortama gömülmüş genel sınır şartlarındaki nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre değerlerine göre eksenel titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları ($k_m = 100 \text{ nN/nm}^2$).....	57
Çizelge 4.9. Bir ucu yay eklentili nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre değerlerine göre eksenel titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları ($k_a = 100 \text{ nN/nm}$)	58
Çizelge 4.10. Bir ucu kütle eklentili nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre değerlerine göre eksenel titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları ($m_a = 10^{-12} \text{ ng}$).....	59

Çizelge 4.11. Bir ucu hem yay hem de kütle eklentili nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre değerlerine göre aksenal titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları ($k_a = 100$ nN/nm, $m_a = 10^{-12}$ ng).....	59
Çizelge 4.12. Elastik ortama gömülmüş ve bir ucu eklentili nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre değerlerine göre aksenal titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları ($k_a = 100$ nN/nm, $m_a = 10^{-12}$ ng, $k_m = 100$ nN/nm ²).....	60
Çizelge 4.13. SiCNT ile modellenmiş olan genel sınır koşullarına sahip nano çubuklarının farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve çubuk uzunluğu değerlerine göre burulma titreşimi için ilk üç mod frekansları	61
Çizelge 4.14. BNNT ile modellenmiş olan genel sınır koşullarına sahip aksenal nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve çubuk uzunluğu değerlerine göre burulma titreşimi için ilk üç mod frekansları	61
Çizelge 4.15. Elastik ortama gömülmüş genel sınır şartlarındaki nano burulma çubuklarının farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve elastik ortam rijitliği değerlerine göre burulma titreşimi için ilk üç mod frekansları	62
Çizelge 4.16. Genel sınır koşullarına sahip nano burulma çubuklarının farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve çubuk uzunluğu değerlerine göre burulma titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları.....	63
Çizelge 4.17. Bir ucu dönel yay eklentili nano burulma çubuklarının farklı boyutsuz yerel olmayan parametre değerlerine göre burulma titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları ($k_a = 10^{18}$ nN-nm).....	64
Çizelge 4.18. Bir ucu dönel kütle eklentili nano burulma çubuklarının farklı boyutsuz yerel olmayan parametre değerlerine göre burulma titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları ($I_a = 10^{-5}$ nN-nm-s ²)	64
Çizelge 4.19. Elastik ortama gömülmüş ve bir ucu eklentili nano çubuklarının farklı boyutsuz yerel olmayan parametre değerlerine göre burulma titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları ($k_a = 10^{18}$ nN-nm, $I_a = 10^{-5}$ nN-nm-s ² , $k_t = 100$ nN)	65

1. GİRİŞ

Günümüzde teknolojinin hızlı gelişmesine bağlı olarak, insanların yaşamını sürdürebilmesi adına kullanmakta olduğu ürün, cihaz ve hizmetlerin büyük bir çoğunluğunun, önkilerinden, daha az yer kaplama, daha hafif olma, daha ekonomik olma, dış etkenlere karşı daha dayanıklı olma gibi özelliklere sahip olduğu görülmektedir. Teknolojinin hızlı gelişmesindeki önemli bir etmen nanoteknoloji bilimi ve onun uğraşı alanıdır.

Nanoteknoloji, maddelerin atomik boyutlardaki araştırmalarının yapılarak elde edilen sonuçların günümüzün klasik disiplinleriyle birleştirilmesine dair bir bilim dalı olarak tanımlanabilir. Genel olarak, içerisinde barındırdığı işlem, süreç ve çıktılar nano ölçekli malzeme, cihaz ve sistemlerle doğrudan bağlı olduğu bir bilim dalıdır. Eskiden çok büyük boyutlardaki bilgisayarın günümüzde oldukça küçük boyutlara ulaşmasının sebebi nano ölçekli tüp, çubuk, tel ve levhaların görev aldıkları elektro-mekanik sistemlerdir. Bunun yanı sıra, sağlık alanında genetik hastalık teşhisi, kanserli hücrelerle savaşan atomik boyutlu robotlar, antibiyotiklerin yerini alabileceği düşünülen nanobiyotikler, askeri alanda daha güçlü savunma ve haberleşme sistemlerinin gelişimi nanoteknoloji bilim dalı ve onun öğretileri çerçevesinde ortaya çıkmaktadır.

Nano/mikro-elektro-mekanik-sistemler (NEMS/MEMS) atomik ölçekteki malzemelerin yer aldığı günümüz teknolojik çıktılarıdır. Bu sistemlerin önkine göre daha yenilikçi özellikler taşıması genel olarak hedeflenen bir mevzudur ancak dış etmenler altında uygun çalışma performansı gösterebilmeleri adına uygun tasarımlarının yapılabilir olması da en az bu hedef kadar önemlidir. Genel olarak atomik ölçekli yapılar üzerinde yapılan deneyler ve simülasyonlar bu tip yapılara klasik elastisite teorisiyle yaklaşmanın yanlış sonuçlara sebep olduğunu göstermektedir. Yapılan çalışmaların sonucunda bu durumun atomik yapıya gelen dış etmenlerin yapının boyutları ile doğrudan bağlantısı olduğu anlaşılmıştır. Yarı-deneysel yöntemler olan simülasyonların ekonomi, zaman ve uzmanlık gibi durumlar göz önüne alındığında ciddi zorluklar çıkardığı da göz önünde bulundurulduğunda, geliştirilmiş bazı matematiksel yaklaşımların kullanımı ile bu durumun ortadan kaldırılmasına çalışılmıştır. Matematiksel yaklaşımlar atomik yapının boyut etkisini içerecek şekilde geliştirilmiştir. Bu yaklaşımlar çok sayıdadır ve en çok öne çıkanlarının yerel olmayan elastisite teorisi, değiştirilmiş şekil değiştirme değişimi, mikropolar elastisite teorisi, eşil mekaniği, yüzey enerjisi formülasyonları olduğu ifade edilebilir.

Bahsedilen matematiksel yaklaşımlardan yerel olmayan elastisite teorisi Eringen ve arkadaşları tarafından 1960'lı yılların başında malzemenin mekaniği problemlerine uygulanmıştır. Bu çalışmaların atomik düzeyli yapıların mekanik davranışını anlamak üzere önemli bir temel oluşturduğu söylenebilir. 2000'li yılların başlarına gidildiğinde yerel olmayan elastisite teorisinin artık katı cisimler mekaniğinin bünyesindeki eğilme, titreşim, burkulma, burulma vs. gibi problemlere çerçevesinde ele alındığı görülmektedir ve bu konudaki çalışmalar günden güne artmaktadır.

Bu çalışmada birçok nanoteknolojik uygulamada görev alan nano ölçekli silika karpit ve bor nitrit nanotüp yapıların titreşim analizi gerçekleştirilmiştir. Bahsedilen nanoyapılar, tek doğrultulu sürekli mekanik modellerden aksenel çubuk ve burulma çubuğu olarak modellenmiştir. İlgili nanotüplerin aksenel ve burulma titreşimi analizi

sonuçlarının bu tip malzemelerle imal edilecek yapıların mekanik davranışlarının doğru anlaşılabilmesini ve tasarımlarının gerçekçi olabilmesini sağlamak adına, titreşim analizi yerel olmayan elastisite teorisine dayanılarak gerçekleştirilmiştir. Bazı NEMS/MEMS uygulamalarında görev alan nanotüp yapılarının, bulunduğu ortamın mekanik karakteristiğini yansıtabilmek için elastik bir ortama gömülü olduğu ve bazı genel olmayan uç koşullarına sahip olduğu varsayılmıştır. Titreşim analizi için denklemlerin çözülmesi ve dolayısıyla sonuç elde edilmesinin zor olduğu bazı durumlardan dolayı yerel olmayan elastisite teorisine bağlı bir sonlu elemanlar formülasyonu da bu tez kapsamında geliştirilmiştir. Başta boyut etkisi olmak üzere, titreşim analizine etki eden farklı parametreler altında titreşim frekansları sunulmuş ve sonuçlar tartışılmıştır. Ayrıca, analitik olarak hesaplanabilen boyut etkisine bağlı titreşim frekansları ile geliştirilen sonlu elemanlar formülasyonunun verdiği titreşim frekansları mukayese edilmiştir ve formülasyonun doğruluğu tartışılmıştır. Genel anlamda, nano ölçekli yapıların boyut etkisine dayanan dinamik karakteristiklerinin belirlenmesi ve bu yapıların yer aldığı NEMS/MEMS uygulamalarının tasarımına yol gösterebilecek bir çalışmanın gerçekleştirilmesi hedeflenmiştir.

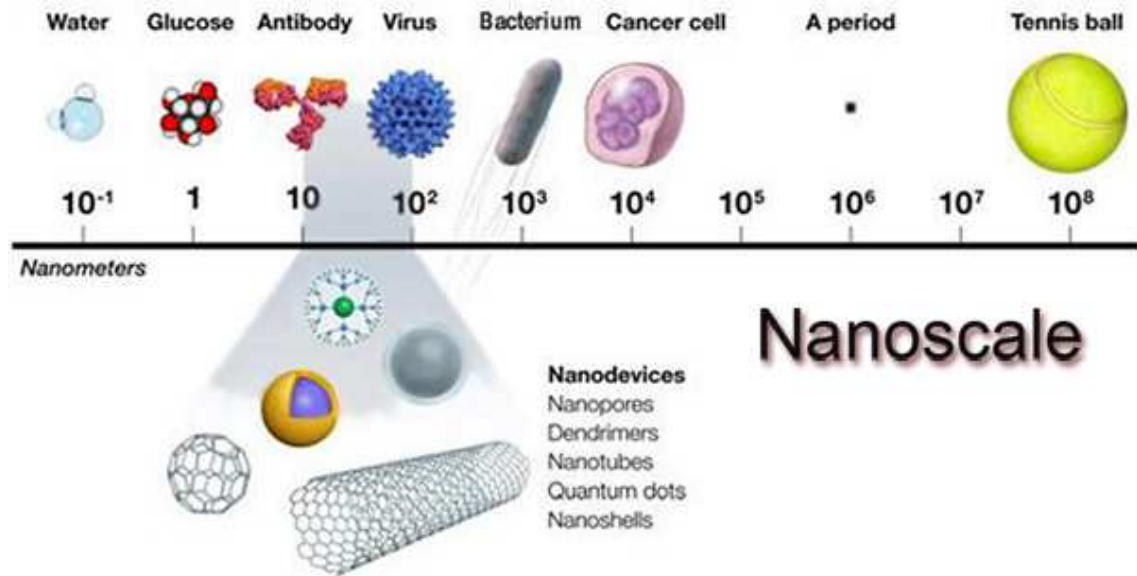
2. KAYNAK TARAMASI

2.1. Nanoteknoloji

2.1.1. Nanoteknolojinin tanımı

Nanoteknoloji, Yunanca kökenli olan ve Türkçe'ye "cüce" olarak tercüme edilen "nano" ve genel olarak ürün veya hizmetlerin üretilmesinde ve gerçekleştirilmesinde kullanılan bilgi, beceri, yöntem ve tekniklerin tamamını ifade eden "teknoloji" kelimelerinin birleşiminden oluşur. Teknik bir ölçü birimi olan nanometre (nm), teknik olarak metrenin (m) milyarda birini ifade eder ve dolayısı ile $1\text{nm} = 10^{-9}\text{ m}$ bağıntısı kurulabilir. Nanoteknoloji bilimi ölçüleri 1-100 nanometre arasında olan malzemelerle ilgilenmektedir. Bu malzemeler üzerinde yapılan araştırmaların sonucunda elde edilen bulguların fenni ve mühendislik gibi klasik disiplinlere entegre edilerek yeni buluşlar ortaya çıkarmak için yapılan çalışmaların tümünün nanoteknoloji biliminin ilgi alanına girdiği ifade edilebilir. Genel olarak bu disiplinlerin çıktısı olan ürün ve hizmetlerin öncekilerden daha yenilikçi özelliklere sahip olması hedeflenir.

Bu bilimin alanına giren malzeme, yapı ve sistemlerin büyüklüğünü hayal edebilmek için Şekil 2.1'de verilmiş olan uzunluk skalası incelenebilir.



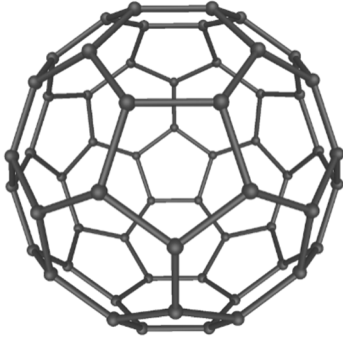
Şekil 2.1. Nanoteknoloji biliminin çalışma boyutları (Anonymous 1)

Şekil 2.1'de verilen Nanoteknolojinin çalışma boyutları incelendiğinde bir su molekülünün 10^{-1} nm ve kalem ucunun bırakabileceği bir iz 10^6 nm olduğu ifade edilebilir. İlerleyen altbaşlıklarda detaylı olarak ele alınacak olan nano ölçekli yapı ve cihazların da 10-100 nm arasındaki bantta kaldığı söylenebilir.

2.1.2. Nanoteknolojinin kronolojisi

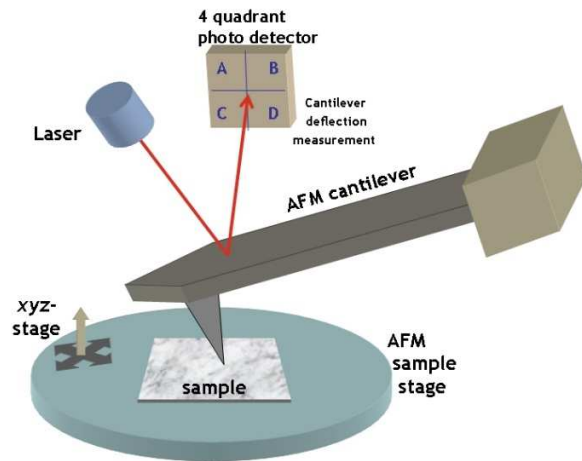
Aşağıda nanoteknoloji biliminin gelişimine dair bir tarihçe verilmektedir. Nanoteknolojinin bütün tarihçesini vermek yerine bilimin gelişiminde dönüm noktası olduğu düşünülen noktalardan söz edilmiştir:

- 1959: Nobel Ödülü sahibi fizikçi Richard Feynman “There’s Plenty of Room at the Bottom” adlı konferansında moleküler düzeydeki malzemeler ve cihazların imalatının yeni buluşların önünü açabileceğini ifade etti ancak nanoteknoloji kavramını kullanmadı.
- 1974: Japon bilim adamı Norio Taniguchi yayınladığı makalesinde Nanoteknolojinin tanımını yaptı. Taniguchi nanoteknolojiyi maddelerin bir atom ya da molekül tarafından ayrılması, birleştirilmesi ve bozulması yöntemi olarak tanımladı.
- 1981: Eric Drexler nanoteknoloji hakkındaki makaleyi yayınladı.
- 1981: Binnig ve Rohrer taramalı tünelleme mikroskopunu icat ettiler ve bu icat ile 1986 Nobel Ödülü’nü kazandılar
- 1985: Curl, Kroto ve Smalley 1 nm büyüklüğünde, çelikten daha güçlü ve plastikten daha hafif olan fullerene molekülünü sentezlediler. Fullerene molekülü Şekil 2.2’de verilmektedir.



Şekil 2.2. Fullerene molekülünün konfigürasyonu (Anonymous 2)

- 1986: Binnig, Quate ve Gerber tarafından Atomik Kuvvet Mikroskobu (AFM) icat edildi. Bu mikroskobun genel çalışma şeması Şekil 2.3’te verilmektedir.

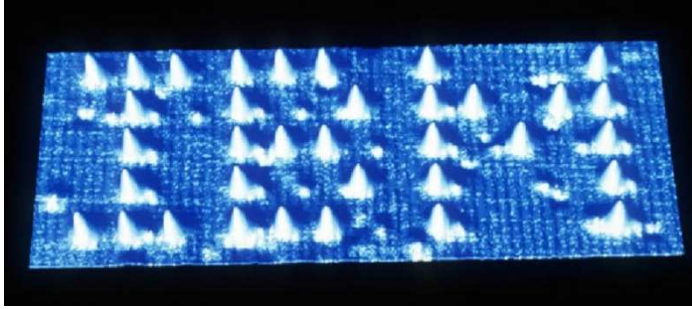


Şekil 2.3. Atomik kuvvet mikroskobunun çalışma şeması (Anonymous 3)

- 1986: Drexler tarafından Foresight Enstitüsü kuruldu. Bu enstitü nanoteknoloji

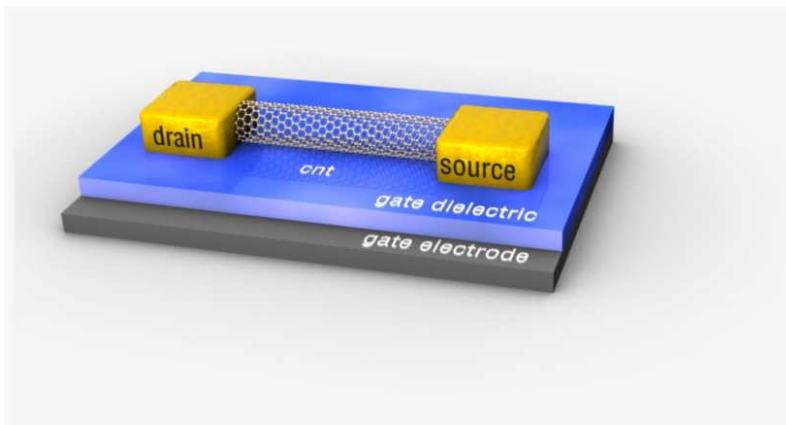
alanıyla ilgili olarak dünyada kurulan ilk enstitüdür.

- 1987: İletkenliğin kuantum özelliği keşfedildi.
- 1988: Drexler tarafından ilk nanoteknoloji dersi verildi.
- 1989: D. Eigler, nikel yüzeye ksenon (Xe) atomları vasıtasıyla “IBM” yazısını yazdı. Yazının yüksekliği milimetrenin 250 binde biri ve genişliği 333 binde biri kadardır. Bahsedilen yazı Şekil 2.4’te verilmektedir.



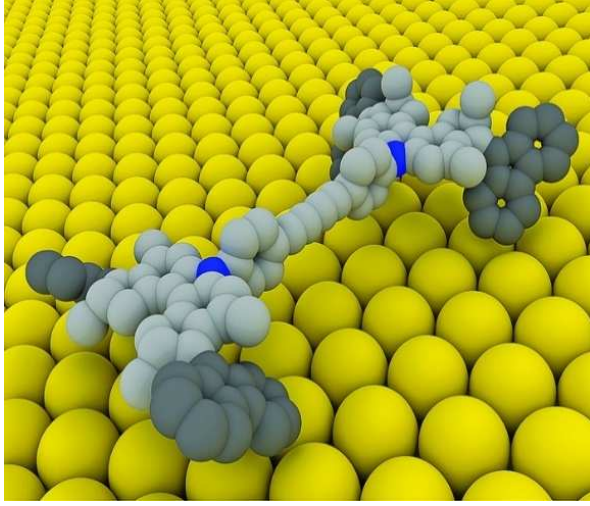
Şekil 2.4. IBM yazısı (Kutlu 2013)

- 1991: Japon bilim adamı Iijima çok duvarlı karbon nanotüp (MWCNT) keşfetti. İlerideki altbölümlerde daha detaylı bahsedilecek olan karbon nanotüp yapıları nanoteknoloji için çok önemli bir buluş olup çelik malzemesine göre çok güçlü ve oldukça hafiftir.
- 1993: Iijima ve Bethune tek duvarlı karbon nanotüpleri (SWCNT) keşfetti.
- 1993: Rice üniversitesinde ilk nanoteknoloji laboratuvarı açıldı.
- 1997: Seedman DNA molekülünü kullanarak ilk defa mekanik bir aygıt yaptı.
- 1998: Dekker ve ekibi alan etkili karbon nanotüp transistör (CNT-FET) yapısını icat ettiler. Bu yapı Şekil 2.5’te görülmektedir.



Şekil 2.5. CNT-FET Yapısı (Anonymous 4)

- 1999: ABD hükümeti nanoteknoloji alanındaki ilk hükümet programı olan Ulusal Nanoteknoloji Adımı'nı başlattı.
- 2001: AB nanoteknoloji çalışmalarını çerçeve programının öncelikli alanları arasına dahil etti.
- 2005: Rica üniversitesinde aks ve dingilleri modellenerek bir nanoaraba modeli geliştirildi ve hareket ettirildi. Nanoaraba Şekil 2.6'da gösterilmektedir.



Şekil 2.6. Nanoaraba (Halford 2011)

2.1.3. Nanoteknolojinin etkileşimde olduğu alanlar

Nanobilimin, kendi bulgularını birçok fen ve mühendislik disiplinleri ile birleştirerek bu disiplinlerin çıktısı olan ürün ve hizmetlerin öncekilerden daha üstün özelliklere sahip olmasına odaklandığından bahsedilmiştir. Aslında nanoteknoloji biliminin etkilediği birçok sektör bulunmaktadır ancak hepsinin değil öne çıktığı düşünülenlerin verilmesi tercih edilmiştir. Bunlar aşağıda verilmektedir:

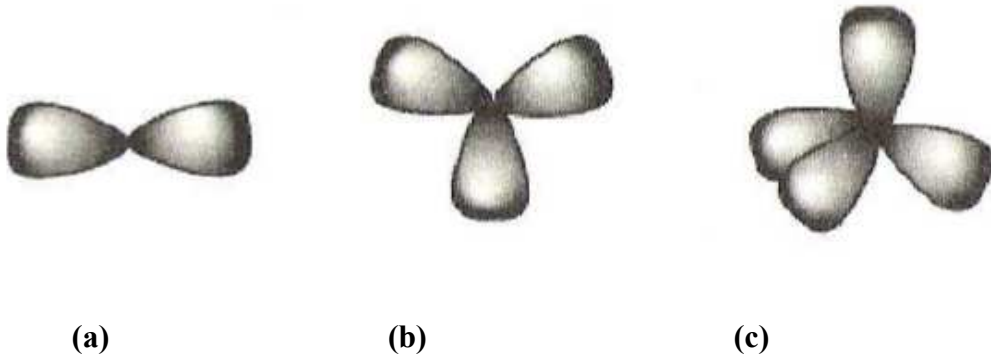
1. Malzeme ve imalat: Seramik, boya, kendini temizleyen yüzeylerin nano parçacıklarla güçlendirilmesi çalışmaları yapılmaktadır.
2. Elektronik ve bilişim teknolojisi: Nanoteknolojinin etkileşimde olduğu en önemli sektörlerden birisi olduğu düşünülmektedir. Nano ölçekli malzemeler ile üretilen çip, sensör, aktivatör, transistör, jeneratör, anahtarlar, küçük ölçekli bilgisayarlar, yeni mantıksal devreler bu alanda örneklenebilir.
3. Tıp ve sağlık: Alan etkili transistörler ve nano ölçekteki robotlar ile yürütülebilecek hasarlı DNA veya kanserli hücrelerin tespitinin yanı sıra bunlara müdahale edilebilmesi örnek verilebilmektedir.
4. Çevre ve enerji: Otomobillerde kullanılan hidrojen enerjisi ile çevreye zarar veren gaz emisyonlarının düşürülmesi, daha az yakıt tüketimi, üretimde ekonomik süreçlerin geliştirilmesi sağlanacaktır. Ayrıca ısı ve enerji kaybını önleyen dış yalıtım kaplamaları da bu noktada vurgulanabilir.

5. Biyoteknoloji ve tarım: Bitkileri ve ürünlerini zararlı haşerelere karşı koruyan nano ilaçlar geliştirilecektir.
6. Askeri ve savunma: Kamufle edici ve enerji kaybını önleyen giysiler, nükleer savunma sistemlerinin kontrolü, yeni algılama sistemleri sayesinde kimyasal silah saldırılarının tespiti mümkün hale gelecektir.
7. İnşaat ve mimari: Nanokatırlarla güçlendirilmiş yüksek dayanımlı çimento ve beton, nanokompozit çelik, yeni ısı ve ses yalıtım malzemelerinden bahsedilebilir.

2.1.4. Nanomalzemeler

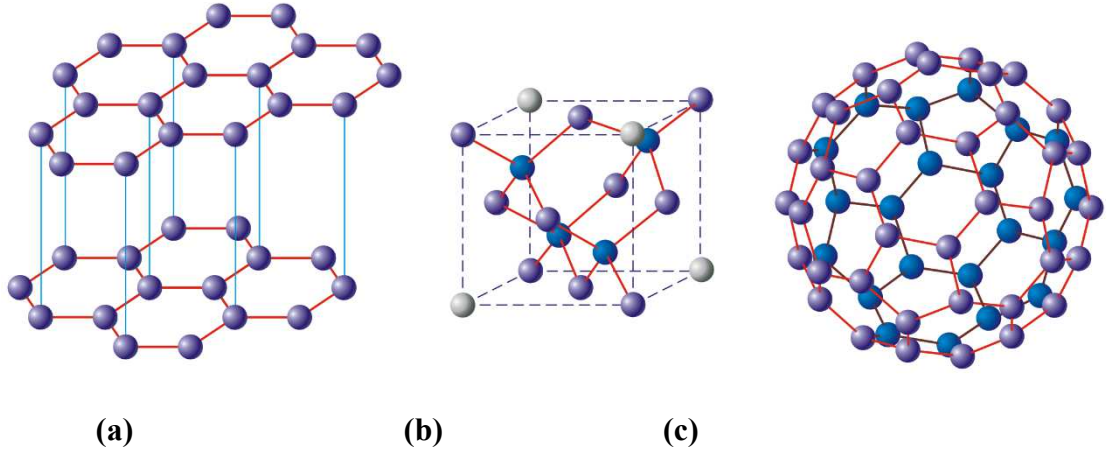
Bir boyuttaki nanotüp, nanotel, nanoçubuk gibi yapıların yanı sıra iki boyuttaki grafen, silisen borofen, altın nanoplak gibi malzemeler nano ölçek teknolojisinin etkileşimde olduğu sektörlerde yoğun bir şekilde karşılaşılmaktadır. Tez konusunu kapsamı bakımından bu malzemelerin özelliklerinden ve kullanım alanlarından aşağıda kısaca söz edilmiştir.

1. Karbon nanotüp (CNT): Karbon atomu periyodik cetvelin 4A grubu ve 2. periyodundaki bir ametal elementidir. Elektron sayısı 6'dır. Karbon elementinin kendi atomları birbiri ile üç farklı geometri gösteren şekillerde hibritleşirler (bağlanırlar) ve bu özelliği gösteren tek elementtir. Hibritleşme türü karbon atomlarından oluşan malzemelerin fiziksel ve kimyasal özelliklerini etkiler. Hibritleşme türleri aşağıda gösterilmiştir.



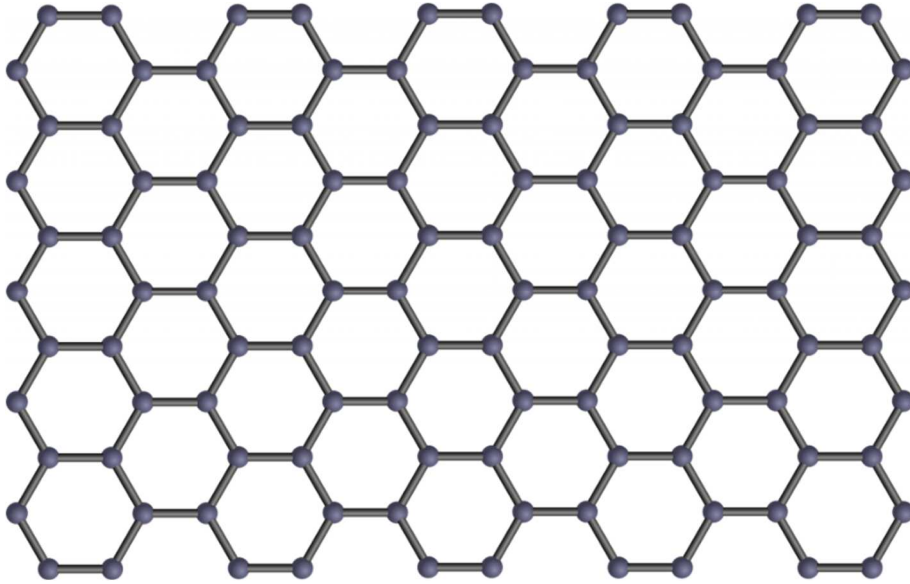
Şekil 2.7. Karbon atomunun farklı hibritleşme geometrileri **a)** Doğrusal (sp) hibritleşme **b)** Üçgen (sp²) hibritleşme **c)** Piramit (sp³) hibritleşme (Tepe 2007)

Karbon atomlarının hibritleşme türleri, karbon malzemesinin geometrisini belirler. Bu geometriler karbon atomunun allotropları yani atomların uzaydaki farklı dizilimleridir ve Şekil 2.8'de resmedilmiştir. Elmas, üçboyutlu yarı iletken ve karbon atomları sp³ şeklinde bağlanır. Grafite, iki boyutlu ve yarı metaliktir. Karbon atomları sp² şeklinde bağlanır. Karbon nanotüp, bir boyutlu iletken ve yarı iletken yapılarıdır. Karbon atomları sp² şeklinde bağlanır. Fulleren, boyutsuz yapıdadır. En az 20 atomludur ve 1000 atomlu olanları da gözlenebilir. Mekanik ve elektronik özelliği en iyi bilinen ve en sağlam olanı C₆₀'dır (Tepe 2007, Numanoğlu 2017).



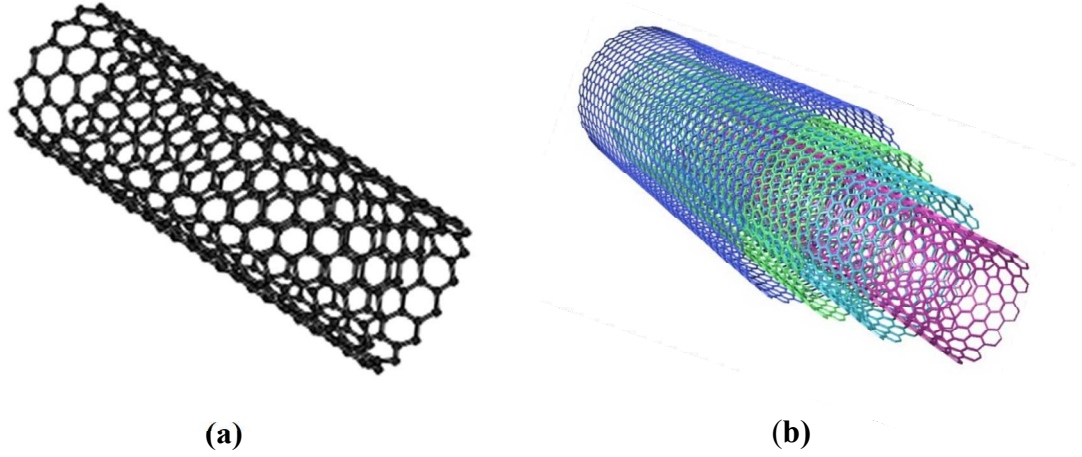
Şekil 2.8. Karbon atomunun allotropları **a)** Grafit **b)** Elmas **c)** Fullerene (Anonymous 5)

Karbon elementi, canlı organizmaların yapısına katıldığı gibi kömür, metan gazı ve petrolde de kullanılır. Karbon atomlarının düzlemde diğer karbon atomları ile altıgen oluşturmak suretiyle bağlanmalarından sonra bu altıgenlerin bir araya gelmesiyle oluşan tabakaya grafen ve grafenin düzlemde sarılmasıyla oluşan silindirik yapıya da karbon nanotüp (CNT) denir. Bu arada grafen güneş pillerinde, nükleer santral soğutma proseslerinde, genetik hastalık teşhisinde kullanılmaktadır. Oldukça yaygın bilinen bir diğer kullanım alanı da kurşun kalemlerdir (Anonim 1).



Şekil 2.9. Grafen tabaka (Schutz 2018)

Silindirik grafenlerin sadece bir tanesiyle oluşan yapı tek duvarlı karbon nanotüpü (SWCNT) (Iijima ve Ichihashi 1993) ve birden fazlasının iç içe girmesiyle oluşan yapı çok duvarlı karbon nanotüpü (MWCNT) (Iijima 1991) tanımlar. İlgili nanotüplerin betimlemeleri Şekil 2.10'da sunulmuştur.



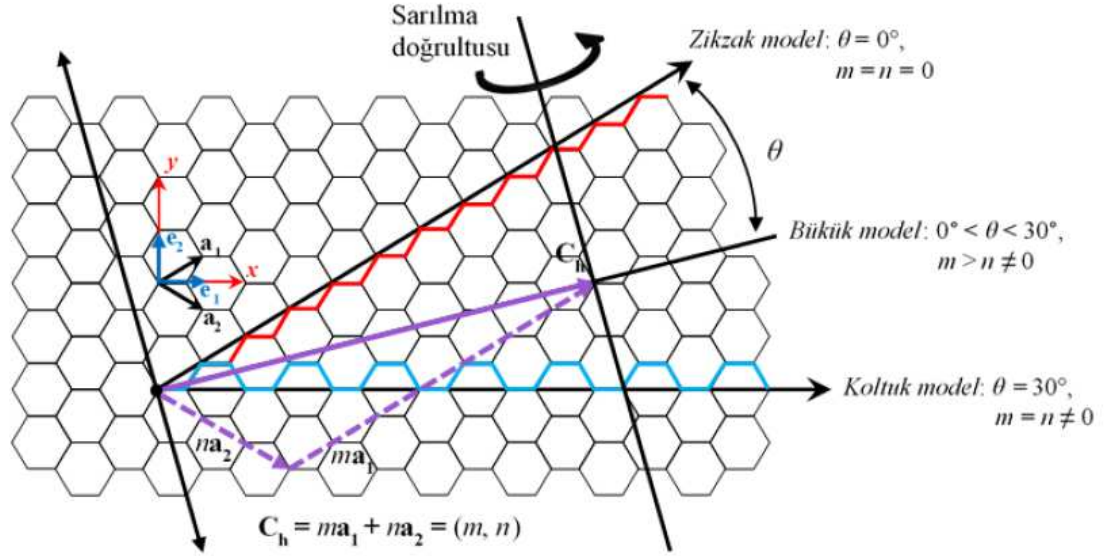
Şekil 2.10. Karbon nanotüplerin grafen örtü sayısı bakımından çeşitleri **a)** SWCNT **b)** MWCNT (Anonymous 6, Anonymous 7)

Duvar sayısı fiziksel ve mekanik özellikleri etkilemektedir. Aşağıda bazı fiziksel ve mekanik özelliklerin kıyaslaması verilmektedir.

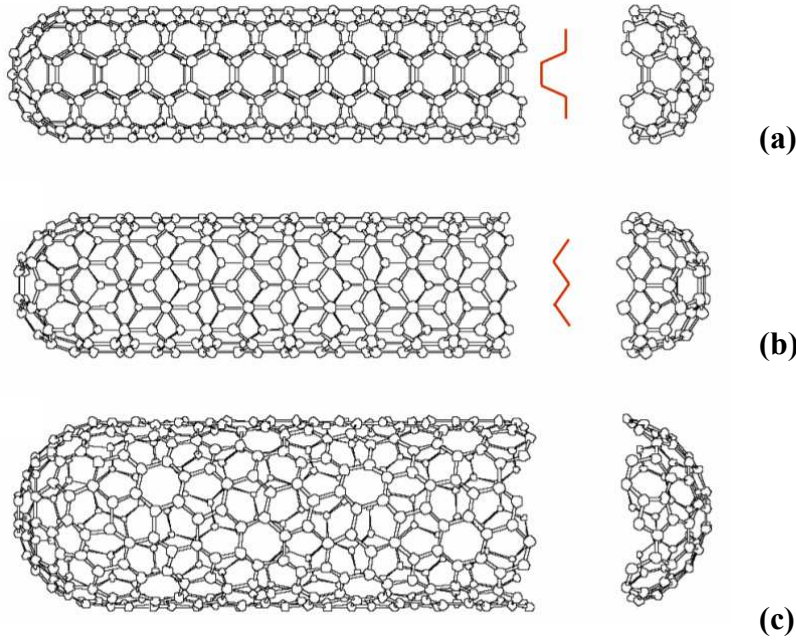
Çizelge 2.1. Karbon nanotüplerin mekanik özellikleri ve diğer malzemelerle karşılaştırılması (Numanoğlu 2017)

Malzeme	Elastisite Modülü (GPa)	Gerilme Mukavemeti (GPa)	Yoğunluk (gr/cm ³)
SWCNT	1054	150	1.4
MWCNT	1200	150	2.6
Elmas	600	130	3.5
Çelik	208	1	7.3
Titanyum	116	0.434	4.5
Ahşap	16	0.008	0.4

Karbon nanotüpleri oluşturan grafen tabakanın sarılmasında baz alınan doğrultu da fiziksel ve mekanik özellikler üzerinde etmendir. Karbon nanotüplerin sarılma doğrultusu için Şekil 2.11 incelenebilir. Buna göre sarılma doğrultusu ve buna paralel diğer doğru yani sarılma tamamlandığında üst üste düşecek doğrular düşünülün. Bu sarılma neticesinde CNT'nin geometrisi belirlenir ve bu geometri CNT'nin özelliklerini etkiler niteliktedir. CNT'lerin sarılma doğrultusuna göre geometrileri zikzak, bükük ve kiral olmak üzere üçe ayrılmaktadır ve bunlar da Şekil 2.12'de verilmektedir.



Şekil 2.11. Grafen örtünün sarılma doğrultusu (Numanoğlu 2017)

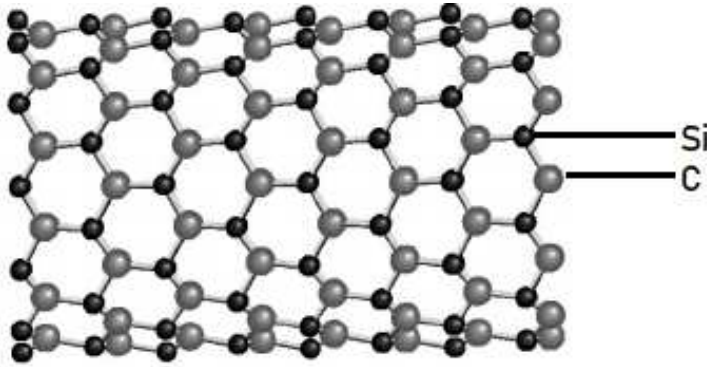


Şekil 2.12. Sarılma doğrultusuna göre CNT konfigürasyonları a) Koltuk b) Zikzak c) Kiral (Anonymous 8)

CNT yapılarının alan etkili transistörlerde, hava-su filtrasyonunda, sensörlerde, hidrojen enerjisinde, mantık devrelerinde, pil yapımında, potansiyel elektrotlarda, süper iletken kablolarında, nanokompozitlerde, güneş enerjisinde ve kalıcı rastgele erişim belleklerinde kullanıldığı bilinmektedir (Numanoğlu 2017, Işık 2018, Numanoğlu 2019).

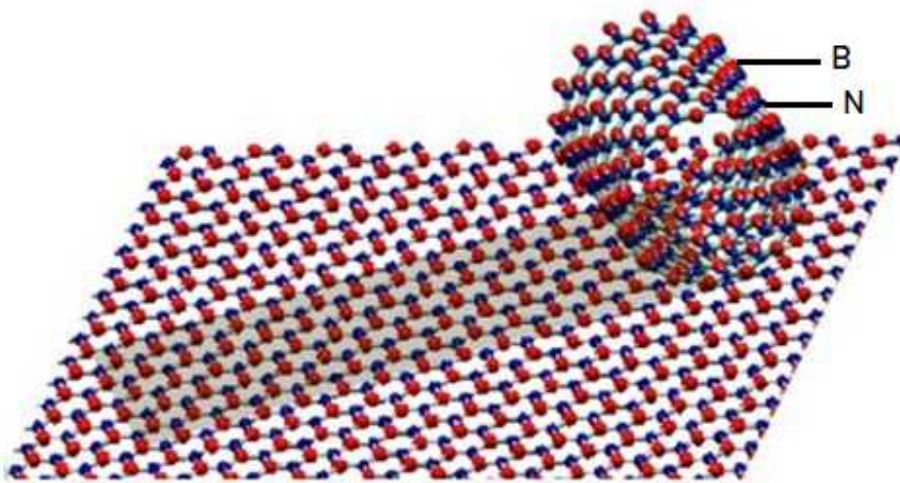
2. Silika karpit nanotüp (SiCNT): Bu tür nanotüpler karbon nanotüplerin silisyum atomuyla bir dizi reaksiyonlara girmesi yoluyla oluşur. Bu tür yapıların atomik konfigürasyonları Şekil 2.13'te verilmiştir. Silisyum ve karbon atomlarının birbirine

bağlanma şekillerine göre dört farklı geometride olabilirler. Fiber güçlendirilmiş seramik ve biyokimya uygulamalarında yer alırlar (Çayırılı 2020).



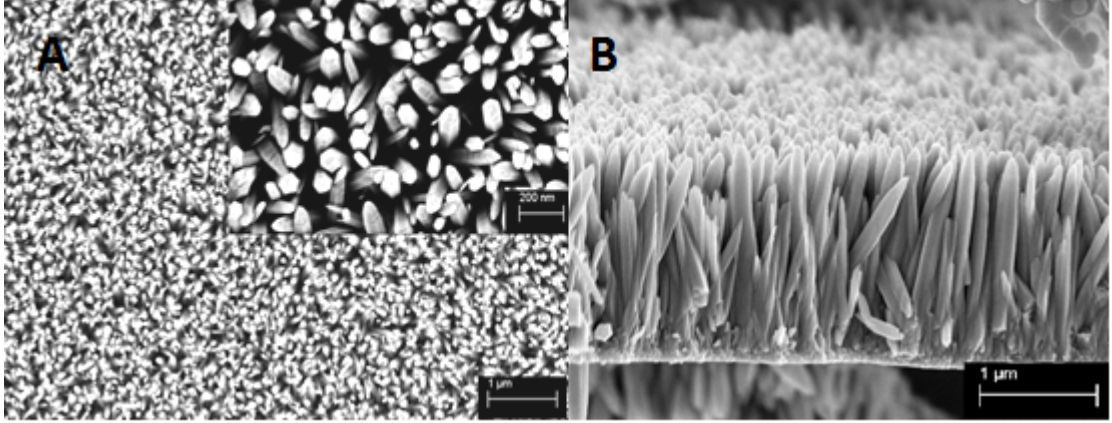
Şekil 2.13. SiCNT yapısının atomik konfigürasyonu (Menon vd. 2004)

3. Bor nitrit nanotüp (BNNT): CNT'ye benzer biçimde, Bor (B) ve azot (N) atomlarının birbiriyle yaptığı bağlardan oluşan altıgen örtü düzlem üzerinde sarılırsa oluşan yapı bor nitrit nanotüp olarak adlandırılır. Bu yapının atomik konfigürasyonu Şekil 2.14'te sunulmaktadır. Alan etkili transistörlerde, eelektrokimyasal insülatörlerde, biyomedikalde, hidrojen enerjisinde kullanılır (Numanoğlu 2019). CNT'ler gibi sarılma doğrultularına göre farklı geometrilerde olabilirler.



Şekil 2.14. BNNT yapısının atomik konfigürasyonu (Anonymous 9)

4. Çinko oksitnanotel (ZnO Nw): Genel olarak yarı iletken nanoteller enerji dönüşümü, bellek, optik cihazlar ve sensörler gibi çeşitli uygulamalarda kullanılmaktadır. Bunların arasında, çinko oksit nanoteller çok güçlü şekilde yarı iletken özellikleri göstermiştir (Chang vd. 2018). ZnO Nw malzemesi önemli bir UV ışınımı absorblayıcısıdır (Işık 2018). ZnO Nw yapısının taramalı elektron mikrokobu görüntüsü aşağıdaki şekilde verilmektedir.

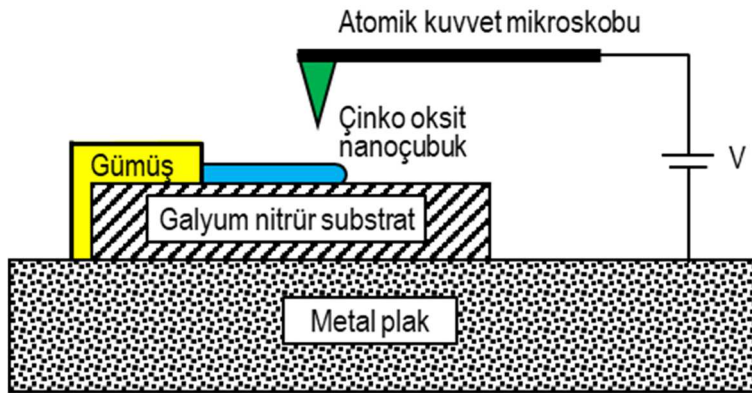


Şekil 2.15. Çinko oksit nanotelin taramalı elektron mikroskobu ile çekilmiş görüntüsü (Zhou vd. 2017)

2.2. Nanoelektromekanik Sistem (NEMS) Teknolojisi

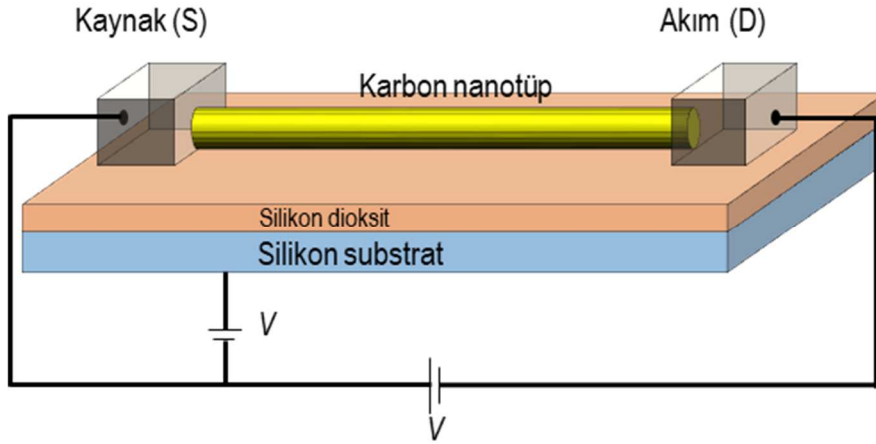
Nanoölçekteki keşifler ve görüntüleme sistemlerinin gelişmesi, bu tip malzemeler üzerindeki araştırmalara olan ilgiyi artırmıştır. Bu araştırmaların sonucunda, nano malzemeler tabanlı cihaz ve ürünler imal edilmiş olup günümüz piyasasındaki yerini almıştır. Genel olarak nano ölçekli cihaz ve ürünlerin büyük bir kısmı elektro-mekanik bir sistem hiyerarşisinin sonucudur. Bu hiyerarşide yer alan bütün yapıların birbiri ile uyumlu çalışması, nanoteknolojinin genel işlevinin yani hedef çıktılarının bir öncekilerine göre daha üstün özelliklere sahip olması ve belirlenmiş ihtiyaçları karşılayabilmesi özelliğinin gerçekleşmesi açısından çok önemlidir.

Bu hiyerarşide çalışan bir sistemin bütününe nano-elektro-mekanik sistem (NEMS) denir. Genel olarak transistörler, jeneratörler, aktivatörler, anahtarlar, bilgisayar çipleri, belki de en önemli örnek olarak atomik kuvvet mikroskopları (AFM) bu tür sistemlere örnektir. CNT tabanlı alan etkili transistörler Şekil 2.3'te, bir AFM modeli Şekil 2.5'te resmedilmektedir. AFM yapısı nano boyutta görüntüleme, ölçüm ve atomik düzen işleme görevi görmektedir ve bu yapının elektro-mekanik modeli Şekil 2.16'da verilmektedir.

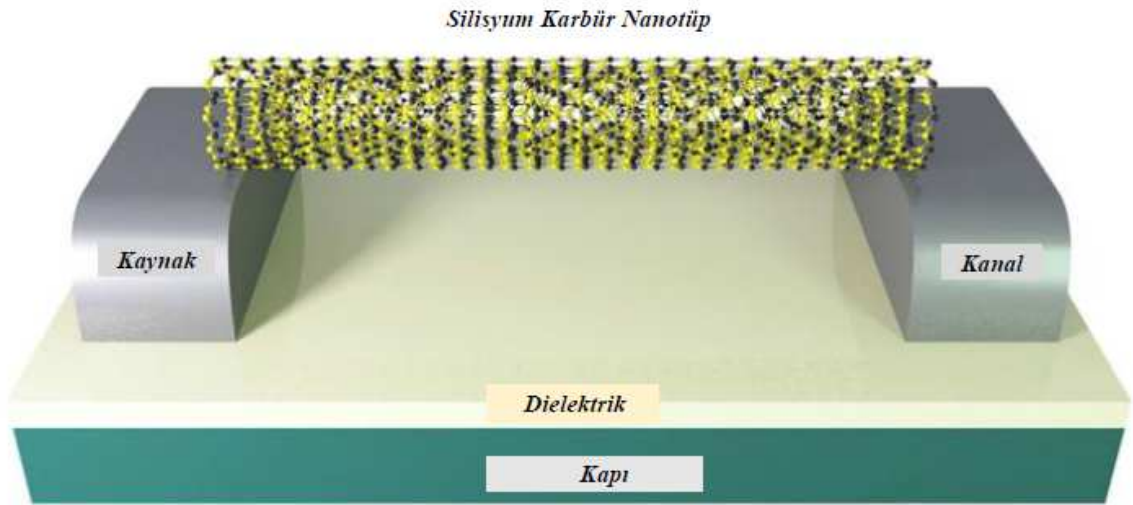


Şekil 2.16. AFM yapısının NEMS modeli (Numanoğlu 2019)

Karbon nanotüp tabanlı alan etkili transistörler (CNT-FET) biyokimyasal bir ortamdır ve mantıksal devrelerde, biyomedikal uygulamalarında, elektrik uygulamalarında yer almaktadır. FET yapısında CNT yerine SiCNT malzemesi de kullanılabilir. Farklı nano malzeme tabanlı FET yapılarının elektro-mekanik modelleri aşağıda sunulmaktadır.

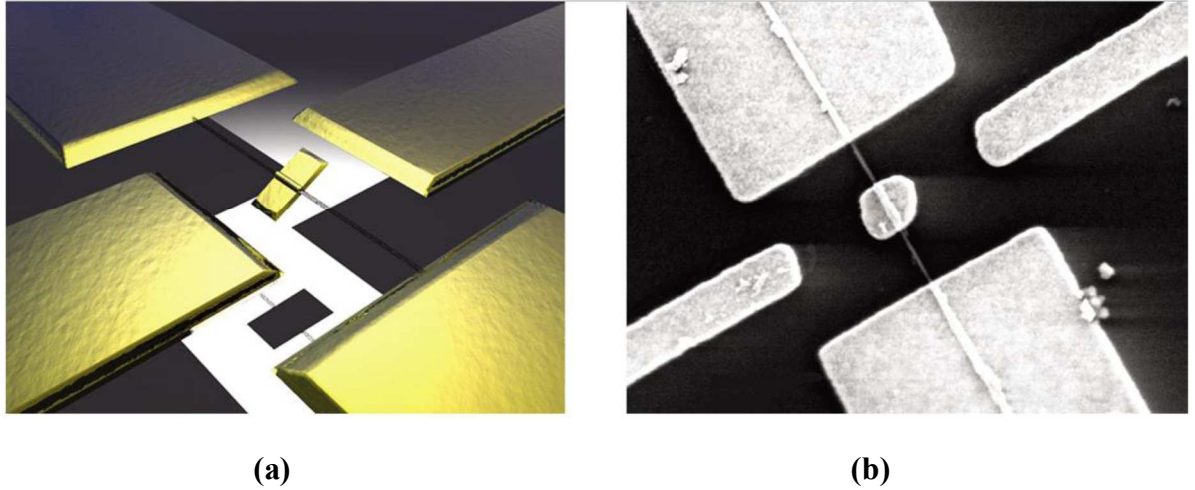


Şekil 2.17. CNT-FET yapısının NEMS modeli (Numanoğlu 2019)



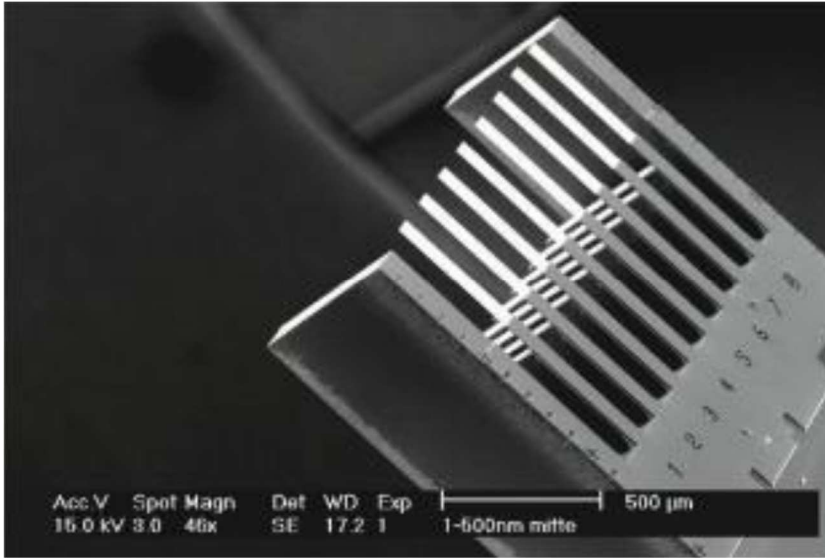
Şekil 2.18. SiCNT-FET yapısının NEMS modeli (Işık 2018)

Aşağıda bir nanoaktüatör-motor yapısı ve onun taramalı elektron mikroskobu görüntüsü verilmektedir. Elektrotlar akım verdiğinde nanomotor dönmektedir (Işık 2018). Bu yapı genel olarak karbon nanotüp bir çubuğa altın partikül eklenmesi ile oluşturulur.



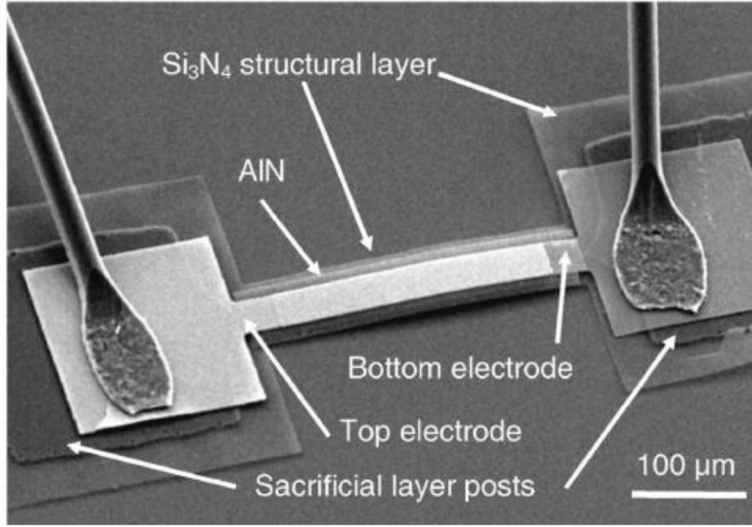
Şekil 2.19. Nanoaktüatör-motor yapısı **a)** NEMS modeli **b)** Taramalı elektron mikroskobu görüntüsü (Anonymous 10)

Genetik mutasyonun tespitinde kullanılan nanosensör yapısı Şekil 2.20’de görülmektedir. Nanosensör yapısı 8 adet çubuktan oluşur (Işık 2018).

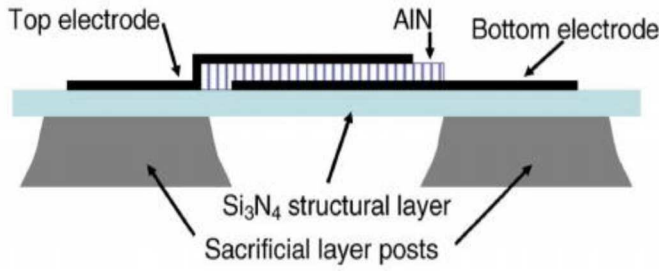


Şekil 2.20. Nanosensör yapısı (Anonymous 11)

Mikroköprü yapıları, kandaki glikoz seviyesinin tespitinde kullanılmaktadır. Ayrıca mikroköprüler sayesinde, hava veya sıvı içeren veya hareketli ortamlarda sensörlerin çalışabilmesi avantajlarını sunmaktadır (Ch ve Paily 2013). Şekil 2.21’de tipik bir mikroköprünün elektro-mekanik şeması ve taramalı elektron mikroskobu ile elde edilmiş görüntüsü gösterilmektedir.



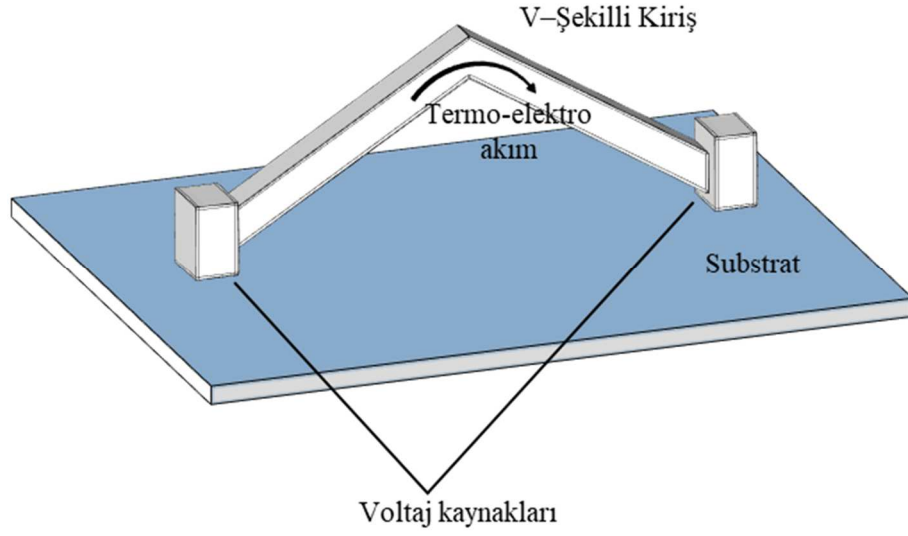
(a)



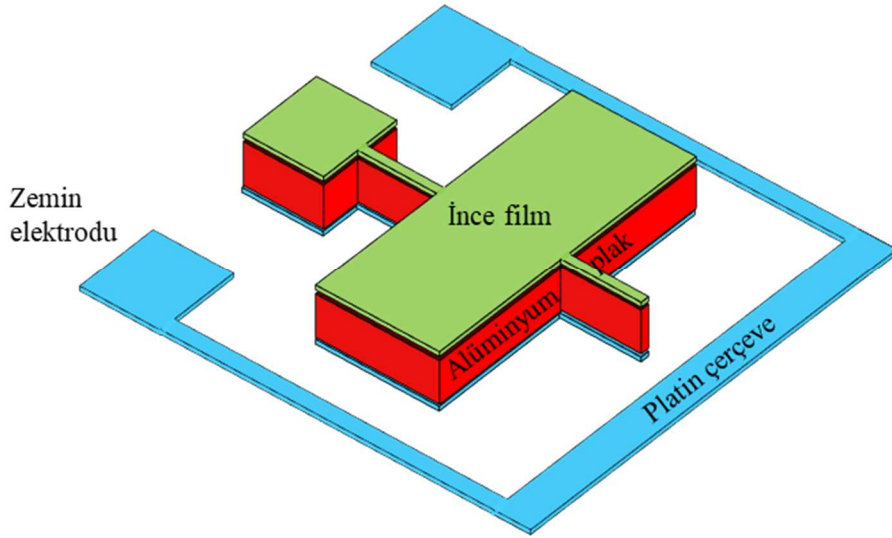
(b)

Şekil 2.21. Tipik bir mikroköprü **a)** Taramalı elektron mikroskobu görüntüsü **b)** MEMS modeli(Gonzalez-Castilla vd. 2018)

Yukarıda verilen örnekler uzunlamasına (tek doğrultulu) nano ölçekli yapılar önemli bir görev görmektedir. Bunların yanı sıra, tek doğrultulu yapıların birleşerek meydana getirdiği yeni yapının da görev aldığı NEMS organizasyonları da mevcuttur. Bunlara termo-elektrik akım taşıyarak gerinim algılaması işleminde kullanılan bent kiriş ve yüksek çalıştırma frekansları eldesinde kullanılan alüminyum plağa elektrik alan sağlayan platin çerçeve örnek olarak gösterilebilir (Numanoğlu 2019). Bu yapıların elektro-mekanik modelleri aşağıda sunulmaktadır.



Şekil 2.22.Bent kirişin NEMS modeli (Numanoğlu 2019)



Şekil 2.23.Piezoelektrik rezonant nanoplağın NEMS modeli (Numanoğlu 2019)

2.3. Yüksek Mertebeden Sürekli Ortam Teorileri

Bir önceki alt bölümde NEMS teknolojisinden kısaca bahsedilmişti ve bu teknolojiye ait sistemlerin genel işlevini gerçekleştirebiliyor olmasının önemi belirtilmişti. NEMS'lerin tasarımlarının gerçekleştirilebiliyor olması bu bahsedilenin temel bir gerekliliğidir. Mühendislik bağlamında ele alındığında, fiziksel bir tasarım elastisite teorisini temel alan metodolojilerle yapılmaktadır. Ancak nano ölçekli yapılar üzerinde yapılan deneylerin verdiği sonuçlar düşünüldüğünde klasik elastisite teorisi vasıtasıyla nano yapıların mekanik analizleri hatalı olmakta ve dolayısıyla tasarım anlamsız hale gelmektedir. Deneylerin yüksek maliyet, uzmanlık bilgisi, uzun işlem süreçleri gerektirmesi de ciddi bir sorun teşkil etmektedir. Bu tip sorunları ortadan kaldırmak adına bazı bilim adamları farklı dönemlerde klasik elastisite teorisini küçük

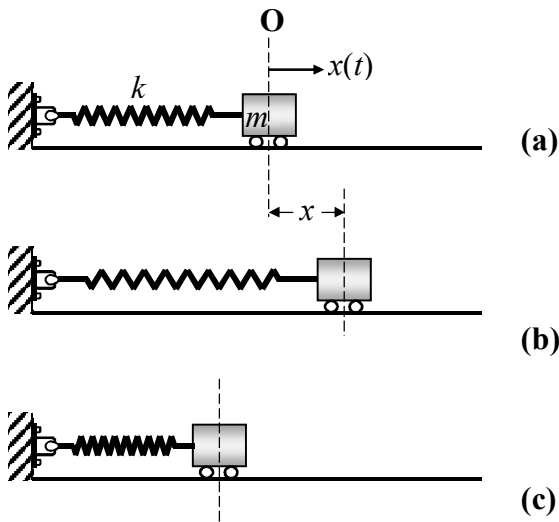
ölçekli yapının iç karakteristik boyutları ile ilişkilendirerek geliştirmişlerdir. Yüksek mertebeden sürekli ortam teorileri olarak bilinen bu yaklaşımlar son 15 yıllık süreçte nano malzemenin sürekli mekanik modellerini ilgilendiren problemlere uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar hem bu malzemelerin dış zorlar altındaki yapı mekaniği davranışlarının anlaşılabilmesine hem de bu tip malzemeler tabanlı nano-elektro-mekanik sistemlerin tasarımlarına ışık tutmaktadır.

Sözü edilen yüksek mertebeden sürekli ortam teorilerinden başlıcaları Yerel Olmayan Elastisite Teorisi, Değiştirilmiş Gerilme Çifti Elastisite Teorisi, Değiştirilmiş Şekil Değiştirme Değişimi Elastisite Teorisi, Yüzey Enerjisi Elastisite Teorisi, Eşil Mekaniği Elastisite Teorisi sayılabilir. Teorilerin geneli nanoyapının karakteristik bir özelliğini (iç karakteristik uzunluk veya yüzey enerjisi) içerecek şekilde klasik elastisite teorilerini yeniden formüle etmektedir. Buna ek olarak son 5 yıllık süreçte bazı formülasyonların kendi içerisinde birleştirilmiş olduğu görülmektedir. Yerel olmayan şekil değiştirme değişimi elastisite teorisi buna örnek olarak verilebilir.

2.4. Titreşim Analizindeki Bazı Kavramlar

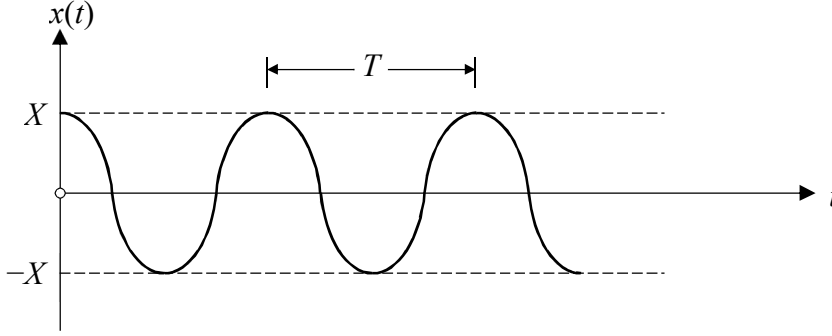
Genel olarak tekrarlı hareketler “titreşim” kavramını tanımlar. Gitar çalan birisinin gitar telinde yaptığı çekip-bırakma hareketleri, kuşun kanadını çırpması, kasisten geçen arabanın tekerleğindeki süspansiyon sistemi yayının sıkışması titreşim hareketi için verilebilecek oldukça basit birkaç örnektir.

Titreşim hareketi, iç veya dış uyarılara karşın bir cismin yapısal bütünlüğünden kaynaklı bir atalet göstermesinden dolayı meydana gelmektedir. Titreşim hareketi oluşumu boyunca bazı enerji dönüşümlerini kapsamaktadır. Bu anlatılanın örneği Şekil 2.24’te sunulmaktadır. Buna göre rijitliği k olan elastik bir yayın ucuna m kütlesi bağlandığı düşünülün. Bu kütle hareketin olmadığı (denge) konumundan x kadar çekilirse ve daha sonra serbest bırakılırsa yayda depolanan enerji nedeniyle kütle hareket etmeye başlar. Daha sonra bu hareket tekrarlanır (Numanoğlu 2017).



Şekil 2.24. Basit kütle-yay modeli a) Denge konumunda sistem b) Dış bir tahrikle dengeden uzaklaştırılan sistem c) Tekrarlı hareket yapan sistem (Numanoğlu 2017)

Sistemde sürtünme etkisi mevcutsa veya viskoz sönüm yoksa enerji dönüşümleri kayıpsız şekilde sürekli tekrarlanacağından dolayı bu hareket sonsuza kadar devam eder. Bu durum tekrarlı yani periyodik bir hareketi belirtir ve hareketi betimleyen konum-zaman grafiği Şekil 2.25'te verilmektedir.



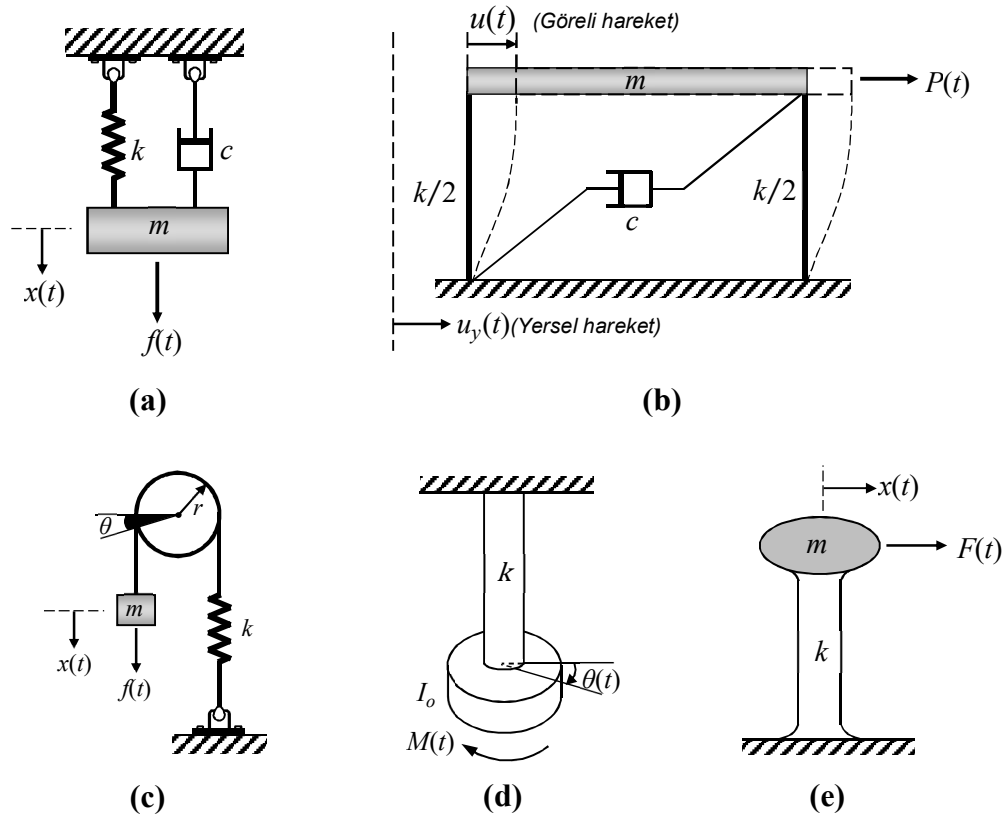
Şekil 2.25. Tekrarlı hareketin konum-zaman grafiği (Numanoğlu 2017, 2019)

Herhangi bir t anındaki ulaşılan $x=x(t)$ konumu yer değiştirmeyi tanımlar. Yay-kütle modelinde denge noktasından uzaklaştırılan bir kütle tekrarlı bir harekette en fazla X ve -X noktalarına ulaşır ve bu noktalar titreşimin genliğini belirtir. Denge halinden herhangi bir pozisyona iki defa ulaşma durumu da titreşimin çevrimini ifade eder. Bir titreşim çevriminin tamamlanma süresi de periyot kavramını belirtir ve T ile ifade edilir. Periyot $T = 2\pi/\omega$ ile formüle edilir ve burada ω açısal frekanstır. Açısal frekans, titreşim hareketinin yarıçap vektörünün, çizgisi üzerinde dolanabildiği bir çember ile betimlenmesi durumunda birim zamanda taranan açıyı ifade eder. Açısal frekans $\omega = \theta/t$ ile ifade edilir. Burada θ taranan açı ve t zamandır. Öte yandan, titreşim hareketinde frekans ise $f = 1/T$ ile tanımlanmaktadır. Periyot ifadesi burada kullanılırsa açısal frekans ve frekans arasındaki bağıntı $\omega = 2\pi f$ şeklinde elde edilir (Numanoğlu 2017, 2019).

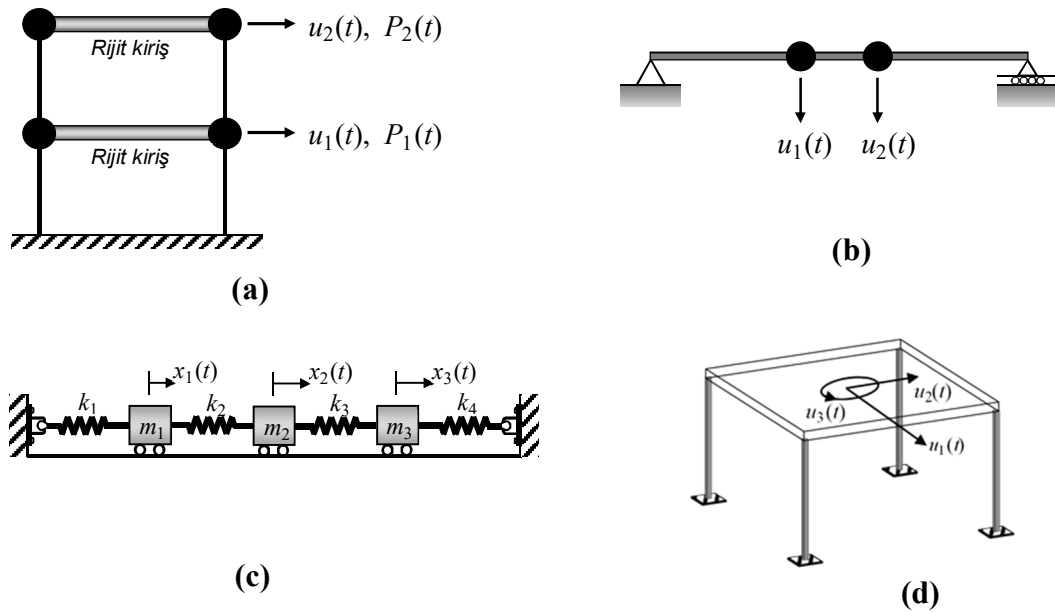
Bir titreşim hareketinde sistem enerji kaybı yaşamıyorsa o sistem sönümsüz sistemi ifade eder. Bu tip sistemlerin hareketi sonsuza kadar devam eder. Sisteme etkileyen iç veya dış bir zor (tahrik) yoksa o sistemin yapacağı titreşim hareketi de serbest titreşimdir ve tahrik varsa hareket zorlanmış titreşim hareketini alır.

Bir sistemin bir hareketinin çözülebilesi için o sistemin analizinin dahil edilmesi gereken nokta sayısına serbestlik derecesi denir (Numanoğlu 2017, 2019). Mekanik sistemler serbestlik sayısına göre tek veya çok serbestlik dereceli sistemler olarak ikiye ayrılır. En basit örnek olarak Şekil 2.24'teki kütle-yay sistemi tek bir kütle için yatay doğrultudaki hareketiyle çözümlenebileceğinden tek serbestliklidir.

Numanoğlu tarafından 2017 ve 2019'da gerçekleştirilen tez çalışmalarından derlenerek tek serbestlik dereceli sistem örnekleri Şekil 2.26'da ve çok serbestlik dereceli sistem örnekleri Şekil 2.27'de sunulmaktadır. Diğer örnekler aşağıdaki gibi sunulmuştur.

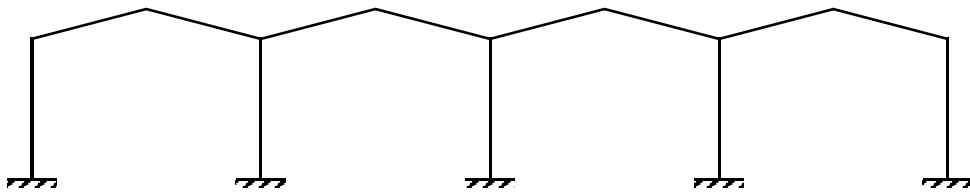


Şekil 2.26. Tek serbestlik dereceli sisteme örnekler **a)** Kütle-yay-sönüm sistemi **b)** Deprem yükü etkisinde kayma çerçevesi **c)** Kütle-yay-makara sistemi **d)** Dönme zoru etkisindeki kalas-disk modeli **e)** Su tankı (Numanoğlu 2017, 2019)

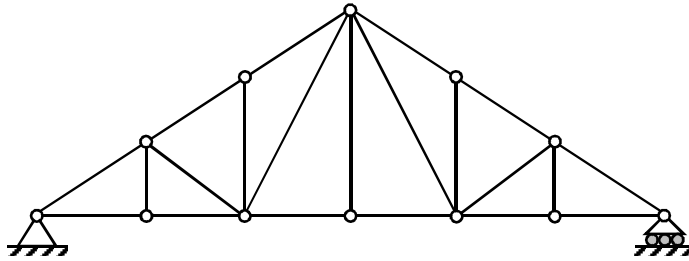


Şekil 2.27. Çok serbestlik dereceli sisteme örnekler **a)** İki katlı ve topaklı kütleli çerçeve **b)** Topaklı kütleli giriş **c)** Çoklu kütle-yay-sönümsistemi **d)** Kat düşmesi (Numanoğlu 2017, 2019)

Mekanik sistemler çalışma prensibine göre ayrık veya sürekli olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Eğer sistemin serbestlik derecesi tek veya çok ise bu sistem ayrıktır. Bu tür sistemlerde her bir eleman ayrık çalışmaktadır ve analiz her elemanın kendisi için yazılacak denklemler ile oluşturulabilmektedir. Yukarıda verilen örneklere ek olarak çerçeve sistemler ve kafes sistemler de ayrık sistemlere örnek olarak verilebilmektedir. Kafes ve çerçeve sistemlerin elemanları ayrık birer üyedir (Numanoğlu 2019). Bazı ayrık sistem örnekleri Şekil 2.28’de sunulmaktadır. Öte yandan, sürekli sistemler serbestlik derecesi sonsuz olan sistemler olarak düşünülebilir. Teller, borular, burulmaya çalışan shaftlar, eğilme çubukları, aksenal çubuklar, farklı geometrilerdeki plaklar veya kabuklar sürekli sistem örnekleridir. Sürekli sistemler, doğrultu sayılarına, geometrilerine, aldıkları iç tesir ve deformasyonlarının sayısı ve niteliklerine göre ayrılabilir (Numanoğlu 2019). Sürekli sistem örnekleri Şekil 2.29’da verilmektedir.

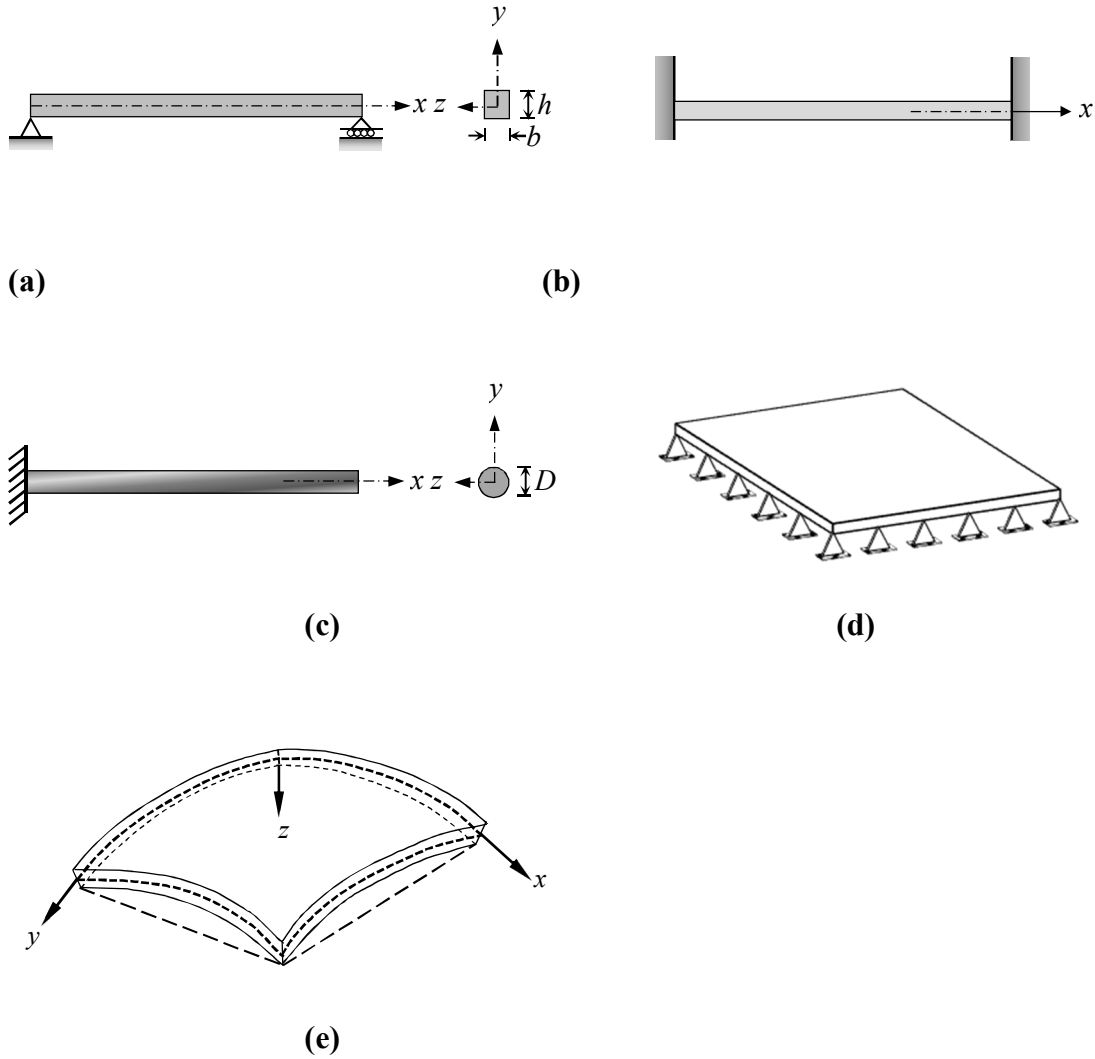


(a)



(b)

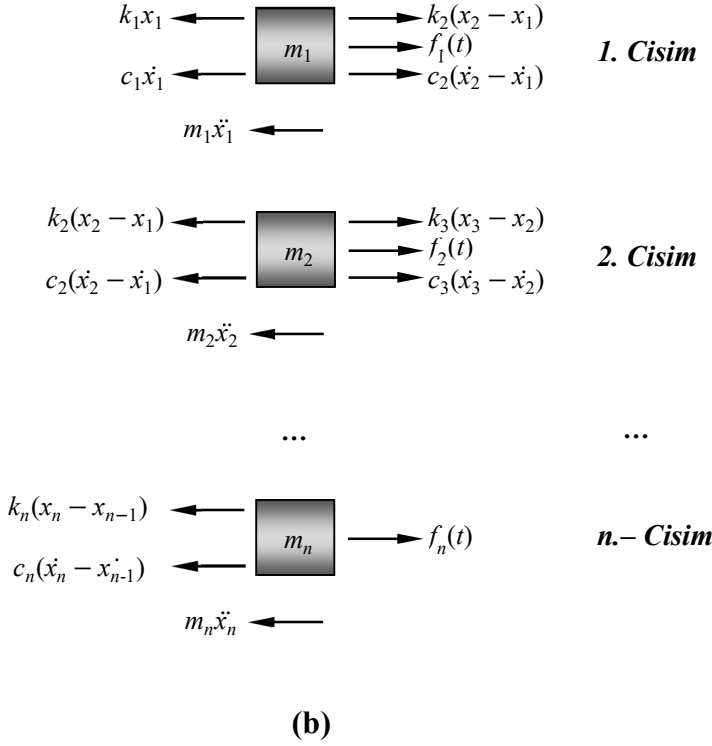
Şekil 2.28. Bazı ayrık sistem örnekleri **a)** Düzlem portal çerçeve **b)** Düzlem kafes
(Numanoğlu 2019)



Şekil 2.29. Sürekli sisteme örnekler **a)** Eğilme çubuğu **b)** Eksenel çubuk **c)** Burulmaya çalışan dairesel şaft **d)** Plak **e)** Kabuk (Numanoğlu 2019)

Genel olarak ayırık sistemler, birbirinden ayrı olarak elde edilen denklemlerden oluşan denklem takımları ile çözülebilir. Sürekli sistemler ise matematiksel süreklilik denklemleri ile çözülmektedir. Bu denklemler sistemin sınır şartları ile tamamen belirlenmektedir.

Ayrık ve sürekli sistemlerin denklemlerinin tezin konusu olduğu için titreşim analizi üzerinden aşağıda örneklendirilmesi yapılmaktadır. İlk olarak tek serbestlik dereceli sistemlere Şekil 2.22’de değinilmektedir. Rijitliği k olan yay ve sönüm sabiti c olan sönümleyici ile bağlanmış tek serbestlik dereceli sistemde, kütle $F=F(t)$ kuvveti etkisinde hareket eder ve bu sistemde kütle üzerindeki kuvvetlerin dengesi yay elemanı için $F_e(t) = kx$ ve sönüm kuvveti için $F_s(t) = cv = c\dot{x}$ denklemleri ile yazılır. Bu kuvvetlerin Newton dengesi gereği



Şekil 2.31.b) Serbest cisim diyagramları (Numanoğlu 2017, 2019)

Bu tip sistemlerin, detayına girilmeden, hareket denklemleri aşağıdaki gibi verilebilir:

$$[k_{ij}]\{x_i\} + [c_{ij}]\{\dot{x}_i\} + [m_{ij}]\{\ddot{x}_i\} = \{f_i\} \quad (2.3)$$

Burada görülmekte olan ifadeler

$$[k_{ij}] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & k_{n-1} + k_n & -k_n \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -k_n & k_n \end{bmatrix},$$

$$[c_{ij}] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_{n-1} + c_n & -c_n \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -c_n & c_n \end{bmatrix},$$

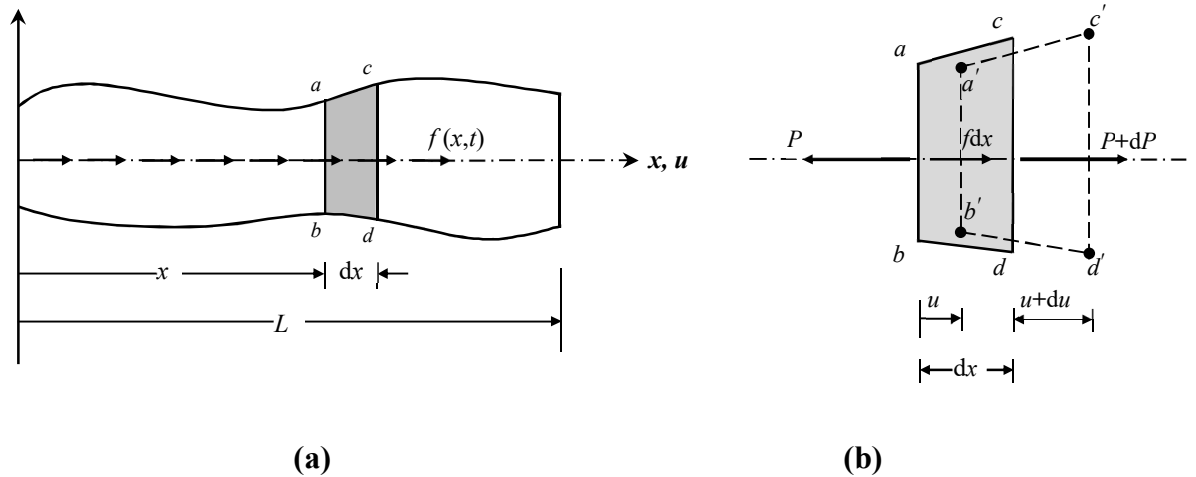
$$[m_{ij}] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & m_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & m_n \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

şeklinde ve burada $[k_{ij}]$ rijitlik, $[c_{ij}]$ sönüm ve $[m_{ij}]$ kütle matrisleridir. Denklem (2.4)'te görülen

$$\begin{aligned} \{x_i\} &= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \cdots \ x_n \ x_{n-1}]^T, \\ \{\dot{x}_i\} &= [\dot{x}_1 \ \dot{x}_2 \ \dot{x}_3 \ \cdots \ \dot{x}_n \ \dot{x}_{n-1}]^T, \\ \{\ddot{x}_i\} &= [\ddot{x}_1 \ \ddot{x}_2 \ \ddot{x}_3 \ \cdots \ \ddot{x}_n \ \ddot{x}_{n-1}]^T, \\ \{f_i\} &= [f_1 \ f_2 \ f_3 \ \cdots \ f_n \ f_{n-1}]^T \end{aligned} \quad (2.5)$$

$\{x_i\}$ yer değiştirme vektörü, $\{\dot{x}_i\}$ hız vektörü, $\{\ddot{x}_i\}$ ivme vektörü ve $\{f_i\}$ kuvvet vektörü ifadelerini tanımlar (Numanoğlu 2017, 2019).

Sürekli sistemlerin analizleri de cismin tamamını matematik ve mekanik anlamda temsil edebilme kabiliyetine sahip oldukça küçük bir parça üzerinden gerçekleştirilebilir. Sürekli sistemden çıkarılan sonsuz küçük parça üzerindeki iç tesirler ve deformasyonların doğru ifade edilmesinin ve uygun matematiksel işlemlerin gerçekleştirilmesinin devamında ilgili analizler yapılabilir (Numanoğlu 2019). Bunun için Şekil 2.32'de verilen dış dinamik zor altındaki değişken kesitli aksenal çubuk eleman ve onun serbest cisim diyagramı örnek olarak gösterilebilir.



Şekil 2.32.a) L uzunluğunda ve değişken kesitli aksenal çubuk **b)** Çubuktan alınan dx uzunluğundaki elemanın serbest cisim diyagramı (Numanoğlu 2017)

Çubuktan dx uzunluğunda (sonsuz küçük uzunlukta) bir parça (diferansiyel eleman) çıkarıldığını düşünülün. Eksenel dış yük

$$P=EA \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.6)$$

olarak yazılır. Burada A kesit alanını ve E elastisite modülünü belirtir. x - yönündeki eksenel yer değiştirme u olarak verilir. Çubuk elemanın eksenel dengesi

$$(P + dP) - P + f dx = dP + f dx \quad (2.7)$$

şeklindedir ve buradaki $f=f(x, t)$ birim uzunluktaki eksenel dış yayılı yüküdür. Eksenel çubuğun dinamik dengesi gereği

$$dm \times a = dF \quad (2.8)$$

yazılabilir. Diferansiyel elemanın kütlesi ve hareketi de

$$dm = \rho A dx, \quad a = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.9)$$

şeklindedir. Ayrıca eksenel yük iç tesiri için

$$\frac{dP}{dx} = \frac{\partial P}{\partial x} \rightarrow dP = \frac{\partial P}{\partial x} dx \quad (2.10)$$

eşitliği yazılabilir. Denklem (2.7), (2.8) ve (2.9), Denklem (2.10)'da kullanılırsa

$$\rho A dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial P}{\partial x} dx + f dx \quad (2.11)$$

yazılır. Denklem her iki tarafından dx 'e bölünürse,

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial P}{\partial x} + f \quad (2.12)$$

elde edilir Bu denklem üniform olmayan eksenel çubuk için

$$\rho A(x) \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial P}{\partial x} + f \quad (2.13)$$

şeklinde düzenlenebilir. Bu denklem (2.6) denklemi ile ilişkilendirilirse,

$$\rho A(x) \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[EA(x) \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right] + f(x, t) \quad (2.14)$$

yazılır ve bu denklem düz kesitli eksenel çubuk için şeklinde yazılabilir.

$$EA \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} + f(x, t) = A \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} \quad (2.16)$$

yazılır. Bu denklem eksenel çubukların boyuna titreşiminin hareket denklemini tanımlar (Numanoğlu 2017, Saru 2020). Denklem çözümü ise analitik bir yöntem olan değişkenlere ayırma ile kesin çözülebileceği gibi ya sayısal bir yöntem olan sonlu elemanlar yöntemiyle de yaklaşık çözümü gerçekleştirilebilir.

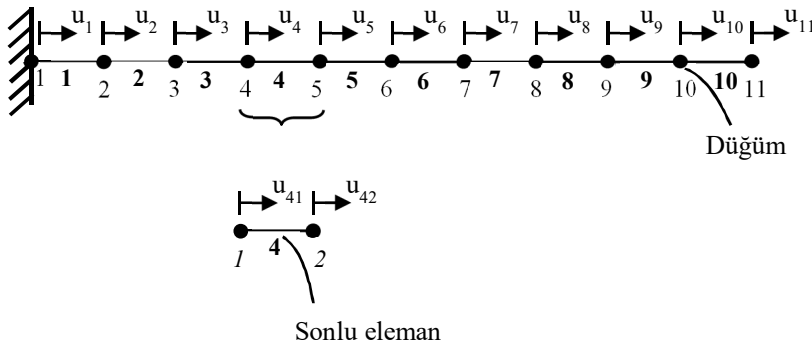
2.5. Sonlu Elemanlar Yöntemi

Mühendislik disiplini var olan fiziksel problemleri matematiksel bir dille ifade eder. Bu matematiksel dil “problemin yönetici denklemi” olarak belirtilir. Çoğunlukla adi veya kısmi diferansiyel denklemler ile karşımıza çıkan yönetici denklemler analitik yöntemler kullanılarak çözülebilmektedir. Ancak çeşitli sebeplerle analitik yöntemlerin çözümde yetersiz kaldığı durumlarda sayısal yöntemler kullanılarak çözüm elde edilebilmektedir. Analitik yöntemler problemin kesin sonucunu sunarken sayısal yöntemler bu sonuçlara yaklaşık (yakınsak) sonuçlar vermektedir. Sayısal yöntemin doğruluğu, bu yakınsaklığın oldukça yüksek olmasına bağlıdır. Yüksek bir yakınsaklık metodolojinin doğruluğu hakkında güven verir. Sonuç olarak problemin çözümü için bir alternatif elde edilebilmekte ve böylece mühendisliğin işlevi olan tasarıma giden süreçteki sorunlar da azaltılmış olmaktadır. Sonlu farklar, sonlu hacimler, sonlu elemanlar, başlangıç değer, sınır değer, diferansiyel kuadratür, pertürbasyon teorisi gibi farklı sayısal yöntemlerin varlığından bahsedilebilir.

Bu yöntemlerden sonlu elemanlar yöntemi, sistemi alt parçalara ayırıp bu parçaların birbiriyle olan etkileşimini inceleyen ve bu inceleme üzerinden en başta parçalanmış tüm sistemi çözümlen sayısal bir algoritmadır. Parçaların birbiri ile etkileşimi parçaların (yani sonlu elemanların) birbirine bağlandığı noktalar (yani düğümler) üzerinden gerçekleştirilir. Sonlu elemanlar mekanik bir bütünlüğü temsil edecek şekilde modellenir. Bu mekanik modelleme “şekil fonksiyonu” denilen bir matematiksel ifade sayesinde gerçekleştirilir. Şekil fonksiyonları, sonlu elemanın genel hareketini düğümler üzerinde gösteren bir vektördür. Bu aşamada daha fazla detaya girilmemesi tercih edilmiştir.

Sonlu elemanlar yöntemi inşaat mühendisliğinde yapıların analizinde, makine elemanlarının analizinde, elektromanyetikte, geoteknik mühendisliğinde, otomotivde, dışılıkta ve daha birçok disiplinde kullanılmakta olan sayısal bir yaklaşımdır.

Metodun temel mantığını anlatabilmek adına Şekil 2.33’te bir ucu tutulu diğer ucu serbest eksenel çubuk ve onun sonlu eleman ağı gösterilmiştir. Buna göre sistemin bölündüğü 10 eşit parça sonlu elemanı temsil eder. Sistemin genelinde görülmekte olan 1,2,3... şeklinde simgelenen sayılar düğümleri, **1, 2, 3,...** şeklinde simgelenen sayılar ise sonlu elemanları ifade etmektedir. u_1, u_2, u_3, \dots ile gösterilen ifadeler de sistem düğümlerinin kendi eksenel serbestlikleridir. Sonlu eleman ağından örnek olması için seçilmiş dördüncü elemana bakıldığında 1 ve 2 ile simgelenen sayılar elemanın kendi düğümleridir. u_{41} ve u_{42} ile simgelenen düğümler de bu sonlu elemanın kendi uç düğümlerinin serbestlikleridir.



Şekil 2.33. Bir aksenal çubuğun sonlu eleman ağı

Sonlu eleman yönteminin eleman ağını kurup çözümü elde etmeye kadar birtakım adımlar vardır. Numanoğlu (2019) tarafından yapılmış tez çalışmasından derlenerek bunlar aşağıda sıralanmıştır ve kısaca açıklanmıştır:

1. Sonlu eleman ağının oluşturulması: Sistem alt parçalara ayrılır. Bu aşamada alt parçalar ve düğümleri eksiksiz gösterilmelidir.
2. Şekil fonksiyonlarının seçimi: Alt parçaları mekanik olarak temsil kabiliyetine sahip fonksiyon seçilir. Bu fonksiyon düğümlerdeki serbestliklerin hareket bileşenlerini içerir.
3. Sonlu eleman matrislerinin oluşturulması: Her bir sonlu elemanın fiziksel ve mekanik özelliklerini temsil eden matrisler, örneğin oldukça temel bir örnek olarak rijitlik ve kütle matrisleri hesaplanır.
4. Sistemin küresel matrislerinin oluşturulması: Her bir sonlu elemanın küresel matrisi terim-terime cebrik olarak değil, sonlu elemanların uç serbestlikleri doğrultusunda toplanır.
5. Küresel matrislerin indirgenmesi: Oluşturulmuş küresel matrisler sistemin geometrik sınır şartları altında indirgenir.
6. Sistemin çözülmesi: Tüm sistemi temsil eden mekanik problemin çözümü için küresel matrisler lineer cebrik analize tabi tutulur.
7. Elemanların çözülmesi: Sistemin çözümlenmesi sonucunda o sistemin serbest düğümleri için sonuçlar elde edilir. Bu sonuçlar her bir sonlu elemanın kendi matrislerinde ilgili yerlere yerleştirilirse elemanların da mekanik analizi tamamlanmış olur.

Bu çalışmanın konusu, nano ölçekli aksenal çubukların yerel olmayan titreşiminin sonlu eleman analizidir. Yani nano ölçekli aksenal çubukların yerel olmayan titreşimlerine dair elde edilen ve ikinci mertebeden homojen kısmi bir diferansiyel denklem teşkil eden yönetici denklemler yerel olmayan sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak çözülecektir. Tezin asıl hedefi nano ölçekli yapıların boyut etkisine dayalı aksenal ve burulma titreşimi davranışlarını anlamaktır. Bunun için öncelikle analitik

yöntem kullanılacaktır ancak bazı durumlarda analitik yöntemler yetersiz gelecektir ve bu nedenle sonlu elemanlar yöntemine başvurulacaktır. Sonlu elemanlar yönteminin güvenilirliğini araştırabilmek adına analitik yöntemlerle bazı karşılaştırmalar verilecektir. Böylece boyut etkisine dayanan titreşim analizlerinde sonlu elemanlar yönteminin kullanılabilirliği de anlaşılmış olacaktır.

2.6. Daha Önceden Yapılmış Bazı Çalışmalar

Yerel olmayan elastisite teorisinin teorik altyapısı A. Cemal Eringen ve arkadaşlarının yaptığı çalışmalara (Eringen 1972a, 1972b, 1972c, 1976, 1977, 1983; Eringen ve Edelen 1972, Eringen ve Kim 1977) dayanmaktadır. Yapının atomik ölçekteki mekaniği üzerinde atomik boyutların etkisini anlamayı hedefleyen bu çalışmaların 2000'li yıllardan günümüze kadar katı cisimlerin dış mekanik zorlar altındaki davranışlarını anlamaya çalıştığı görülmektedir.

İlk gerçekleştirilen çalışmalara göre, Peddieson vd. (2003), yapmış oldukları çalışmada Euler-Bernoulli eğilme teorisine modellenmiş kirişlerin yerel olmayan elastisite teorisine eğilme analizini gerçekleştirmişlerdir. Yerel olmayan moment, kesme kuvveti ve çökme ifadeleri verilmiştir. Sudak (2003) MWCNT yapısının yerel olmayan burkulmasını ele almıştır. Nanotüpün duvarları arasındaki bir etkileşim kullanılarak da burkulma denklemleri sunulmuştur.

Wang ve Liew (2007) atomik ölçekli kirişlerin yerel olmayan statik eğilme analizini vermişlerdir. Euler-Bernoulli ve Timoshenko teorileri ile modelledikleri kirişlerin üç farklı mesnetlenme ve iki farklı tük tipi altında çökme denklemlerini elde etmişlerdir.

Reddy (2007), dört farklı eğilme teorisi formülasyonu kullanarak her iki ucu basit mesnetli kirişlerin yerel olmayan elastisite teorisi ile statik, dinamik ve burkulma analizlerini gerçekleştirmişlerdir. Yerel olmayan eğilme, titreşim ve burkulma denklemleri Hamilton ilkesi ve varyasyon cebri ile türetilmiştir. Farklı yerel olmayan parametre değerleri altında temel mod titreşim frekanslarını, iki farklı tip yük altında çökme değerlerini ve kritik burkulma yükü değerlerini sunmuştur.

Reddy ve Pang (2007) yapmış oldukları çalışmada iki farklı kiriş teorisine göre dört farklı sınır şart ile modellenmiş olan karbon nanotüplerin eğilme, titreşim ve burkulma analizlerini sunmuşlardır. Yönetici denklemler varyasyon cebrine dayalı olarak elde edilmiştir.

Benzair vd. (2008) Timoshenko kiriş teorisi ile modellenmiş olan SWCNT yapısının termal titreşim analizini sunmuşlardır. Yönetici denklem denge denklemleri temel alınarak oluşturulmuştur ve çözüm değişkenlere ayırma yöntemi ile verilmiştir. Mod sayısı, uzunluk/çap oranı altında kirişlerin frekans oranı parametresinin (herhangi bir sıcaklıkta elde edilen frekansın termal etki olmadan elde edilen frekansa oranı) değişimleri sunulmuştur.

Aydoğdu (2009) aksel çubukların yerel olmayan serbest titreşimini ele almıştır. Titreşimin yönetici denklemi aksel çubuğun Newton denge denklemi ile

oluşturulmuştur. İki farklı sınır şartlı çubuk modelinin yerel olmayan serbest titreşim frekansları sunulmuştur.

Murmu ve Pradhan (2009) elastik zemine oturan SWCNT yapısının termal etkiler altındaki yerel olmayan serbest titreşim analizini yapmışlardır. SWCNT yapısı Euler-Bernoulli kiriş teorisiyle ve elastik zemin Winkler formülüyle modellenmiştir. Yerel olmayan termal titreşimin yönetici denklemi diferansiyel kuadratür yöntemiyle çözülmüştür. Mod sayısı, zemin parametresi, sıcaklık değişimi ve atomik parametre altında hesaplanan titreşim frekansları sunulmuştur.

Civalek ve Demir (2011) mikrotüpçük malzemesinden imal edilmiş olan kirişlerin Euler-Bernoulli eğilme teorisi ve yerel olmayan elastisite teorisine dayanan eğilme analizini sunmuşlardır. Mikrotüpçük kirişlerin tekil veya yayılı yüke maruz kaldığı varsayılmıştır. Yerel olmayan eğilmenin yönetici denklemi diferansiyel kuadratür metoduyla çözülmüştür.

Murmu ve Adhikari (2011) bir ucu tutulu ve diğer ucunda Buckyball malzemesi ile eklenmiş ve karbon nanotüp ile modellenmiş çubukların yerel olmayan eksenel serbest titreşim analizini sunmuşlardır. Frekans denklemini eklenti ve çubuk kütesinin birbirine göre olan büyüklük durumları için ayrı ayrı çözmüşlerdir. Bahsi edilen yapının yerel olmayan serbest burulma analizi de Murmu vd. (2011) tarafından yapılan çalışmayla gerçekleştirilmiştir.

Hsu vd. (2011) tek bir çatlağa sahip nano çubukların yerel olmayan eksenel serbest titreşim analizini gerçekleştirmişlerdir. İki farklı sınır şartlı çubuk modelinin çubuk uzunluğu, boyutsuz atomik parametre ve çatlak konumu gibi farklı parametreler altındaki frekans oranı boyutsuz frekans parametresi oranlarını vermişlerdir.

Aydoğdu (2012) elastik zemine oturan (diğer bir deyişle elastik ortama gömülü) karbon nanotüp yapısının yerel olmayan eksenel serbest titreşim analizini gerçekleştirmiştir. Buna ek olarak Kafes dinamiği ile bir model oluşturmuştur. Zemin rijitliğinin ve mod sayısının karbon nanotüplerin frekansları üzerindeki etkisi gösterilmiştir. Titreşim dalga sayısına karşılık ilgili modellere (Klasik elastisite, yerel olmayan elastisite ve kafes dinamiği) göre hesaplanan frekansların karşılaştırılması yapılmıştır.

Lim vd. (2012) nanoçubukların lineer olmayan termal burkulma analizini sunmuşlardır. Sıcaklık dağılımı lineer olarak düşünülmüştür. Çözüm bir seri açılımı ile gerçekleştirilmiştir. Çubuk elemanın yerel olmayan kritik burkulma yükü oranları dört farklı sınır şart için sunulmuştur.

Guo ve Yang (2012) daralan kesitli nanoçubukların yerel olmayan serbest titreşim analizini gerçekleştirmişlerdir. Boyutsuz atomik parametre ve çubuğun kesit daralma oranı altında iki farklı sınır şartlı eksenel çubuğun yerel olmayan frekans parametreleri sunulmuştur.

Thai (2012) sunmuş olduğu çalışmada yerel olmayan elastisite teorisi ile yeni bir kiriş teorisi sunmuştur. Yeni kiriş teorisi kayma deformasyonuna dayanmaktadır. Hamilton ilkesi kullanılarak bu kiriş teorisi ile yerel olmayan titreşim, eğilme ve

burkulmanın yönetici denklemleri türetilmiştir. Bu teoriyle beraber üç farklı kiriş teorisi için yerel olmayan eğilme, titreşim ve burkulma sonuçları mukayese edilmiştir.

Arda ve Aydoğdu (2014) gerçekleştirmiş oldukları çalışmada elastik ortama gömülü nano çubukların yerel olmayan statik ve dinamik burulma davranışlarını incelemiştir. Yerel olmayan statik ve dinamik burulma analizinin yönetici denklemleri varyasyon cebri ile elde edilmiştir. İki farklı sınır şartlı burulma çubukları için farklı burulma momentleri etkisinde dönme denklemleri ve serbest titreşim durumu için frekans denklemleri sunulmuştur.

Li vd. (2017) kayma ve yanal atalet etkili aksenal çubukların dört farklı sınır şart için yerel olmayan serbest titreşim analizini yapmışlardır. Çubuğun yerel olmayan titreşim frekanslarını ve faz hızlarını elde etmişlerdir.

Numanoğlu vd. (2018) yapmış oldukları çalışmada uçta kütle veya aksenal yay eklentili aksenal çubukların yerel olmayan serbest titreşim analizlerini sunmuşlardır. Denge denklemleri ile elde etmiş oldukları yerel olmayan serbest titreşim denklemini değişkenlere ayırma yöntemi ile çözmüşlerdir ve 8 farklı çubuk modeli için boyutsuz serbest titreşim frekansı parametrelerini farklı atomik parametre ve eklenti şiddetleri için vermişlerdir.

Karlicic vd. (2018) tekli ve zincirleme nanoçubukların Bishop teorisiyle yerel olmayan serbest titreşim analizlerini yapmışlardır. Yerel olmayan serbest titreşimin yönetici denklemlerini Hamilton ilkesi ile elde etmişlerdir ve yönetici denklemleri değişkenlere ayırma ve sonlu farklar yöntemleri ile çözmüşlerdir. Atomik parametrenin farklı değerleri için elde ettikleri titreşim frekanslarını basit çubuk ve Bishop çubuğu için mukayese etmişlerdir.

Yerel olmayan elastisite problemlerinde sonlu elemanlar yönteminin kullanımı üzerine literatürde oldukça fazla sayıda çalışma bulunmakta olup tez konusuna yakın olması bakımından bu çalışmaların bazılarında aşağıda paragraflar halinde söz edilmiştir:

Pradhan (2012) Timoshenko kiriş teorisi ile modellenen kirişlerin ve daralan kesitli karbon nanotüp kirişlerin burkulma, eğilme ve titreşim analizlerini gerçekleştirmiştir. Sonlu eleman sayısının artışına karşın analitik yöntemle hesaplanan değerlere göre elde edilen hata üç problem tipi için grafiksel gösterimlerle sunulmuştur. Buna ek olarak, her iki ucu basit mesnetli kirişlerin boyutsuz çökme, burkulma yükü ve titreşim frekansı parametreleri farklı uzunluk/yükseklik oranı değerlerine göre hesaplanmış olup bazı referanslarla karşılaştırılmıştır. Ayrıca, Pradhan ve Mandal (2013) yapmış oldukları çalışmada termal etkiler altındaki karbon nanotüp kirişlerin eğilme, burkulma ve titreşim analizlerini sunmuşlardır. Kiriş eleman Timoshenko teorisi ile modellenmiştir.

Alshorbagy vd. (2013) Euler-Bernoulli kirişlerinin yerel olmayan sonlu elemanlar formülasyonuna dayalı statik analizini sunmuşlardır. Her iki ucu basit mesnetli kirişlerin yayılı yük altındaki çökme değerleri farklı sınır şartlı kirişler için farklı atomik parametre değerleri için sunulmuştur.

Eltaher vd. (2013) Euler-Bernoulli kirişlerinin yerel olmayan serbest titreşim analizini gerçekleştirmişlerdir. Farklı uzunluk/yükseklik oranı ve atomik parametre değerleri etkisinde farklı sınır şartlı kirişlerin boyutsuz titreşim frekansı parametreleri sunulmuştur.

Adhikari vd. (2013) eksenel çubukların yerel olmayan serbest titreşim analizini sunmuşlardır. Normalize edilmiş uzunluk ve frekans değerlerine karşılık olarak dinamik şekil fonksiyonları, dalga sayısına karşılık normalize edilmiş doğal frekanslar ve analitik ve sonlu elemanlar yöntemleri ile karşılaştırmalı normalize edilmiş frekanslar sunulmuştur. Öte yandan çubukların burulma ve eksenel titreşim analizleri yerel olmayan sonlu elemanlar formülasyonuna göre Demir ve Civalek (2013) tarafından ele alınmıştır.

Eltaher vd. (2014) fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin Timoshenko kiriş teorisine ve yerel olmayan elastisite teorisine dayalı statik eğilme ve burkulma analizini yapmışlardır. Fonksiyonel derecelendirme indeksi olarak basit güç kuralı kullanılmıştır. İlgili kiriş modelinin farklı yükseklik/uzunluk değerleri ve fonksiyonel derecelendirilme indeksleri altında atomik parametre değerleri için çökme ve burkulma yükü değerleri gösterilmiştir. Ek olarak, fonksiyonel derecelendirilmiş olan nanokirişlerin yerel olmayan Euler-Bernoulli teorisine dayalı serbest titreşim analizi de sonlu elemanlar yöntemi çerçevesinde Eltaher vd. (2012) tarafından sunulmuştur.

Adhikari vd. (2014) elastik ortama gömülü eksenel çubukların eksenel serbest titreşim ve frekans alan analizlerini yapmışlardır. Dalga sayısına karşılık normalize edilmiş frekanslar ve normalize edilmiş frekanslara karşılık normalize edilmiş dinamik tepkiler gösterilmiştir.

Civalek ve Demir (2016) elastik zemine oturan mikrotüpçüklerin burkulma analizini gerçekleştirmişlerdir. Mikrotüpçüklerin modellenmesinde Euler-Bernoulli kiriş teorisi kullanılmıştır. Yönetici denklem Hamilton ilkesi ile elde edilmiştir. Farklı tipteki mikrotüpçüklerin elastik zemin parametresi değerleri altında burkulma yükü değerleri sunulmuştur.

Demir ve Civalek (2017) yapmış oldukları çalışmada Euler-Bernoulli kirişlerinin sıcaklık ve elastik zemin etkisi altındaki titreşim analizini gerçekleştirmişlerdir. Kiriş yapısı silikon karpit nanotel ile modellenmiştir. Sıcaklık parametresinin artışı/azalışı, boyutsuz atomik parametre, uzunluk/çap oranı, zemin parametresi, ortam sıcaklığı parametrelerine göre titreşim frekansları hesaplanmıştır.

Numanoğlu ve Civalek (2019a) elastik zemine gömülü ve uçta burulma yayı eklentili çubukların burulma titreşimi analizlerini gerçekleştirmişlerdir. Elde edilen yönetici denklemi hem değişkenlere ayırma hem de sonlu elemanlar yöntemi ile yapmışlardır. Elastik ortam parametresi, eklenti büyüklüğü, mod sayısı, atomik parametre, uzunluk/çap oranı gibi farklı parametrelerin farklı değerleri için elde ettikleri boyutsuz titreşim frekansı değerlerini sunmuşlardır.

Numanoğlu ve Civalek (2019b) nano ölçekli kafes ve çerçeve sistemlerin serbest titreşim analizlerini gerçekleştirmişlerdir. Farklı geometrilere sahip kafes ve çerçevelerin uzunluk, mod sayısı, yönelim açısı değerleri altındaki boyutsuz titreşim frekanslarını vermişlerdir.

Civalek vd. (2020) elastik zemine oturan Euler-Bernoulli nanokirişlerinin ve elastik ortama gömülü aksenal nanoçubukların yerel olmayan serbest titreşim analizlerini sunmuşlardır. Farklı sınır şartlı nanokiriş ve nanoçubukların atomik parametre ve zemin/ortam rijitliği değerleri için boyutsuz titreşim frekansları hesaplanmıştır.

Civalek ve Numanoğlu (2020) elastik ortama gömülü Bishop çubuklarının yerel olmayan aksenal serbest titreşim analizini analitik yöntem ve sonlu elemanlar yöntemine göre gerçekleştirmişlerdir. İki farklı sınır şartlı çubuk tipi için elastik ortam parametresi, mod sayısı, uzunluk/çap oranına göre boyutsuz titreşim frekansları sunulmuştur.

3. MATERYAL VE METOT

3.1. Yerel Olmayan Elastisite Teorisi

Atomik ölçekli yapıların üzerinde yapılan deneysel çalışmaların sonuçları klasik fizik denklemleriyle elde edilen sonuçlar ile uyuşmamaktadır. Atomik yapıya dışarıdan etkileyen zorların yapının atomlarıyla bir ilişkisinin olmasının, bu durumun asıl sebebi olduğu anlaşılmıştır.

Cisme etkileyen dış kuvvetler nedeniyle cisimde meydana gelen yerdeğiştirmeler ek gerilmelere sebebiyet verir ve böylece şekil değiştirme enerjisi sonsuza gider. Yerel olmayan elastisite teorisi ile bu sorun aşılabilmektedir (Tepe 2007). Yerel olmayan elastisite teorisinin temel denklemleri matematiksel fizik denklemlerine dayanır (Numanoğlu 2017). Bu denklemler aşağıdaki gibi verilebilir (Eringen 1983):

$$\sigma_{ij} + \rho(f_j - \ddot{u}_j) = 0 \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_{ij} = 0.5(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3.2)$$

$$\sigma_{ij} = \int_V \alpha(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|, \phi) s_{ij} dV(\mathbf{x}') \quad (3.3)$$

burada σ_{ij} , ρ , f_j ve \ddot{u}_j sırayla yerel olmayan gerilme tansörünü, birim hacim kütlelerini, dış zoru ve hareketin ikinci türevini ifade eder. ε_{ij} ise şekil değiştirme tansördür. α yerel olmayan modül, \mathbf{x}' konum, $|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|$ Öklidyen formdaki uzaklık, s_{ij} klasik gerilme tansörü ve V hacimdir.

Klasik gerilme tansörü

$$s_{ij} = \lambda \varepsilon_{rr} \delta_{ij} + \mu \varepsilon_{ij} \quad (3.4)$$

şeklinde ifade edilir. Burada görülmekte olan λ ve μ Lamé sabitleridir. Ayrıca Denklem (3.3)'te görülmekte olan

$$\phi = \frac{e_0 a}{L} \quad (3.5)$$

ifadesi boyutsuz yerel olmayan parametreyi tanımlamaktadır. e_0 atomik bir sabit, a ve L atomik yapının karakteristik iç ve dış uzunluklarıdır.

Yerel olmayan modül en genel halde aşağıdaki bağıntıyı sağlamalıdır (Işık 2018)

$$L_0 \alpha(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|, \phi) = \delta(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|) \quad (3.6)$$

burada $\delta(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|)$ Dirac- δ fonksiyonunu ifade etmektedir. Bu ifade

$$L_0 \sigma_{ij} = s_{ij} \quad (3.7)$$

olarak da verilebilir. Burada $L_0 = 1 - L^2 \phi^2 \nabla^2$ ifadesi doğrusal diferansiyel operatörüdür. $\nabla^2(\dots) = \partial^2(\dots)/\partial x^2$ ifadesi de ikinci mertebeden adi diferansiyeli belirtir.

Denklem (3.7), Denklem (3.6)'da yerine yazıldıktan sonra yerel olmayan elastisite teorisinin gerilme-şekil değiştirme ilişkisi yani Hooke formülü

$$\left(1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \sigma_{ij} = E \varepsilon_{ij} \quad (3.8)$$

şeklinde ifade edilir. Burada E elastisite modülüdür.

3.2. Düz Eksenli Çubukların Yerel Olmayan Titreşimi

Bu kısımda nano ölçekli tek doğrultulu yapıların yerel olmayan elastisite teorisi göz önüne alınarak serbest eksenel ve burulma titreşimlerinin hareket ve sınır şart denklemleri türetilecektir.

3.2.1. Eksenel titreşim

Düz eksenli, tek kesitli ve homojen çubukların kendi eksenindeki zorlamaya maruz kaldığı durum için hareket denklemi Hamilton İlkesi ile türetilecektir. Hamilton İlkesi (t_1, t_2) zaman aralığı için elastik katımın toplam potansiyel enerjisinin birinci varyasyonunun sıfır olduğunu ifade eder:

$$\delta \Pi = \int_{t_1}^{t_2} \delta [U - K - W] dt = 0 \quad (3.9)$$

burada U iç şekil değiştirme enerjisi, K kinetik enerji ve W dış kuvvetlerin iş yapabilme potansiyelidir. t zaman bileşeni ve δ varyasyon sembolüdür. Enerji ifadeleri eksenel çubuklar için aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$U = \frac{1}{2} \int_V \sigma_{xx} \varepsilon_{xx} dV = \int_0^L P \delta \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{1}{2} \int_0^L k_m u^2 dx \quad (3.10)$$

$$K = \frac{1}{2} \int_V \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 dV = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 dx \quad (3.11)$$

$$W = \int_0^L f u dx \quad (3.12)$$

burada görülmekte olan u eksenel hareket bileşeni, P eksenel kuvvet, k_m eksenel harekete karşı rijit ortamın rijitliği, f eksenel yayılı dış zor, L çubuğun uzunluğu ve V hacimdir.

Enerji ifadelerinin birinci varyasyonları

$$\begin{aligned}
 \int_{t_1}^{t_2} \delta U dt &= \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L P \delta \frac{\partial u}{\partial x} dx dt + \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L k_m u \delta u dx dt \\
 &= \int_{t_1}^{t_2} P \delta u \Big|_0^L dt - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \frac{\partial P}{\partial x} \delta u dx dt \\
 &\quad + \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L k_m u \delta u dx dt
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

$$\begin{aligned}
 \int_{t_1}^{t_2} \delta K dt &= \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \rho A \frac{\partial u}{\partial t} \delta \frac{\partial u}{\partial t} dx dt \\
 &= \int_0^L \rho A \frac{\partial u}{\partial t} \delta u \Big|_{t_1}^{t_2} dx - \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \delta u dt dx
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta W dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L f \delta u dx dt \tag{3.15}$$

olarak yazılabilir. Bu ifadeler Denklem (3.9)'da yerine yerleştirilirse;

$$\begin{aligned}
 \delta \Pi &= \int_{t_1}^{t_2} P \delta u \Big|_0^L dt - \int_0^L \rho A \frac{\partial u}{\partial t} \delta u \Big|_{t_1}^{t_2} dx \\
 &\quad - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left(\frac{\partial P}{\partial x} - \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - k_m u + f \right) \delta u dx dt = 0
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

elde edilir. Burada toplam potansiyelin birinci varyasyonunun tüm kısımları sıfıra eşit olmak zorundadır. $\delta u = 0$ sınırı için

$$P \neq 0 \tag{3.17}$$

ifadesi aksel kuvveti belirtir. Ayrıca $\delta u \neq 0$ sınır durumu için elde edilen

$$\frac{\partial P}{\partial x} - \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - k_m u + f = 0 \tag{3.18}$$

denklemini de aksel çubuğun boyuna dengesidir.

Yerel olmayan aksel titreşim hareket denkleminin türetilebilmesi için ilk olarak Denklem (3.8) aksel gerilme ve şekil değiştirme için düzenlenmelidir. Buna göre,

$$\sigma_{xx} - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} = E \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.19)$$

İfadesi her iki tarafından kesit alana göre integre edilirse

$$P - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = EA \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.20)$$

Elde edilir. Denklem (3.18)'de $\partial P/\partial x$ yalnız bırakılır ve Denklem (3.20)'de yerine yazılırsa;

$$P = (e_0 a)^2 \rho A \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} + (e_0 a)^2 k_m \frac{\partial u}{\partial x} - (e_0 a)^2 \frac{\partial f}{\partial x} + EA \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.21)$$

Olarak aksenal kuvvet elde edilmektedir. Bu ifade Denklem (3.18)'de tekrardan yerine konulursa yerel olmayan aksenal titreşimin hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\begin{aligned} (e_0 a)^2 \rho A \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} + (e_0 a)^2 k_m \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ - \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - k_m u + f = 0 \end{aligned} \quad (3.22)$$

Bu denklemde serbest titreşim için aksenal dış zor $f = 0$ alınacaktır. Bu durumda kısmi ve homojen bir diferansiyel denklem elde edilir ve çözümü

$$u(x, t) = U(x) \sin(\omega t - \varphi) \quad (3.23)$$

şeklinde verilen değişkenlerine ayrık fonksiyon vasıtasıyla gerçekleştirilebilir. Burada U mod şekli, ω serbest titreşim frekansı, t zaman ve φ faz açısıdır. Bu ifadenin kendisinin yanı sıra konum ve zamana göre alınan adi türevleri Denklem (3.22)'de yerine konursa ve devamında $\sin(\omega t - \varphi)$ ifadesi sadeleştirilirse

$$-\omega^2 (e_0 a)^2 \rho A \frac{d^2 U}{dx^2} + (e_0 a)^2 k_m \frac{d^2 U}{dx^2} + EA \frac{d^2 U}{dx^2} + \omega^2 \rho A U - k_m U = 0 \quad (3.24)$$

yazılabilir ve aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

$$[EA - \omega^2 (e_0 a)^2 \rho A + (e_0 a)^2 k_m] \frac{d^2 U}{dx^2} + (\omega^2 \rho A - k_m) U = 0 \quad (3.25)$$

Bu denklem,

$$\frac{d^2 U}{dx^2} + \underbrace{\left(\frac{\omega^2 \rho A - k_m}{EA - \omega^2 (e_0 a)^2 \rho A + (e_0 a)^2 k_m} \right)}_{\eta^2} U = 0 \quad (3.26)$$

şekline getirildikten sonra $U = B e^{m x}$ şeklinde bir çözüm aranır ve devamında karmaşık sayılar için Euler Denklemleri kullanılırsa genel çözüm veya diğer deyişle titreşimin mod şekli denklemi,

$$U = C_1 \cos \eta x + C_2 \sin \eta x \quad (3.27)$$

olarak elde edilir (Numanoğlu 2019).

Ayrıca, $\delta u \neq 0$ için verilen sınır şart Denklem (3.23) kullanılarak şu şekilde düzenlenebilir:

$$P = (-\omega^2 (e_0 a)^2 \rho A + (e_0 a)^2 k_m + EA) \frac{dU}{dx} = 0 \quad \text{veya} \quad \frac{dU}{dx} = 0 \quad (3.28)$$

Uygulama için dört tip çubuk eleman seçilmiştir. Bu aksenal çubuk modellerinin yerel olmayan serbest titreşim frekans denklemleri türetilenektir.

1. Her iki ucu tutulu çubuk: Tutulu uçlarda aksenal hareket engellenmiştir. Buna göre,

$$U(0) = 0, \quad U(L) = 0 \quad (3.29)$$

olarak sınır şartlar ifade edilebilir. İlk olarak $x = 0$ ucundaki şart kullanılırsa

$$C_1 = 0 \quad (3.30)$$

elde edilmektedir. Ardından $x = L$ ucu için verilen sınır şart değerlendirilirse

$$C_2 \sin \eta L = 0 \quad (3.31)$$

yazılır ve $C_2 \neq 0$ olacağından dolayı

$$\sin \eta L = 0 \quad (3.32)$$

elde edilir. Bu denklemin periyodik çözümü

$$\eta = \frac{i\pi}{L} \quad (3.33)$$

olarak verilir. Burada $i = 1, 2, 3, \dots$ titreşimin mod numarasıdır. Bu ifadenin Denklem (3.27)'de yerine yerleştirilmesinden sonra frekansın karesi yalnız bırakılırsa titreşim frekansı denklemi elde edilebilir (Numanoğlu 2019):

$$\omega^2 = \frac{[EA + (e_0 a)^2 k_m] \left(\frac{i\pi}{L}\right)^2 + k_m}{\rho A + (e_0 a)^2 \rho A \left(\frac{i\pi}{L}\right)^2} \quad (3.34)$$

2. Bir ucu tutulu ve diğer ucu serbest çubuk: Tutulu uçta aksenal hareket olmamasına ek olarak serbest uçta da aksenal kuvvet iç tesiri yoktur:

$$U(0) = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial x}(L) = 0 \quad (3.35)$$

ilk şartın uygulanması durumunda $C_1 = 0$ elde ediliyordu. Daha sonra serbest uç için şart uygulanırsa

$$C_2 \eta \cos \eta L = 0 \quad (3.36)$$

olarak ortaya çıkar. $C_2 \neq 0$ ve $\eta \neq 0$ olamaz. Böylece geriye

$$\cos \eta L = 0 \quad (3.37)$$

kalmaktadır. Bu denklemin periyodik çözümü ise

$$\eta = \frac{(2i-1)\pi}{2L} \quad (3.38)$$

olduğuna göre frekans denklemi

$$\omega^2 = \frac{[EA + (e_0 a)^2 k_m] \left(\frac{(2i-1)\pi}{2L} \right)^2 + k_m}{\rho A + (e_0 a)^2 \rho A \left(\frac{(2i-1)\pi}{2L} \right)^2} \quad (3.39)$$

şeklinde elde edilir (Numanoğlu 2019).

3. Bir ucu tutulu ve diğer ucu eklentili çubuk: Uç eklentileri, çubuğun titreşimine ilave dinamik karakteristikleri yansıtır. Yani mekanik anlamda titreşim hareketine sebep olabilecek olan ve matematiksel ifadesi mümkün karakteristikler kastedilmektedir. Mesela Hooke denklemi ile modellenen bir yay veya Newton'un hareket denklemiyle modellenen bir kütle elemanı, uç eklentisi olarak modellenmektedir. Eklentiler o uçtaki aksenal kuvvete dahil olurlar. Buna göre, mesela çubuğun sağ ucunda hem yay hem de kütle eklentisi olduğu varsayılırsa Denklem (3.21) ile verilmiş olan aksenal kuvvet, detayı verilmeden,

$$P = [-\omega^2 (e_0 a)^2 \rho A + (e_0 a)^2 k_m + EA] \frac{dU}{dx} = (\omega^2 m_a - k_a) U \quad (3.40)$$

şeklinde yazılmaktadır. İlk olarak, tutulu olma halinden kaynaklanan $C_1 = 0$ bilinmektedir. Ardından, Denklem (3.27), Denklem (3.40)'de kullanılırsa,

$$[-\omega^2 (e_0 a)^2 \rho A + (e_0 a)^2 k_m + EA] C_2 \eta \cos \eta L = (\omega^2 m_a - k_a) C_2 \sin \eta L \quad (3.41)$$

Yazılabilir. Burada C_2 katsayıları sadeleştirilir ve devamında bazı matematiksel ara işlemler yapılırsa frekans denklemi aşağıdaki gibi elde edilebilir (Numanoğlu 2019):

$$\eta L \cot \eta L = (\eta L)^2 \frac{m_a}{\rho A L} \left(\frac{\omega^2 \rho A}{\omega^2 \rho A - k_m} \right) - \frac{k_a L}{EA} [1 + (e_0 a)^2 \eta^2] \quad (3.42)$$

4. Bir ucu serbest ve diğer ucu eklentili çubuk: Bir önceki çubuk modelinden farklı olarak, serbest uca dair sınır şart kullanıldıktan sonra geriye kalan mod denklemi Denklem (3.40)'de yerine yazılırsa,

$$-[-\omega^2(e_0a)^2\rho A + (e_0a)^2k_m + EA]C_1\eta \sin \eta L = (\omega^2m_a - k_a)(C_1 \cos \eta L) \quad (3.43)$$

elde edilir. Düzenlemeden sonra frekans denklemi

$$\eta L \tan \eta L = -(\eta L)^2 \frac{m_a}{\rho AL} \left(\frac{\omega^2 \rho A}{\omega^2 \rho A - k_m} \right) + \frac{k_a L}{EA} [1 + (e_0a)^2 \eta^2] \quad (3.44)$$

olarak elde edilir (Numanoğlu 2019).

3.2.2. Burulma titreşimi

Düz eksenli ve özellikle dairesel kesitli çubukların titreşiminde burulma yani kesitin belirli bir açısal hızla dönüşü de dikkate alınmalıdır. Bu bölümde daire kesitli nano çubukların yerel olmayan burulma titreşiminden bahsedilecektir.

Burulma çubuğu için şekil değiştirme ifadeleri

$$\varepsilon_{xy} = -z \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad \varepsilon_{xz} = y \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (3.45)$$

Olarak verilebilir (Rao 2007, Işık 2018, Numanoğlu 2019). Burada ε_{xy} ve ε_{xz} açısal şekil değiştirmeler, y ve z dairenin bulunduğu düzlemdeki koordinatlarıdır. $\theta = \theta(x, t)$ ise burulma açısıdır. Buna göre enerji ifadeleri aşağıdaki gibi oluşturulabilir:

$$U = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{xy} \varepsilon_{xy} + \sigma_{xz} \varepsilon_{xz}) dV = \int_0^L M \delta \frac{\partial \theta}{\partial x} dx + \frac{1}{2} \int_0^L k_t \theta^2 dx \quad (3.46)$$

$$K = \frac{1}{2} \int_V \rho \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 \right] dV = \frac{1}{2} \int_0^L \rho I_p \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2 dx \quad (3.47)$$

$$W = \int_0^L m \theta dx \quad (3.48)$$

burada θ burulma açısı, M burulma momenti iç tesiri, k_t açısal harekete karşı ortamın rijitliği, m yayılı burulma momenti dış zoru, L çubuğun uzunluğu ve V hacimdir. I_p ifadesi dairesel kesitin polar atalet momentidir ve

$$I_p = \int_A (x^2 + y^2) dA \quad (3.49)$$

ile hesaplanır.

Eksenel harekete benzer biçimde, burulmadan kaynaklı hareketin enerji ifadelerinin birinci varyasyonları da

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} \delta U dt &= \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L M \delta \frac{\partial \theta}{\partial x} dx dt + \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L k_t \theta \delta \theta dx dt \\ &= \int_{t_1}^{t_2} M \delta \theta \Big|_0^L dt - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \frac{\partial M}{\partial x} \delta \theta dx dt + \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L k_t \theta \delta \theta dx dt \end{aligned} \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} \delta K dt &= \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \rho I_p \frac{\partial \theta}{\partial t} \delta \frac{\partial \theta}{\partial t} dx dt \\ &= \int_0^L \rho I_p \frac{\partial \theta}{\partial t} \delta \theta \Big|_{t_1}^{t_2} dx - \int_0^L \int_{t_1}^{t_2} \rho I_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \delta \theta dt dx \end{aligned} \quad (3.51)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta W dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L m \delta \theta dx dt \quad (3.52)$$

Şeklinde ve bu ifadeler Denklem (3.9)'da yerine yerleştirilirse;

$$\begin{aligned} \delta \Pi &= \int_{t_1}^{t_2} M \delta \theta \Big|_0^L dt - \int_0^L \rho I_p \frac{\partial \theta}{\partial t} \delta \theta \Big|_{t_1}^{t_2} dx \\ &\quad - \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left(\frac{\partial M}{\partial x} - \rho I_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - k_m \theta + m \right) \delta \theta dx dt = 0 \end{aligned} \quad (3.53)$$

elde edilir. $\delta \theta = 0$ sınırı için

$$M \neq 0 \quad (3.54)$$

burulma momentidir. Ayrıca $\delta \theta \neq 0$ sınır durumu için elde edilen

$$\frac{\partial M}{\partial x} - \rho I_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - k_t \theta + m = 0 \quad (3.55)$$

denklemini de çubuğun burulma dengesidir.

Yerel olmayan burulma titreşim hareket denkleminin yazılabilmesi için ilk olarak Denklem (3.8) kayma gerilmesi ve açılma şekil değiştirme için düzenlenmelidir. Buna göre,

$$\sigma_{xy} - (e_0a)^2 \frac{\partial^2 \sigma_{xy}}{\partial x^2} = -Gz \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad \sigma_{xz} - (e_0a)^2 \frac{\partial^2 \sigma_{xz}}{\partial x^2} = Gy \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (3.56)$$

ifadeleri her iki tarafından sırayla burulma koordinatları olan z ve y için integre edildikten sonra birleştirilirse

$$M - (e_0a)^2 \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = GI_p \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (3.57)$$

yazılabilir. Denklem (3.55)'de $\partial M/\partial x$ yalnız bırakılır ve Denklem (3.57)'da yerine yazılırsa burulma momenti elde edilebilir:

$$M = (e_0a)^2 \rho I_p \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial t^2} + (e_0a)^2 k_t \frac{\partial \theta}{\partial x} - (e_0a)^2 \frac{\partial m}{\partial x} + GI_p \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (3.58)$$

bu denklem, Denklem (3.55)'te yerine koyulduktan sonra yerel olmayan burulma titreşiminin hareket denklemi

$$(e_0a)^2 \rho I_p \frac{\partial^4 \theta}{\partial x^2 \partial t^2} + (e_0a)^2 k_t \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - (e_0a)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + GI_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \rho I_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - k_t \theta + m = 0 \quad (3.59)$$

olarak elde edilir. Bu arada kayma modülü ile elastisite modülü arasındaki bağıntı

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.60)$$

burada ν Poisson oranını ifade eder.

Serbest aksel titreşime benzer şekilde serbest burulma titreşiminde burulma dış zoru $m = 0$ alınmalıdır. Böylece Denklem (3.59) sadece θ 'nın kısmi türevlerini içeren homojen bir denklem olarak ortaya çıkar ve böylece bu denklemin $\theta(x, t) = \varphi(x) \sin(\omega t - \varphi)$ ile çözümü yapılabilir. Bu aşamada, aksel titreşimle benzer işlemlerin yapılması ile

$$-\omega^2 (e_0a)^2 \rho I_p \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + (e_0a)^2 k_t \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + GI_p \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \omega^2 \rho I_p \varphi - k_t \varphi = 0 \quad (3.61)$$

denklemini elde edilir ve düzenlenerek

$$[GI_p - \omega^2 (e_0a)^2 \rho I_p + (e_0a)^2 k_t] \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + (\omega^2 \rho I_p - k_t) \varphi = 0 \quad (3.62)$$

yazılabilir. Bu denklem,

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \left(\frac{\omega^2 \rho I_p - k_t}{GI_p - \omega^2 (e_0a)^2 \rho I_p + (e_0a)^2 k_t} \right) \varphi = 0 \quad (3.63)$$

olarak yazıldıktan sonra $\varphi = Be^{mx}$ şeklinde bir çözüm aranırsa burulma titreşiminin mod şekli denklemi,

$$\varphi = C_1 \cos \eta x + C_2 \sin \eta x \quad (3.64)$$

şeklinde elde edilir (Murmu vd. 2011, Islam vd. 2014, Numanoğlu ve Civalek 2019a).

Son olarak, $\delta\theta \neq 0$ için verilen sınır şart aksenal titreşime benzer şekilde düzenlenebilir:

$$M = (-\omega^2(e_0a)^2\rho I_p + (e_0a)^2k_m + GI_p) \frac{d\varphi}{dx} = 0 \quad \text{veya} \quad \frac{d\varphi}{dx} = 0 \quad (3.65)$$

Uygulama için burulma titreşiminde de dört tip çubuk eleman seçilmiştir ve buradan itibaren bu çubuk modellerinin frekans denklemleri sunulmuştur.

1. Her iki ucu tutulu çubuk: Tutulu uçlarda açısal dönüş olmayacağı için,

$$\varphi(0) = 0, \quad \varphi(L) = 0 \quad (3.66)$$

olarak sınır şartlar ifade edilebilir. $x = 0$ için $C_1 = 0$ olarak elde edilmektedir. Ardından $x = L$ ucu için verilen sınır şart kullanılırsa,

$$C_2 \sin \eta L = 0 \quad (3.67)$$

yazılır. $C_2 \neq 0$ olacağından dolayı

$$\sin \eta L = 0 \quad (3.68)$$

elde edilir. Bu denklemin periyodik çözümü

$$\eta = \frac{i\pi}{L} \quad (3.69)$$

şeklindedir. Böylece frekans denklemi (Numanoğlu 2019, Numanoğlu ve Civalek 2019):

$$\omega^2 = \frac{[GI_p + (e_0a)^2k_t] \left(\frac{i\pi}{L}\right)^2 + k_t}{\rho I_p + (e_0a)^2\rho I_p \left(\frac{i\pi}{L}\right)^2} \quad (3.70)$$

2. Bir ucu tutulu ve diğer ucu serbest çubuk: Tutulu uçta açısal dönüş olmamasına ek olarak serbest uçta da burulma momenti iç tesiri oluşmaz:

$$\varphi(0) = 0, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial x}(L) = 0 \quad (3.71)$$

ilk şartın uygulanması durumunda $C_1 = 0$ elde ediliyordu. Daha sonra serbest uç için şart uygulanırsa

$$C_2 \eta \cos \eta L = 0 \quad (3.72)$$

olarak ortaya çıkar. $C_2 \neq 0$ ve $\eta \neq 0$ olmadığı için

$$\cos \eta L = 0 \quad (3.73)$$

elde edilir. Bu denklemin periyodik çözümü

$$\eta = \frac{(2i-1)\pi}{2L} \quad (3.74)$$

olduğuna göre frekans denklemi

$$\omega^2 = \frac{[GI_p + (e_0 a)^2 k_t] \left(\frac{(2i-1)\pi}{2L}\right)^2 + k_t}{\rho I_p + (e_0 a)^2 \rho I_p \left(\frac{(2i-1)\pi}{2L}\right)^2} \quad (3.75)$$

şeklinde ortaya çıkar (Numanoğlu 2019, Numanoğlu ve Civalek 2019a).

3. Bir ucu tutulu ve diğer ucu eklentili çubuk: Burulma çubuklarında ise uç eklentileri dönel bir disk temsil eden polar ataletli kütle veya noktasal dönme açısına karşı rijitliğe sahip bir dönel yay ile modellenebilir. Tabi, eklentiler o uçtaki burulma momentine dahil olurlar. Eksenel çubuğa benzer biçimde, mesela çubuğun sağ ucunda hem dönel yay hem de disk eklentisi olduğu varsayılırsa Denklem (3.58) ile verilmiş olan burulma momenti, detayı verilmeden,

$$M = [-\omega^2 (e_0 a)^2 \rho I_p + (e_0 a)^2 k_t + GI_p] \frac{d\varphi}{dx} = (\omega^2 I_a - k_a) \varphi \quad (3.76)$$

şeklinde verilir. İlk olarak, tutulu olma halinden kaynaklanan $C_1 = 0$ bilinmektedir. Denklem (3.64), Denklem (3.75)'da kullanılırsa,

$$[-\omega^2 (e_0 a)^2 \rho I_p + (e_0 a)^2 k_t + GI_p] C_2 \eta \cos \eta L = (\omega^2 I_a - k_a) C_2 \sin \eta L \quad (3.77)$$

yazılabilir. C_2 katsayıları sadeleştirilip bazı matematiksel ara işlemler yapılırsa frekans denklemi aşığıdaki gibi elde edilebilir :

$$\eta L \cot \eta L = (\eta L)^2 \frac{I_a}{\rho I_p L} \left(\frac{\omega^2 \rho I_p}{\omega^2 \rho I_p - k_t} \right) - \frac{k_a L}{GI_p} [1 + (e_0 a)^2 \eta^2] \quad (3.78)$$

4. Bir ucu serbest ve diğer ucu eklentili çubuk: Serbest uca dair sınır şart kullanıldıktan sonra geriye kalan mod denklemi Denklem (3.76)'da yerine yazılırsa,

$$-[-\omega^2 (e_0 a)^2 \rho A + (e_0 a)^2 k_m + EA] C_1 \eta \sin \eta L = (\omega^2 I_a - k_a) C_1 \cos \eta L \quad (3.79)$$

elde edilir. Düzenlemeden sonra frekans denklemi

$$\eta L \tan \eta L = -(\eta L)^2 \frac{I_a}{\rho I_p L} \left(\frac{\omega^2 \rho I_p}{\omega^2 \rho I_p - k_t} \right) + \frac{k_a L}{G I_p} [1 + (e_0 a)^2 \eta^2] \quad (3.80)$$

olarak çıkarılır.

3.3. Çubuk Titreşimleri İçin Yerel Olmayan Sonlu Eleman Formülasyonları

3.3.1. Eksenel titreşim

Bu bölümde, eksenel çubukların yerel olmayan titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu, ağırlıklı kalıntı metodu kullanılarak elde edilecektir. Ağırlıklı kalıntının temel denklemi

$$I = \int_{x_i}^{x_j} h \cdot R \, dx \quad (3.81)$$

olarak verilir. Burada I ortalama ağırlıklandırılmış kalıntı, h ağırlık fonksiyonu ve R kalıntıdır. x_i ve x_j ağırlıklandırmanın yapılacağı sınırlar olup çubuk sonlu eleman için $x_i = 0$ ve $x_j = l_e$ olacaktır.

Daha önceden de bahsedildiği gibi, sonlu elemanların kendi metodolojisinin en temelinde şekil fonksiyonları denilen bir kavram yer almaktadır. Bu şekil fonksiyonu, eksenel sonlu elemanın hareketini,

$$u = \phi \mathbf{u} \quad (3.82)$$

olarak ifade eder. Burada u eksenel sonlu elemanın hareketidir. ϕ şekil fonksiyonunu ve uçların eksenel hareketini ifade eder ve aşağıdaki gibi verilebilir (Numanoğlu 2019)

$$\phi = [\phi_1 \quad \phi_2] = [1 - \xi \quad \xi] = \left[1 - \frac{x}{l_e} \quad \frac{x}{l_e} \right] \quad (3.83)$$

$$\mathbf{u} = \{u_1 \quad u_2\}^T \quad (3.84)$$

burada ξ boyutsuz eksenel yöndeki koordinat, x boyutlu koordinat, l_e sonlu elemanın uzunluğudur. Ayrıca, sonlu elemanın eksenel şekil değiştirmesi

$$\frac{\partial u}{\partial x} = D^k u = (D^k \phi) \mathbf{u} = \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (3.85)$$

burada D^k kinematik operatör olarak adlandırılır.

Ağırlıklı kalıntı metodu gereğince hareket denklemi kalıntıdır. Buna göre ortalama ağırlıklandırılmış kalıntı

$$I = \int_0^{l_e} \left[(e_0 a)^2 \rho A \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} + (e_0 a)^2 k_m \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - k_m u + f \right] dx \quad (3.86)$$

yazılabilir. Bu integrali var eden kısımların parçalar ve kısmi integrasyonları

$$\begin{aligned} \int_0^{l_e} EA h \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx &= EA h \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_0^{l_e} - \int_0^{l_e} EA \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} dx, \\ \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 \rho A h \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} dx &= (e_0 a)^2 \rho A h \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} \Big|_0^{l_e} - \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 \rho A \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} dx, \\ \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 k_m h \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx &= (e_0 a)^2 k_m h \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_0^{l_e} - \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 k_m \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} dx, \\ \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 h \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} dx &= (e_0 a)^2 h \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_0^{l_e} - \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial x} dx, \\ &\int_0^{l_e} k_m h u dx, \int_0^{l_e} \rho A h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dx, \int_0^{l_e} h f dx \end{aligned} \quad (3.87)$$

Bu ifadeler kullanılarak düzenlenen Denklem (3.86)'nın tüm kısımları sıfıra eşit olmalıdır. İntegral içerisindeki kısım sonlu eleman denklemini verecektir ancak sonlu eleman denkleminin düzenlenmesi için

$$h = \phi^T, \quad \mathbf{B} = D^k \phi, \quad \frac{\partial h}{\partial x} = (\phi^T)' = \mathbf{B}^T, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \mathbf{B} \mathbf{u}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \phi \ddot{\mathbf{u}} \quad (3.88)$$

ifadeleri kullanılmalıdır. Böylece sonlu eleman denklemini aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Numanoğlu 2019):

$$\begin{aligned} - \int_0^{l_e} EA (\mathbf{B}^T \mathbf{B}) \mathbf{u} dx - \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 \rho A (\mathbf{B}^T \mathbf{B}) \ddot{\mathbf{u}} dx - \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 k_M (\mathbf{B}^T \mathbf{B}) \mathbf{u} dx \\ + \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 \mathbf{B}^T f' dx - \int_0^{l_e} k_M (\phi^T \phi) \mathbf{u} dx \\ - \int_0^{l_e} \rho A (\phi^T \phi) \ddot{\mathbf{u}} dx + \int_0^{l_e} \phi^T f dx = 0 \end{aligned} \quad (3.89)$$

bu ifade

$$(\mathbf{K} + \mathbf{K}_M^c + \mathbf{K}_M^{nl}) \mathbf{u} + (\mathbf{M}^c + \mathbf{M}^{nl}) \ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{f}^c + \mathbf{f}^{nl} \quad (3.90)$$

şeklindeki matris formunda verilebilir. Burada görülmekte olan

$$\begin{aligned}
K &= \int_0^{l_e} EA(\mathbf{B}^T \mathbf{B}) dx = \int_0^{l_e} EA \begin{Bmatrix} \phi_1' \\ \phi_2' \end{Bmatrix} [\phi_1' \quad \phi_2'] dx \\
&= \frac{EA}{l_e^2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \int_0^1 l_e d\xi = \frac{EA}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (3.91)$$

$$\begin{aligned}
K_M^c &= \int_0^{l_e} k_m(\phi^T \phi) dx = \int_0^{l_e} k_m \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} [\phi_1 \quad \phi_2] dx \\
&= \int_0^1 k_m \begin{bmatrix} (1-\xi)^2 & (1-\xi)\xi \\ (1-\xi)\xi & \xi^2 \end{bmatrix} l_e d\xi = \frac{k_m l_e}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (3.92)$$

$$\begin{aligned}
K_M^{nl} &= \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 k_m (\mathbf{B}^T \mathbf{B}) dx = \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 k_m \begin{Bmatrix} \phi_1' \\ \phi_2' \end{Bmatrix} [\phi_1' \quad \phi_2'] dx \\
&= \frac{(e_0 a)^2 k_m}{l_e^2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \int_0^1 l_e d\xi = \frac{(e_0 a)^2 k_m}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (3.93)$$

$$\begin{aligned}
M^c &= \int_0^{l_e} \rho A(\phi^T \phi) dx = \int_0^{l_e} \rho A \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} [\phi_1 \quad \phi_2] dx \\
&= \int_0^1 \rho A \begin{bmatrix} (1-\xi)^2 & (1-\xi)\xi \\ (1-\xi)\xi & \xi^2 \end{bmatrix} l_e d\xi = \frac{\rho A l_e}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (3.94)$$

$$\begin{aligned}
M^{nl} &= \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 \rho A (\mathbf{B}^T \mathbf{B}) dx = \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 \rho A \begin{Bmatrix} \phi_1' \\ \phi_2' \end{Bmatrix} [\phi_1' \quad \phi_2'] dx \\
&= \frac{(e_0 a)^2 \rho A}{l_e^2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \int_0^1 l_e d\xi = \frac{(e_0 a)^2 \rho A}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (3.95)$$

$$\mathbf{f}^c = \int_0^{l_e} f \phi^T dx = \int_0^{l_e} f \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} dx = f \int_0^1 \begin{Bmatrix} 1-\xi \\ \xi \end{Bmatrix} l_e dx = \frac{f l_e}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (3.96)$$

$$\mathbf{f}^{nl} = \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 f' \mathbf{B}^T dx = \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 f' \begin{Bmatrix} \phi_1' \\ \phi_2' \end{Bmatrix} dx = \frac{(e_0 a)^2 f'}{l_e} \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (3.97)$$

ifadelerinden K , K_M^c , K_M^{nl} , M^c ve M^{nl} sırayla eksenel rijitlik matrisini, eksenel ortam klasik rijitlik matrisini, yerel olmayan eksenel ortam rijitlik matrisini ve klasik kütle matrisini ifade eder. \mathbf{f}^c ve \mathbf{f}^{nl} sırayla eksenel klasik ve yerel olmayan dış zor vektörlerini tanımlar.

Eklentili çubuk modellerinin sonlu eleman analizinde ise eklentinin tipine göre rijitlik veya kütle matrisi düzenlenmelidir. Çubuğun sağ ucunda eklenti olduğu varsayılırsa, çubuğun sonlu eleman ağında en sonda görülen sonlu elemanın ikinci satır-ikinci sütun elemanına ekleme yapılarak eklentili sonlu elemanın toplam rijitlik veya kütle matrisleri de teşkil edilebilir. Buna göre,

$$\text{Yay eklentisi: } K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} + k_a \end{bmatrix} \quad (3.98)$$

$$\text{Kütle eklentisi: } M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} + m_a \end{bmatrix} \quad (3.99)$$

matrisleri oluşturulur ve bu matrislerin girdileri

$$K_{11} = \frac{EA}{l_e} + k_m \left(\frac{l_e}{3} + \frac{(e_0 a)^2}{l_e} \right), \quad K_{12} = K_{21} = -\frac{EA}{l_e} + k_m \left(\frac{l_e}{6} - \frac{(e_0 a)^2}{l_e} \right),$$

$$K_{22} = \frac{EA}{l_e} + k_m \left(\frac{l_e}{3} + \frac{(e_0 a)^2}{l_e} \right) + k_a \quad (3.100)$$

$$M_{11} = \rho A \left(\frac{l_e}{3} + \frac{(e_0 a)^2}{l_e} \right), \quad M_{12} = M_{21} = \rho A \left(\frac{l_e}{6} - \frac{(e_0 a)^2}{l_e} \right),$$

$$M_{22} = \rho A \left(\frac{l_e}{3} + \frac{(e_0 a)^2}{l_e} \right) + m_a \quad (3.101)$$

şeklinde yazılabilir. Son olarak, geometrik sınır şartı belirten tutulu mesnet varsa, buna göre toplam rijitlik ve kütle matrisinde ilgili satır ve sütunun silindiği belirtilmelidir. Yerel olmayan aksenal serbest titreşimin sonlu eleman analizi için özdeğer formülasyonu

$$\det \left(\sum [K]^* - \omega^2 \sum [M]^* \right) = 0 \quad (3.102)$$

şeklindedir. Burada $[K]^*$ ve $[M]^*$ sırayla aksenal çubuğun sınır şartlar uygulanmış (indirgenmiş) toplam rijitlik ve kütle matrisleri iken ω özdeğer yani çubuğun titreşim frekanslarıdır.

3.3.2. Burulma titreşimi

Burulma sonlu elemanın hareketi

$$\theta = \phi \boldsymbol{\theta} \quad (3.103)$$

burada θ burulma açısıdır. ϕ şekil fonksiyonu ve $\boldsymbol{\theta}$ uçların burulma açısı bileşenidir (Numanoğlu 2019, Numanoğlu ve Civalek 2019):

$$\phi = [\phi_1 \quad \phi_2] = [1 - \xi \quad \xi] = \left[1 - \frac{x}{l_e} \quad \frac{x}{l_e} \right] \quad (3.104)$$

$$\boldsymbol{\theta} = \{\theta_1 \quad \theta_2\}^T \quad (3.105)$$

Sonlu elemanın burulma açısının türevi için

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = D^k \theta = (D^k \phi) \boldsymbol{\theta} = \mathbf{B} \boldsymbol{\theta} \quad (3.106)$$

yazılabilir.

Burulma titreşimi için ortalama ağırlıklandırılmış kalıntı

$$I = \int_0^{l_e} \left[(e_0 a)^2 \rho I_p \frac{\partial^4 \theta}{\partial x^2 \partial t^2} + (e_0 a)^2 k_t \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} + G I_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \rho I_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - k_t \theta + m \right] dx \quad (3.107)$$

yazılabilir. Bu integrali var eden kısımların parçalar ve kısmi integrasyonları

$$\begin{aligned} \int_0^{l_e} G I_p h \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} dx &= G I_p h \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_0^{l_e} - \int_0^{l_e} G I_p \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x} dx, \\ \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 \rho I_p h \frac{\partial^4 \theta}{\partial x^2 \partial t^2} dx &= (e_0 a)^2 \rho I_p h \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial t^2} \Big|_0^{l_e} - \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 \rho I_p \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial t^2} dx, \\ \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 k_t h \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} dx &= (e_0 a)^2 k_t h \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_0^{l_e} - \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 k_t \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x} dx, \\ \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 h \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} dx &= (e_0 a)^2 h \frac{\partial m}{\partial x} \Big|_0^{l_e} - \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial m}{\partial x} dx, \\ \int_0^{l_e} k_t h \theta dx, \int_0^{l_e} \rho I_p h \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} dx, \int_0^{l_e} h m dx & \end{aligned} \quad (3.108)$$

Yukarıdaki kısmi integrasyon sonuçlarının Denklem (3.107)'de yerine yerleştirildikten sonra elde edilen sonlu eleman denkleminin düzenlenmesi için

$$h = \phi^T, \quad \mathbf{B} = D^k \phi, \quad \frac{\partial h}{\partial x} = (\phi^T)' = \mathbf{B}^T, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = \mathbf{B} \theta, \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \phi \ddot{\theta} \quad (3.109)$$

ifadeleri kullanılmalıdır. Sonuç olarak sonlu eleman hareket denklemi (Numanoğlu 2019):

$$\begin{aligned} - \int_0^{l_e} G I_p (\mathbf{B}^T \mathbf{B}) \mathbf{u} dx - \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 \rho I_p (\mathbf{B}^T \mathbf{B}) \ddot{\mathbf{u}} dx - \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 k_t (\mathbf{B}^T \mathbf{B}) \mathbf{u} dx \\ + \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 \mathbf{B}^T m' dx - \int_0^{l_e} k_t (\phi^T \phi) \mathbf{u} dx \\ - \int_0^{l_e} \rho I_p (\phi^T \phi) \ddot{\mathbf{u}} dx + \int_0^{l_e} \phi^T m dx = 0 \end{aligned} \quad (3.110)$$

şeklindedir. Bu denklem de

$$(\mathbf{K} + \mathbf{K}_T^c + \mathbf{K}_T^{nl}) \boldsymbol{\theta} + (\mathbf{I}^c + \mathbf{I}^{nl}) \ddot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{m}^c + \mathbf{m}^{nl} \quad (3.111)$$

şeklindeki matris formunda verilebilir. Burada görülmekte olan ifadeler aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\begin{aligned}
K &= \int_0^{l_e} GI_p (\mathbf{B}^T \mathbf{B}) dx = \int_0^{l_e} GI_p \begin{Bmatrix} \phi_1' \\ \phi_2' \end{Bmatrix} [\phi_1' \quad \phi_2'] dx \\
&= \frac{GI_p}{l_e^2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \int_0^1 l_e d\xi = \frac{GI_p}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (3.112)$$

$$\begin{aligned}
K_T^c &= \int_0^{l_e} k_t (\phi^T \phi) dx = \int_0^{l_e} k_t \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} [\phi_1 \quad \phi_2] dx \\
&= \int_0^1 k_t \begin{bmatrix} (1-\xi)^2 & (1-\xi)\xi \\ (1-\xi)\xi & \xi^2 \end{bmatrix} l_e d\xi = \frac{k_t l_e}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (3.113)$$

$$\begin{aligned}
K_T^{nl} &= \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 k_t (\mathbf{B}^T \mathbf{B}) dx = \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 k_t \begin{Bmatrix} \phi_1' \\ \phi_2' \end{Bmatrix} [\phi_1' \quad \phi_2'] dx \\
&= \frac{(e_0 a)^2 k_t}{l_e^2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \int_0^1 l_e d\xi = \frac{(e_0 a)^2 k_t}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (3.114)$$

$$\begin{aligned}
I^c &= \int_0^{l_e} \rho I_p (\phi^T \phi) dx = \int_0^{l_e} \rho I_p \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} [\phi_1 \quad \phi_2] dx \\
&= \int_0^1 \rho I_p \begin{bmatrix} (1-\xi)^2 & (1-\xi)\xi \\ (1-\xi)\xi & \xi^2 \end{bmatrix} l_e d\xi = \frac{\rho I_p l_e}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (3.115)$$

$$\begin{aligned}
I^{nl} &= \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 \rho I_p (\mathbf{B}^T \mathbf{B}) dx = \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 \rho I_p \begin{Bmatrix} \phi_1' \\ \phi_2' \end{Bmatrix} [\phi_1' \quad \phi_2'] dx \\
&= \frac{(e_0 a)^2 \rho I_p}{l_e^2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \int_0^1 l_e d\xi = \frac{(e_0 a)^2 \rho I_p}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (3.116)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{m}^c &= \int_0^{l_e} m \phi^T dx = \int_0^{l_e} m \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} dx = m \int_0^1 \begin{Bmatrix} 1-\xi \\ \xi \end{Bmatrix} l_e dx \\
&= \frac{m l_e}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}
\end{aligned} \quad (3.117)$$

$$\mathbf{m}^{nl} = \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 m' \mathbf{B}^T dx = \int_0^{l_e} (e_0 a)^2 m' \begin{Bmatrix} \phi_1' \\ \phi_2' \end{Bmatrix} dx = \frac{(e_0 a)^2 m'}{l_e} \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (3.118)$$

Bu ifadelerin aksenal titreşimde görülen matris ve vektörlere benzer tanımı yapılabilir.

Eklentili burulma çubuğu modelleri için aksenal titreşime benzer işlem yürütülebilir. Buna göre,

$$\text{Dönel yay eklentisi: } K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} + k_a \end{bmatrix} \quad (3.119)$$

$$\text{Dönel disk eklentisi: } I = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} \\ I_{21} & I_{22} + I_a \end{bmatrix} \quad (3.120)$$

burada verilmiş matrislerin girdileri

$$\begin{aligned}
K_{11} &= \frac{GI_p}{l_e} + k_t \left(\frac{l_e}{3} + \frac{(e_0 a)^2}{l_e} \right), & K_{12} = K_{21} &= -\frac{GI_p}{l_e} + k_t \left(\frac{l_e}{6} - \frac{(e_0 a)^2}{l_e} \right), \\
K_{22} &= \frac{GI_p}{l_e} + k_t \left(\frac{l_e}{3} + \frac{(e_0 a)^2}{l_e} \right) + k_a
\end{aligned} \tag{3.121}$$

$$\begin{aligned}
I_{11} &= \rho I_p \left(\frac{l_e}{3} + \frac{(e_0 a)^2}{l_e} \right), & I_{12} = I_{21} &= \rho I_p \left(\frac{l_e}{6} - \frac{(e_0 a)^2}{l_e} \right), \\
I_{22} &= \rho I_p \left(\frac{l_e}{3} + \frac{(e_0 a)^2}{l_e} \right) + I_a
\end{aligned} \tag{3.122}$$

şeklinde yazılabilir.

Yerel olmayan serbest burulma titreşiminin sonlu eleman analizi için özdeğer formülasyonu

$$\det \left(\sum [K]^* - \omega^2 \sum [I]^* \right) = 0 \tag{3.123}$$

olarak yazılır. Burada $[K]^*$ ve $[I]^*$ sırayla eksenel çubuğun sınır şartlar uygulanmış (indirgenmiş) toplam rijitlik ve kütle ataleti matrisleridir ve ω özdeğer yani çubuğun burulma titreşimi frekanslarıdır.

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu tez çalışmasında nano ölçekli farklı malzemelerden imal edilmiş olan tek doğrultulu yapıların sürekli mekanik modelleri (çubuk) kullanılarak Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisine dayanan aksel ve burulma titreşimi analizleri gerçekleştirilmiştir. Çubukların tam elastik rijit ortama gömülü oldukları varsayılmıştır. Ayrıca, kullanılan nano malzemeler silika karbid nanotüp (SiCNT) ve bor nitrit nanotüp (BNNT) olup bunların mekanik özellikleri titreşim analizlerinde şöyle alınacaktır: SiCNT için elastisite modülü $E = 0.45$ TPa, birim hacim ağırlığı $\rho = 3210$ kg/m³ (Civalek vd. 2020) ve Poisson Oranı $\nu = 0.27$ (Petrushenko ve Petrushenko, 2015), BNNT için elastisite modülü $E = 0.79$ TPa (Petrushenko ve Petrushenko, 2015), birim hacim ağırlığı $\rho = 2100$ kg/m³ (Anonymous 12) ve Poisson Oranı $\nu = 0.14$ (Petrushenko ve Petrushenko, 2015). Öte yandan, aksi belirtilmediği sürece çubuk uzunluğu $L = 20$ nm ve dairesel kesit çapı $d = 1$ nm olarak alınacaktır. Öte yandan, çubuk modellerinin sınır şartları için; C, tutulu ucu, F, serbest ucu ve A eklentili ucu ifade etmektedir. Eklentinin türü analizler sunulurken belirtilmiştir. Genel olarak iki ucu tutulu (C-C), bir ucu tutulu diğer ucu serbest (C-F), Bir ucu tutulu diğer ucu eklentili (C-A), bir ucu serbest diğer ucu eklentili (F-A) şeklindeki sınır şartlara sahip çubuk modelleri analizlerde kullanılmıştır. Her iki ucu serbest (F-F) çubuk modelinin titreşim frekansı denklemi (Numanoğlu vd. 2018, Numanoğlu ve Civalek 2019a) C-C çubuk modeli ile aynı olduğu için F-F çubuk modelinin titreşim frekanslarını sunmaya gerek görülmemiştir. Sayısal analizler kapsamında yerel olmayan parametre, çubuk uzunluğu, mod sayısı, elastik ortam rijitliği, eklenti parametreleri, gibi farklı parametreler için iki farklı nano malzemedan imal edilmiş ve farklı sınır şartlara sahip çubukların burulma ve aksel titreşim doğal frekansları analitik ve sonlu elemanlar yöntemleri ile hesaplanmış olup çizelgelerle sunulmuştur. Sayısal analizlerin, analizlere etki eden parametrelerin etkilerini belirlemek için detaylı tartışmaları gerçekleştirilmiştir. Hesaplanan bütün frekans değerleri THz birimindedir.

İlk olarak, eklentisiz sınır koşullarına sahip nanoçubukların SiCNT ve BNNT malzemeleri ile modellenmesi durumu için aksel titreşimine ait ilk üç mod doğal titreşim frekansları farklı çubuk uzunluklarına göre sırayla Çizelge 4.1 ve 4.2'de sunulmuştur. Civalek vd. (2020) tarafından yapılan referans çalışmadan alınan değerlerle kıyaslama gerçekleştirilmiştir. C-C sınır şartlı çubukların C-F sınır şartlı çubuklardan daha yüksek frekans değerlerine sahip olduğu, göze çarpan ilk sonuçlardandır. Çünkü C-C sınır şartı her iki ucu tutulu olduğundan dolayı C-F şartından daha rijittir. Daha rijit sistemlerin dinamik tepkisi gereği frekanslarının da yüksek olması gerekir. Ayrıca çubuk uzunluğunun doğal titreşim frekanslarını düşürmekte olduğu belirtilebilir. Bunun sebebi uzunluğun kütleli artırmasıdır. Yüksek kütleli sistemler düşük frekanslarda titreşir. Öte yandan, yerel olmayan parametrenin de frekansları düşürdüğü ifade edilebilir. Tam da bu noktada $e_0 a/L = 0$ için elde edilen değerlerin klasik elastisiteye göre hesaplandığı ifade edilmelidir. Yerel olmayan parametrenin C-C çubuk modelinin frekanslarını C-F'ye göre daha fazla düşürdüğü, her iki çubuk modelinde yüksek modlarda daha fazla etkin olduğu, bunlara ek olarak bu parametrenin yine her iki çubuk modelinde, düşük uzunluklarda hesaplanan frekansları da daha fazla düşürdüğü eklenebilir. Çubuk elemanın uzunluğunun düşmesi, yapının giderek atomik boyutlara yaklaştığını ifade eder ve bu nedenle boyut etkisi daha da önem kazanmaktadır. Son olarak SiCNT ile modellenen çubukları frekanslarının BNNT ile modellenen çubuklardan daha düşük olarak elde

edildiği ifade edilebilir. BNNT malzemesinin SiCNT malzemesine göre daha yüksek elastisite modülü ve daha düşük birim hacim ağırlığına sahip olması bu durumun temel nedenidir. Ayrıca referans çalışma ile bu tezde elde edilen değerlerin birbiriyle tamamen tutarlı olması nedeniyle analitik yöntemle yapılan hesapların güvenilir olduğu bu çizelgeler için yapılan tartışmalardan elde edilen bir diğer sonuçtur.

Çizelge 4.1. SiCNT ile modellenmiş olan genel sınır koşullarına sahip nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve çubuk uzunluğu değerlerine göre eksenel titreşimi için ilk üç mod frekansları

Sınır Şart	e_0a/L	Mod Sayısı	Civalek vd. (2020) ($L=20\text{nm}$)	L (nm)				
				5	10	20	50	100
C-F	0	1	0.14800	0.59200	0.29600	0.14800	0.05920	0.02960
		2	0.44400	1.77601	0.88800	0.44400	0.17760	0.08880
		3	0.74000	2.96001	1.48001	0.74000	0.29600	0.14800
	0.1	1	0.14621	0.58483	0.29242	0.14621	0.05848	0.02924
		2	0.40164	1.60656	0.80328	0.40164	0.16066	0.08033
		3	0.58197	2.32787	1.16394	0.58197	0.23279	0.11639
	0.2	1	0.14120	0.56479	0.28239	0.14120	0.05648	0.02824
		2	0.32311	1.29245	0.64622	0.32311	0.12924	0.06462
		3	0.39740	1.58961	0.79481	0.39740	0.15896	0.07948
C-C	0	1	0.29600	1.18401	0.59200	0.29600	0.11840	0.05920
		2	0.59200	2.36801	1.18401	0.59200	0.23680	0.11840
		3	0.88800	3.55202	1.77601	0.88800	0.35520	0.17760
	0.1	1	0.28239	1.12957	0.56479	0.28239	0.11296	0.05648
		2	0.50127	2.00507	1.00254	0.50127	0.20051	0.10025
		3	0.64622	2.58490	1.29245	0.64622	0.25849	0.12924
	0.2	1	0.25063	1.00254	0.50127	0.25063	0.10025	0.05013
		2	0.36863	1.47451	0.73725	0.36863	0.14745	0.07373
		3	0.41616	1.66465	0.83233	0.41616	0.16647	0.08323

En genel çıkarımla sonuçlar için şunları söylemek mümkündür. En rijit sınır tutulu uç olduğu için en yüksek titreşim frekansları C-C çubuğu için hesaplanmıştır. En düşük frekanslar ise bir ucu serbest diğer ucu kütle eklentili çubuk eleman için hesaplanmaktadır. Çubuk uzunluğunun artışı frekansı düşüren bir faktördür. Yay eklentisi çubuk frekanslarını artırırken kütle eklentisi düşürür. Yay eklentisinin giderek yükselmesi ekli ucun rijitliğini tutulu uca yaklaştırır. Bu durumlar aşağıda detaylı olarak incelenecek ve sonuçlar farklı durum ve sınır koşullarını içerecek şekilde listelenecektir.

Çizelge 4.2. BNNT ile modellenmiş olan genel sınır koşullarına sahip nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve çubuk uzunluğu değerlerine göre eksenel titreşimi için ilk üç mod frekansları

Sınır Şart	e_0a/L	Mod Sayısı	L (nm)				
			5	10	20	50	100
C-F	0	1	0.96978	0.48489	0.24245	0.09698	0.04849
		2	2.90934	1.45467	0.72734	0.29093	0.14547
		3	4.84891	2.42445	1.21223	0.48489	0.24245
	0.1	1	0.95803	0.47902	0.23951	0.09580	0.04790
		2	2.63177	1.31588	0.65794	0.26318	0.13159
		3	3.81337	1.90669	0.95334	0.38134	0.19067
	0.2	1	0.92520	0.46260	0.23130	0.09252	0.04626
		2	2.11721	1.05860	0.52930	0.21172	0.10586
		3	2.60401	1.30200	0.65100	0.26040	0.13020
C-C	0	1	1.93956	0.96978	0.48489	0.19396	0.09698
		2	3.87913	1.93956	0.96978	0.38791	0.19396
		3	5.81869	2.90934	1.45467	0.58187	0.29093
	0.1	1	1.85040	0.92520	0.46260	0.18504	0.09252
		2	3.28458	1.64229	0.82115	0.32846	0.16423
		3	4.23442	2.11721	1.05860	0.42344	0.21172
	0.2	1	1.64229	0.82115	0.41057	0.16423	0.08211
		2	2.41544	1.20772	0.60386	0.24154	0.12077
		3	2.72693	1.36346	0.68173	0.27269	0.13635

Genel olarak analize dair hesap şeklinin aynı olması nedeniyle her iki malzeme kullanılarak bütün analizlerin tekrarlanmaması uygun görülmüştür. Bu nedenle buradan itibaren sadece SiCNT ile imal edilen nano çubukların eksenel titreşim analizi sonuçları verilecektir. Ayrıca buradan itibaren verilen analizlerde $L = 20$ nm alındığı son kez hatırlatılmaktadır. Yine görülmüştür ki en rijit sınır tutulu uç olduğu için en yüksek titreşim frekansları C-C çubuğu için hesaplanmıştır. Mod sayısı arttıkça elde edilen yani hesaplanan frekans değerleri artmakta ve boyut etkisi ile ilgili parametre arttıkça frekans değerleri azalmaktadır. Mod sayısı yükseldikçe bu etki daha da açık bir şekilde görülür.

Çizelge 4.3. SiCNT ile modellenmiş olan ve bir ucu yay eklentili aksenal nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve eklenti rijitliği değerlerine göre aksenal titreşimi için ilk üç mod frekansları

Sınır Şart	e_0a/L	Mod Sayısı	k_a (nN/nm)				
			0	5	10	100	10^4
C-A	0	1	0.14800	0.16325	0.17575	0.25410	0.29548
		2	0.44400	0.44958	0.45499	0.51925	0.59096
		3	0.74000	0.74338	0.74672	0.79563	0.88644
	0.1	1	0.14621	0.16125	0.17353	0.24735	0.28198
		2	0.40164	0.40668	0.41153	0.46261	0.50081
		3	0.58197	0.58462	0.58722	0.61867	0.64590
	0.2	1	0.14120	0.15565	0.16729	0.22908	0.25041
		2	0.32311	0.32714	0.33093	0.35868	0.36853
		3	0.39740	0.39920	0.40090	0.41254	0.41613
F-A	0	1	0.29600	0.04787	0.06484	0.12612	0.14774
		2	0.59200	0.30424	0.31195	0.38507	0.44322
		3	0.88800	0.59621	0.60035	0.65629	0.73870
	0.1	1	0.28239	0.04787	0.06481	0.12531	0.14596
		2	0.50127	0.29024	0.29754	0.36138	0.40117
		3	0.64622	0.50483	0.50830	0.54838	0.58157
	0.2	1	0.25063	0.04785	0.06474	0.12295	0.14099
		2	0.36863	0.25755	0.26388	0.30720	0.32295
		3	0.41616	0.37122	0.37369	0.39143	0.39735

Bir ucunda aksenal yay eklentisi yer alan aksenal iki farklı aksenal çubuk modelinin eklenti rijitliğine göre ilk üç mod frekansları Çizelge 4.3'te verilmektedir. Eklenti rijitliğinin çubukların frekanslarının artıran bir faktör olduğu görülebilir. Eklenti rijitliğinin artışının o noktayı tutululaştırarak bir faktör olduğu kolayca anlaşılabilen bir husustur. Çizelge 4.1'de $L = 20$ nm için verilen sonuçlar incelenirse, C-A çubuğunda yüksek eklentiler için elde edilen sonuçların C-C ve F-A çubuk modelinde yüksek eklentiler için elde edilen sonuçların C-F çubuk modelinin titreşim frekanslarına yaklaştığı görülmektedir. Ayrıca F-A çubuğunun frekansları düşük eklentiler için C-A çubuğunun frekans değerlerinden yüksek iken eklenti yükseldikçe durum tersine döner. Yerel olmayan elastisite parametresinin düşük eklentilerde F-A ve yüksek eklentilerde C-A çubuğunu daha fazla etkilediği görülmektedir.

Çizelge 4.4. Bir ucu kütle eklentili nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve eklenti kütlesi değerlerine göre aksenal titreşimi için ilk üç mod titreşim frekansları

Sınır Şart	e_0a/L	Mod Sayısı	$m_a(\text{ng})$				
			0	10^{-12}	10^{-11}	10^{-10}	10^{-9}
C-A	0	1	0.14800	0.14512	0.12395	0.06177	0.02098
		2	0.44400	0.43539	0.38039	0.31032	0.29751
		3	0.74000	0.72572	0.65138	0.59945	0.59276
	0.1	1	0.14621	0.14343	0.12289	0.06164	0.02098
		2	0.40164	0.39523	0.35273	0.29474	0.28370
		3	0.58197	0.57494	0.53580	0.50577	0.50173
	0.2	1	0.14120	0.13869	0.11987	0.06125	0.02096
		2	0.32311	0.31975	0.29596	0.25915	0.25155
		3	0.39740	0.39515	0.38173	0.37040	0.36881
F-A	0	1	0.29600	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		2	0.59200	0.29025	0.25031	0.17322	0.15096
		3	0.88800	0.58055	0.51427	0.45383	0.44501
	0.1	1	0.28239	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		2	0.50127	0.27739	0.24192	0.17037	0.14906
		3	0.64622	0.49426	0.45141	0.40887	0.40238
	0.2	1	0.25063	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		2	0.36863	0.24712	0.22105	0.16258	0.14376
		3	0.41616	0.36581	0.34738	0.32684	0.32350

Çizelge 4.5. Bir ucu hem kütle hem de yay eklentili nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre, eklenti rijitliği ve kütlesi değerlerine göre aksenal titreşimi için ilk üç mod frekansları

Sınır Şart	e_0a/L	Mod Sayısı	$k_a = 10 \text{ nN/nm}$			$k_a = 100 \text{ nN/nm}$		
			$m_a = 10^{-12} \text{ ng}$	$m_a = 10^{-11} \text{ ng}$	$m_a = 10^{-10} \text{ ng}$	$m_a = 10^{-12} \text{ ng}$	$m_a = 10^{-11} \text{ ng}$	$m_a = 10^{-10} \text{ ng}$
C-A	0	1	0.17300	0.15123	0.07720	0.25327	0.24494	0.15692
		2	0.44640	0.38781	0.31068	0.51449	0.46125	0.31484
		3	0.73236	0.65396	0.59951	0.78476	0.68484	0.60001
	0.1	1	0.17090	0.14990	0.07703	0.24666	0.23961	0.15650
		2	0.40520	0.35966	0.29509	0.46007	0.42712	0.29918
		3	0.58021	0.53796	0.50581	0.61541	0.56748	0.50625
	0.2	1	0.16499	0.14610	0.07654	0.22867	0.22441	0.15525
		2	0.32773	0.30189	0.25945	0.35818	0.35075	0.26345
		3	0.39875	0.38334	0.37044	0.41228	0.40711	0.37079
F-A	0	1	0.06440	0.06068	0.04058	0.12600	0.12494	0.11138
		2	0.30629	0.26397	0.17510	0.38267	0.35639	0.20111
		3	0.58886	0.51854	0.45395	0.64862	0.81164	0.45515
	0.1	1	0.06437	0.06067	0.04058	0.12521	0.12419	0.11109
		2	0.29266	0.25515	0.17221	0.35974	0.34077	0.19830
		3	0.50132	0.45520	0.40898	0.54530	0.50172	0.41010
	0.2	1	0.06430	0.06062	0.04058	0.12285	0.12197	0.11017
		2	0.26057	0.23320	0.16435	0.30663	0.29962	0.19074
		3	0.37100	0.35040	0.32693	0.39106	0.38460	0.32792

Bir ucunda kütle eklentisi yer alan aksenal iki farklı aksenal çubuk modelinin eklenti kütlelerine göre ilk üç mod frekansları Çizelge 4.4'te sunulmuştur. Eklenti kütle frekansları düşüren bir faktördür. Genel olarak kütle eklentili çubuklarda bir ucu serbest olan modelin frekansları bir ucu tutulu olan modele göre daha fazla hesaplanmıştır. Ayrıca, F-A çubuk modeli için temel modda kütle eklentili çubuklar titreşim frekansı 0 THz'dir yani çubuk titreşim göstermemiştir. Öte yandan, yerel olmayan elastisitenin etkisi bir ucu serbest ve diğer ucu eklentili olan çubuk modelinde daha fazla olarak görülmektedir. Eklenti oranı yükseldikçe C-A çubuğunun frekansları oransal olarak daha fazla düşmektedir. Buna ek olarak farklı tipte eklentilerin aynı uçta bulunduğu çubuk modellerinin yerel olmayan aksenal titreşimi için ilk üç mod frekansları Çizelge 4.5'te sunulmaktadır.

Çizelge 4.6. Elastik ortama gömülmüş genel sınır şartlarındaki nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve elastik ortam rijitliği değerlerine göre aksenal titreşimi için ilk üç mod frekansları

Sınır Şart	e_0a/L	Mod Sayısı	$k_m(\text{nN/nm}^2)$			
			10	20	50	100
C-F	0	1	0.34982	0.47207	0.72406	1.01323
		2	0.54554	0.63094	0.83636	1.09629
		3	0.80503	0.86519	1.02468	1.24592
	0.1	1	0.34907	0.47151	0.76810	1.01296
		2	0.51165	0.60188	0.92349	1.07983
		3	0.66269	0.73460	1.13618	1.15905
	0.2	1	0.34700	0.46998	0.72370	1.01225
		2	0.45263	0.55258	0.81466	1.05315
		3	0.50833	0.59906	0.91709	1.07826
C-C	0	1	0.43369	0.53718	0.76296	1.04515
		2	0.67152	0.74257	0.86812	1.16413
		3	0.94288	0.99473	0.95915	1.33913
	0.1	1	0.42452	0.52980	0.72270	1.04138
		2	0.59308	0.67247	0.77895	1.12071
		3	0.71978	0.78648	0.81258	1.19261
	0.2	1	0.40409	0.51358	0.75178	1.03322
		2	0.48617	0.58037	0.79890	1.06799
		3	0.52313	0.61167	0.82192	1.08532

Elastik ortama gömülü ve eklentisiz sınır şartlı çubukların farklı yerel olmayan elastisite parametreleri altında ilk üç mod aksenal titreşim doğal frekanslarının elastik ortam parametresine göre değişimi Çizelge 4.6'da verilmiştir. Çizelge 4.1'de $L=20$ nm için verilen doğal titreşim frekansları göz önünde bulundurulduğunda elastik ortamın titreşim frekanslarını yükselttiği belirtilebilir çünkü elastik ortam nano yapının rijitliğini artırmaktadır. Genel olarak elastik ortam C-F çubuğunun frekanslarını daha fazla oranda artırmaktadır. Ayrıca elastik ortam parametresinin yüksek olduğu durumlarda yerel olmayan elastisitenin frekansları daha az oranda düşürdüğü ifade edilebilir.

Çizelge 4.7. Genel sınır koşullarına sahip nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve çubuk uzunluğu değerlerine göre eksenel titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları

Sınır Şart	e_0a/L	Mod Sayısı	Sonlu Eleman Analizi Sonuçları				
			$e=20$	$e=10$	$e=5$	$e=2$	$e=1$
C-F	0	1	0.14804	0.14815	0.14861	0.15183	0.16319
		2	0.44503	0.44812	0.46056	0.53039	-
		3	0.74477	0.75914	0.81597	-	-
	0.1	1	0.14624	0.14635	0.14680	0.14989	0.16080
		2	0.40240	0.40468	0.41377	0.46219	-
		3	0.58428	0.59114	0.61682	-	-
	0.2	1	0.14123	0.14133	0.14173	0.14451	0.15420
		2	0.32351	0.32469	0.32933	0.35222	-
		3	0.39814	0.40029	0.40799	-	-
C-C	0	1	0.29631	0.29722	0.30089	0.32639	-
		2	0.59444	0.60178	0.63126	-	-
		3	0.89624	0.92112	1.01530	-	-
	0.1	1	0.28266	0.28345	0.28663	0.30841	-
		2	0.50275	0.50716	0.52444	-	-
		3	0.64938	0.65866	0.69063	-	-
	0.2	1	0.25082	0.25137	0.25358	0.26829	-
		2	0.36921	0.37095	0.37755	-	-
		3	0.41700	0.41943	0.42734	-	-

Çizelge 4.8. Elastik ortama gömülmüş genel sınır şartlarındaki nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre değerlerine göre eksenel titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları ($k_m=100$ nN/nm²)

Sınır Şart	e_0a/L	Mod Sayısı	Sonlu Eleman Analizi Sonuçları				
			$e=20$	$e=10$	$e=5$	$e=2$	$e=1$
C-F	0	1	1.01323	1.01325	1.01331	1.01379	1.01556
		2	1.09671	1.09797	1.10310	1.13404	-
		3	1.24876	1.25738	1.29249	-	-
	0.1	1	1.01297	1.01299	1.01305	1.01350	1.01517
		2	1.08011	1.08097	1.08440	1.10379	-
		3	1.16022	1.16369	1.17694	-	-
	0.2	1	1.01226	1.01227	1.01233	1.01272	1.01415
		2	1.05327	1.05363	1.05507	1.06244	-
		3	1.07853	1.07933	1.08221	-	-
C-C	0	1	1.04524	1.04550	1.04654	1.05416	-
		2	1.16537	1.16913	1.18457	-	-
		3	1.34461	1.36132	1.42673	-	-
	0.1	1	1.04145	1.04166	1.04253	1.04873	-
		2	1.12137	1.12336	1.13126	-	-
		3	1.19433	1.19940	1.21725	-	-
	0.2	1	1.03326	1.03340	1.03394	1.03764	-
		2	1.06819	1.06880	1.07111	-	-
		3	1.08564	1.08657	1.08965	-	-

Nano ölçekli aksenal çubukların titreşim analizleri için buradan itibaren sonlu eleman analizi sonuçları ve tartışmaları verilecektir. Buna göre, ilk olarak nano ölçekli aksenal çubukların ilk üç mod yerel olmayan doğal titreşim frekansları, yerel olmayan sonlu elemanlar yöntemiyle hesaplanmış olup Çizelge 4.7’de farklı sonlu eleman sayıları için sunulmaktadır. Çizelge 4.1’de $L=20$ nm için verilen doğal titreşim frekansları göz önünde bulundurulduğunda sonlu elemanlar yönteminin hem yerel hem de yerel olmayan elastisite için elde edilen ve analitik olarak hesaplanmış olan doğal titreşim frekansları ile oldukça yüksek bir uyum yani yakınsaklık gösterdiği belirtilebilir. Genel olarak analitik ve sonlu elemanlar yöntemleri ile hesaplanan frekansların arasındaki uyumun yüksek sonlu eleman sayısı için daha yüksek olduğu ifade edilebilir. Bu yakınsaklık yüksek modlarda düşmektedir. Yüksek modlar için daha fazla sonlu eleman kullanımının yükselen sapmayı düşüreceği ifade edilmelidir. Ayrıca yerel olmayan elastisite ile elde edilen doğal titreşim frekansları karşılaştırıldığı zaman, yerel olmayan parametre arttıkça sonuçlar arasındaki uyumun arttığı görülmektedir. Ek olarak, düşük sonlu eleman sayılarında sistemin mekanik şartları nedeniyle yeterince serbest nokta bulunamadığından dolayı yüksek modlara ait frekanslar elde edilememektedir. Bu tür nano çubukların elastik ortama gömülü olması durumunda yerel olmayan sonlu elemanlar formülasyonu ile elde edilen sonuçlar ise $k_m=100$ nN/nm² için Çizelge 4.8’de listelenmiştir. Çizelge 4.6’da verilen sonuçlardan $k_m=100$ nN/nm² için elde edilenler ile ilgili çizelgedekiler incelenirse sonlu elemanlar formülasyonunun elastik ortamdaki yerel olmayan titreşim analizi için de başarılı sonuçlar verdiği gözlemlenmektedir.

Çizelge 4.9. Bir ucu yay eklentili nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre değerlerine göre aksenal titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları ($k_a=100$ nN/nm)

Sınır Şart	e_0a/L	Mod Sayısı	Sonlu Eleman Analizi Sonuçları				
			$e=20$	$e=10$	$e=5$	$e=2$	$e=1$
C-A	0	1	0.25429	0.25487	0.25721	0.27439	0.42112
		2	0.52089	0.52587	0.54623	0.75734	-
		3	0.80156	0.81957	0.89297	-	-
	0.1	1	0.24753	0.24808	0.25026	0.26628	0.41494
		2	0.46382	0.46746	0.48217	0.67137	-
		3	0.62158	0.63028	0.66337	-	-
	0.2	1	0.22923	0.22967	0.23147	0.24436	0.39792
		2	0.35926	0.36100	0.36778	0.53750	-
		3	0.41340	0.41593	0.42461	-	-
F-A	0	1	0.12614	0.12621	0.12649	0.12850	0.13609
		2	0.38574	0.38776	0.39597	0.45816	0.53754
		3	0.65961	0.66968	0.71109	0.81109	-
	0.1	1	0.12534	0.12541	0.12569	0.12767	0.13514
		2	0.36195	0.36367	0.37062	0.42107	0.51152
		3	0.55041	0.55649	0.58067	0.68997	-
	0.2	1	0.12297	0.12304	0.12331	0.12520	0.13232
		2	0.30756	0.30866	0.31304	0.34087	0.45446
		3	0.39218	0.39439	0.40265	0.53826	-

Çizelge 4.10. Bir ucu kütle eklentili nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre değerlerine göre eksenel titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları ($m_a = 10^{-12}$ ng)

Sınır Şart	e_0a/L	Mod Sayısı	Sonlu Eleman Analizi Sonuçları				
			$e=20$	$e=10$	$e=5$	$e=2$	$e=1$
C-A	0	1	0.14516	0.14526	0.14568	0.14857	0.15855
		2	0.43632	0.43912	0.45028	0.50854	-
		3	0.73004	0.74299	0.79298	-	-
	0.1	1	0.14347	0.14357	0.14396	0.14676	0.15635
		2	0.39593	0.39801	0.40627	0.44752	-
		3	0.57708	0.58342	0.60670	-	-
	0.2	1	0.13872	0.13881	0.13917	0.14169	0.15026
		2	0.32012	0.32122	0.32551	0.34560	-
		3	0.39584	0.39786	0.40502	-	-
F-A	0	1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		2	0.29053	0.29136	0.29467	0.31710	0.31726
		3	0.58275	0.58939	0.61562	0.63582	-
	0.1	1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		2	0.27763	0.27835	0.28124	0.30054	0.30068
		3	0.49562	0.49968	0.51537	0.52704	-
	0.2	1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		2	0.24729	0.24780	0.24982	0.26306	0.26315
		3	0.36636	0.36799	0.37413	0.37852	-

Çizelge 4.11. Bir ucu hem yay hem de kütle eklentili nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre değerlerine göre eksenel titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları ($k_a = 100$ nN/nm, $m_a = 10^{-12}$ ng)

Sınır Şart	e_0a/L	Mod Sayısı	Sonlu Eleman Analizi Sonuçları				
			$e=20$	$e=10$	$e=5$	$e=2$	$e=1$
C-A	0	1	0.25346	0.25403	0.25633	0.27320	0.40912
		2	0.51606	0.52079	0.54013	0.71364	-
		3	0.79027	0.80697	0.87384	-	-
	0.1	1	0.24684	0.24738	0.24953	0.26531	0.40345
		2	0.46125	0.46479	0.47908	0.63878	-
		3	0.61824	0.62671	0.65901	-	-
	0.2	1	0.22882	0.22926	0.23104	0.24382	0.38775
		2	0.35876	0.36048	0.36724	0.51825	-
		3	0.41315	0.41568	0.42439	-	-
F-A	0	1	0.12603	0.12610	0.12638	0.12838	0.13593
		2	0.38332	0.66121	0.39322	0.45309	0.51803
		3	0.65175	0.12530	0.69975	0.76931	-
	0.1	1	0.12523	0.12530	0.12558	0.12755	0.13498
		2	0.36029	0.36197	0.36877	0.41816	0.49439
		3	0.54727	0.55318	0.57666	0.65914	-
	0.2	1	0.12288	0.12294	0.12321	0.12510	0.13218
		2	0.30699	0.30808	0.31242	0.34025	0.44185
		3	0.39181	0.39402	0.40229	0.51921	-

Çizelge 4.12. Elastik ortama gömülmüş ve bir ucu eklentili nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre değerlerine göre aksenal titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları ($k_a = 100 \text{ nN/nm}$, $m_a = 10^{-12} \text{ ng}$, $k_m = 100 \text{ nN/nm}^2$)

Sınır Şart	e_0a/L	Mod Sayısı	Sonlu Eleman Analizi Sonuçları				
			$e=20$	$e=10$	$e=5$	$e=2$	$e=1$
C-A	0	1	1.02955	1.02965	1.03007	1.03325	1.05626
		2	1.11696	1.11877	1.12624	1.18553	-
		3	1.26339	1.27274	1.31079	-	-
	0.1	1	1.02846	1.02856	1.02895	1.03193	1.05481
		2	1.09649	1.09776	1.10299	1.14944	-
		3	1.17137	1.17545	1.19142	-	-
	0.2	1	1.02552	1.02560	1.02593	1.02836	1.05090
		2	1.06248	1.06304	1.06526	1.09780	-
		3	1.08319	1.08416	1.08764	-	-
F-A	0	1	1.00897	1.00898	1.00900	1.00918	1.00987
		2	1.06540	1.06595	1.06821	1.08635	1.09663
		3	1.18345	1.18796	1.20659	1.22747	-
	0.1	1	1.00891	1.00892	1.00894	1.00912	1.00980
		2	1.05917	1.05963	1.06153	1.07652	1.08815
		3	1.13516	1.13769	1.14797	1.16637	-
	0.2	1	1.00874	1.00875	1.00877	1.00894	1.00960
		2	1.04554	1.04583	1.04698	1.05545	1.07049
		3	1.07474	1.07554	1.07860	1.09930	-

Çizelge 4.9-11’de çeşitli uç eklentili nano çubuk modellerinin yerel olmayan sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanmış olan ilk üç mod yerel olmayan titreşim frekansları farklı boyutsuz yerel olmayan parametre değerleri için sunulmuştur. Çizelge 4.9, 4.10 ve 4.11’de verilmekte olan bu değerlerin analitik yöntemle karşılaştırılması için sırayla Çizelge 4.3, 4.4 ve 4.5’e bakılabilir. Genel olarak yerel olmayan sonlu elemanlar Formülasyonunun yay eklentili sistemlerde en fazla yakınsaklığı ortaya koyduğu ifade edilebilir. Kütle eklentili sistemler daha az yakınsaklığa sahiptir. Ayrıca yerel olmayan parametre değerleri için formülasyonun gayet yakınsak değerler verdiği tekrardan görülmektedir. Sonuç olarak yerel olmayan sonlu elemanlar Formülasyonunun nano ölçekli eklentili çubukların aksenal titreşiminde de başarılı olduğu ifade edilmelidir.

Bir ucu tutulu veya serbest olup diğer ucunda her iki eklentinin de var olması durumundaki nano ölçekli aksenal çubukların elastik ortam etkisindeki yerel olmayan titreşim analizi sonuçları Çizelge 4.12’de verilmektedir. Bu tip bir sistem modelinde analitik olarak geliştirilen çözümden netice alınamamıştır. Ancak, geliştirilen sonlu eleman tabanlı kodlar ile bir çözüm yapılmış olup çözümden elde edilen bulgular ilgili çizelgede verilmiştir. Genel olarak yerel olmayan sonlu elemanlar yöntemindeki başarı göz önüne alındığında, Çizelge 4.11 ve 12’de elde edilen değerlerin, herhangi bir sonlu eleman sayısı için birbiri ile karşılaştırılması yapılacak olursa aksenal elastik ortam genel olarak F-A çubuğunun frekanslarını daha fazla artırdığı, yerel olmayan parametrenin hem elastik ortamlı hem de elastik ortamsız durumda C-A çubuğunun frekanslarını daha fazla azaltmakta olduğu belirtilebilir.

Çizelge 4.13. SiCNT ile modellenmiş olan genel sınır koşullarına sahip nano çubuklarının farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve çubuk uzunluğu değerlerine göre burulma titreşimi için ilk üç mod frekansları

Sınır Şart	e_0a/L	Mod Sayısı	L (nm)				
			5	10	20	50	100
C-F	0	1	0.37146	0.18573	0.09286	0.03715	0.01857
		2	1.11437	0.55718	0.27859	0.11144	0.05572
		3	1.85728	0.92864	0.46432	0.18573	0.09286
	0.1	1	0.36696	0.18348	0.09174	0.07429	0.01835
		2	1.00805	0.50402	0.25201	0.14858	0.05040
		3	1.46064	0.73032	0.36516	0.22287	0.07303
	0.2	1	0.35438	0.17719	0.08859	0.03670	0.01772
		2	0.81095	0.40548	0.20274	0.10080	0.04055
		3	0.99741	0.49871	0.24935	0.14606	0.04987
C-C	0	1	0.74291	0.37146	0.18573	0.07088	0.03715
		2	1.48582	0.74291	0.37146	0.12581	0.07429
		3	2.22873	1.11437	0.55718	0.16219	0.11144
	0.1	1	0.70876	0.35438	0.17719	0.03544	0.03544
		2	1.25809	0.62905	0.31452	0.08110	0.06290
		3	1.62191	0.81095	0.40548	0.09974	0.08110
	0.2	1	0.62905	0.31452	0.15726	0.06290	0.03145
		2	0.92519	0.46259	0.23130	0.09252	0.04626
		3	1.04450	0.52225	0.26112	0.10445	0.05222

Çizelge 4.14. BNNT ile modellenmiş olan genel sınır koşullarına sahip eksenel nano çubukların farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve çubuk uzunluğu değerlerine göre burulma titreşimi için ilk üç mod frekansları

Sınır Şart	e_0a/L	Mod Sayısı	L (nm)				
			5	10	20	50	100
C-F	0	1	0.64225	0.32113	0.16056	0.06423	0.03211
		2	1.92676	0.96338	0.48169	0.19268	0.09634
		3	3.21127	1.60563	0.80282	0.32113	0.16056
	0.1	1	0.63447	0.31724	0.15862	0.06345	0.03172
		2	1.74293	0.87147	0.43573	0.17429	0.08715
		3	2.52547	1.26273	0.63137	0.25255	0.12627
	0.2	1	0.61273	0.30636	0.15318	0.06127	0.03064
		2	1.40216	0.70108	0.35054	0.14022	0.07011
		3	1.72454	0.86227	0.43114	0.17245	0.08623
C-C	0	1	1.28451	0.64225	0.32113	0.12845	0.06423
		2	2.56901	1.28451	0.64225	0.25690	0.12845
		3	3.85352	1.92676	0.96338	0.38535	0.19268
	0.1	1	1.22546	0.61273	0.30636	0.12255	0.06127
		2	2.17527	1.08763	0.54382	0.21753	0.10876
		3	2.80431	1.40216	0.70108	0.28043	0.14022
	0.2	1	1.08763	0.54382	0.27191	0.10876	0.05438
		2	1.59967	0.79983	0.39992	0.15997	0.07998
		3	1.80595	0.90298	0.45149	0.18060	0.09030

Buradan itibaren nano ölçekli çubukların yerel olmayan burulma titreşimi için doğal titreşim frekansı sonuçları sunulacak ve tartışılacaktır. İlk olarak Çizelge 4.13 ve 14’te sırayla SiCNT ve BNNT malzemeleriyle modellenmiş ve eklentisiz sınır şartlı çubukların farklı çubuk uzunluğu ve boyutsuz yerel olmayan parametre değerleri için yerel olmayan burulma titreşiminin ilk üç mod doğal frekansları verilmektedir. Eksenel titreşimde de olduğu gibi çubuk uzunluğunun doğal frekansları düşürdüğü görülmektedir. Her iki ucu tutulu nano çubuğun bir ucu tutulu ve diğer ucu serbest nano çubuktan daha fazla burulma frekanslarına sahip olduğu ifade edilebilir. Yerel olmayan parametre C-C çubuğunun frekanslarını C-F çubuğundan daha fazla oranda düşürmektedir. Yine bu parametrenin yüksek mod frekanslarını oransal olarak daha fazla düşürdüğü eklenebilir. Çizelge 4.1 ve 4.2 ile bahse konu çizelgelerin karşılaştırmaları yapıldığında burulma titreşimi frekanslarının eksenel titreşim frekanslarına göre daha düşük olduğu ifade edilebilir. Uzunluk artışının doğal frekansları düşürme oranı eksenel ve burulma titreşiminde birbirine eşittir ve bu durum hem klasik hem de yerel olmayan elastisite durumunda ortaktır. Son olarak BNNT malzemesi ile modellenmiş nano çubukların burulma frekanslarının SiCNT malzemesiyle modellenmiş olan nano çubuklara göre daha yüksek olarak hesaplandığı ifade edilebilir. BNNT malzemesinin SiCNT malzemesine göre, birim hacim ağırlığının düşük olmasının yanı sıra hem elastisite modülünün yüksek olması hem de Poisson oranının düşük olması bunun sebebidir.

Çizelge 4.15. Elastik ortama gömülmüş genel sınır şartlarındaki nano burulma çubuklarının farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve elastik ortam rijitliği değerlerine göre burulma titreşimi için ilk üç mod frekansları

Sınır Şart	e_0a/L	Mod Sayısı	$k_t(\text{nN})$			
			10	20	50	100
C-F	0	1	0.90133	1.27129	2.00686	2.83662
		2	0.93882	1.29814	2.02398	2.84875
		3	1.00964	1.35024	2.05778	2.87287
	0.1	1	0.90122	1.27121	2.00681	2.83658
		2	0.93128	1.29270	2.02049	2.84627
		3	0.96805	1.31943	2.03770	2.85851
	0.2	1	0.90090	1.27098	2.00667	2.83648
		2	0.91917	1.28400	2.01494	2.84234
		3	0.93057	1.29218	2.02016	2.84604
C-C	0	1	0.91557	1.28142	2.01330	2.84117
		2	0.97044	1.32119	2.03884	2.85933
		3	1.05557	1.38492	2.08071	2.88933
	0.1	1	0.91388	1.28021	2.01253	2.84063
		2	0.95011	1.30632	2.02924	2.85249
		3	0.98397	1.33115	2.04531	2.86394
	0.2	1	0.91022	1.27761	2.01087	2.83945
		2	0.92589	1.28882	2.01801	2.84451
		3	0.93379	1.29450	2.02165	2.84710

Çizelge 4.15’te nano ölçekli çubukların elastik ortama gömülü olması için farklı elastik ortam parametreleri için yerel olmayan burulma titreşimine dair ilk üç mod doğal frekans değerleri verilmiştir. Çizelge 4.13’te ilgili kısım incelendiğinde elastik ortamın burulma frekanslarını artırdığı görülmektedir. Eksenel titreşime benzer şekilde burulma

titreşiminde de elastik ortam parametresinin C-F çubuklarının frekanslarını daha fazla oranda artırdığı görülmektedir. Buna ek olarak elastik ortam parametresi arttıkça yerel olmayan parametrenin frekansları indirgemedeki etkisi azalmaktadır.

Çizelge 4.16. Genel sınır koşullarına sahip nano burulma çubuklarının farklı boyutsuz yerel olmayan parametre ve çubuk uzunluğu değerlerine göre burulma titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları

Sınır Şart	e_0a/L	Mod Sayısı	Sonlu Eleman Analizi Sonuçları				
			$e=20$	$e=10$	$e=5$	$e=2$	$e=1$
C-F	0	1	0.09289	0.09296	0.09325	0.09527	0.10240
		2	0.27924	0.28118	0.28898	0.33280	-
		3	0.46731	0.47633	0.51199	-	-
	0.1	1	0.09176	0.09183	0.09211	0.09405	0.10089
		2	0.25249	0.25392	0.25962	0.29001	-
		3	0.36661	0.37091	0.38702	-	-
	0.2	1	0.08862	0.08868	0.08893	0.09067	0.09676
		2	0.20299	0.20373	0.20664	0.22100	-
		3	0.24981	0.25116	0.25599	-	-
C-C	0	1	0.18592	0.18649	0.18880	0.20479	-
		2	0.37298	0.37759	0.39609	-	-
		3	0.56235	0.57796	0.63705	-	-
	0.1	1	0.17736	0.17785	0.17985	0.19351	-
		2	0.31545	0.31822	0.32906	-	-
		3	0.40746	0.41328	0.43334	-	-
	0.2	1	0.15738	0.15773	0.15911	0.16834	-
		2	0.23166	0.23276	0.23690	-	-
		3	0.26165	0.26317	0.26814	-	-

Çizelge 4.16’da nano ölçekli burulma çubuklarının yerel olmayan sonlu elemanlar formülasyonu kullanılarak ilk üç mod doğal titreşim frekansları sunulmuştur. Çizelge 4.13’te verilen analitik değerlerin ilgili kısmı incelendiği zaman yerel olmayan sonlu elemanlar formülasyonunun nano ölçekli çubukların burulma titreşiminde de başarılı sonuçlar verdiği anlaşılmaktadır. Yukardaki sonuçlara benzer olarak denilebilir ki:

En rijit sınır tutulu uç olduğu için en yüksek titreşim frekansları C-C çubuğu için hesaplanmıştır. En düşük frekanslar ise bir ucu serbest diğer ucu kütle eklentili çubuk eleman için hesaplanmaktadır. Çubuk uzunluğunun artışı frekansı düşüren bir faktördür. Yay eklentisi çubuk frekanslarını artırırken kütle eklentisi düşürür. Yay eklentisinin giderek yükselmesi ekli ucun rijitliğini tutulu uca yaklaştırır. Yerel olmayan elastisite parametresi çubuk frekanslarını düşürücü bir etkiye sahiptir. Mod sayısı yükseldikçe bu etki daha da açık bir şekilde görülür. Mod sayısı arttıkça elde edilen yani hesaplanan frekans değerleri artmakta ve boyut etkisi ile ilgili parametre arttıkça frekans değerleri azalmaktadır.

Çizelge 4.17. Bir ucu dönel yay eklentili nano burulma çubuklarının farklı boyutsuz yerel olmayan parametre değerlerine göre burulma titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları ($k_a = 10^{18}$ nN-nm)

Sınır Şart	e_0a/L	Mod Sayısı	Sonlu Eleman Analizi Sonuçları				
			$e = 20$	$e = 10$	$e = 5$	$e = 2$	$e = 1$
C-A	0	1	0.12282	0.12298	0.12365	0.12850	0.15014
		2	0.29285	0.29509	0.30417	-	-
		3	0.47592	0.48546	0.52354	-	-
	0.1	1	0.12109	0.12126	0.12190	0.12662	0.14794
		2	0.26463	0.26632	0.27310	-	-
		3	0.37325	0.37791	0.39563	-	-
	0.2	1	0.11624	0.11639	0.11699	0.12134	0.14187
		2	0.21226	0.21318	0.21682	-	-
		3	0.25400	0.25553	0.26116	-	-
F-A	0	1	0.05347	0.05348	0.05354	0.05393	0.05538
		2	0.20494	0.20571	0.20882	0.23160	0.23441
		3	0.38353	0.38855	0.40885	-	-
	0.1	1	0.05340	0.05342	0.05347	0.05386	0.05532
		2	0.19529	0.19597	0.19870	0.21862	0.22174
		3	0.32424	0.32732	0.33952	-	-
	0.2	1	0.05320	0.05322	0.05327	0.05366	0.05514
		2	0.17267	0.17317	0.17515	0.18943	0.19356
		3	0.23772	0.23899	0.24392	-	-

Çizelge 4.18. Bir ucu dönel kütle eklentili nano burulma çubuklarının farklı boyutsuz yerel olmayan parametre değerlerine göre burulma titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları ($I_a = 10^{-5}$ nN-nm-s²)

Sınır Şart	e_0a/L	Mod Sayısı	Sonlu Eleman Analizi Sonuçları				
			$e = 20$	$e = 10$	$e = 5$	$e = 2$	$e = 1$
C-A	0	1	0.04253	0.04253	0.04254	0.04257	0.04267
		2	0.19699	0.19760	0.20004	0.21607	-
		3	0.37883	0.38350	0.40212	-	-
	0.1	1	0.04242	0.04242	0.04243	0.04246	0.04256
		2	0.18689	0.18741	0.18949	0.20294	-
		3	0.31896	0.32174	0.33250	-	-
	0.2	1	0.04210	0.04210	0.04211	0.04214	0.04223
		2	0.16393	0.16428	0.16567	0.17443	-
		3	0.23304	0.23412	0.23817	-	-
F-A	0	1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		2	0.11190	0.11199	0.11235	0.11480	0.12152
		3	0.28691	0.28890	0.29686	0.33775	-
	0.1	1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		2	0.10995	0.11004	0.11038	0.11269	0.11903
		3	0.25812	0.25956	0.26529	0.29327	-
	0.2	1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
		2	0.10465	0.10473	0.10502	0.10701	0.11239
		3	0.20588	0.20661	0.20946	0.22244	-

Çizelge 4.19. Elastik ortama gömülmüş ve bir ucu eklentili nano çubuklarının farklı boyutsuz yerel olmayan parametre değerlerine göre burulma titreşimi için sonlu elemanlar formülasyonu ile hesaplanan ilk üç mod frekansları ($k_a = 10^{18}$ nN-nm, $I_a = 10^{-5}$ nN-nm-s², $k_t = 100$ nN)

Sınır Şart	e_0a/L	Mod Sayısı	Sonlu Eleman Analizi Sonuçları				
			$e=20$	$e=10$	$e=5$	$e=2$	$e=1$
C-A	0	1	0.06212	0.06212	0.06214	0.06225	0.06256
		2	0.19770	0.19831	0.20074	0.21666	-
		3	0.37893	0.38360	0.40222	-	-
	0.1	1	0.06196	0.06196	0.06198	0.06209	0.06240
		2	0.18757	0.18809	0.19015	0.20350	-
		3	0.31905	0.32182	0.33258	-	-
	0.2	1	0.06148	0.06148	0.06150	0.06161	0.06192
		2	0.16453	0.16488	0.16626	0.17493	-
		3	0.23311	0.23418	0.23823	-	-
F-A	0	1	0.03820	0.03821	0.03821	0.03828	0.03851
		2	0.11535	0.11544	0.11579	0.11817	0.12439
		3	0.28714	0.28913	0.29709	0.33786	-
	0.1	1	0.03820	0.03820	0.03821	0.03827	0.03850
		2	0.11335	0.11343	0.11377	0.11602	0.12185
		3	0.25833	0.25977	0.26550	0.29336	-
	0.2	1	0.03818	0.03818	0.03819	0.03826	0.03849
		2	0.10793	0.10801	0.10830	0.11022	0.11510
		3	0.20605	0.20678	0.20963	0.22251	-

Eklentili sınır şartlara sahip nano ölçekli burulma çubuklarının ilk üç mod yerel olmayan titreşimi için ilk üç mod frekansları sadece yay eklentisi için Çizelge 4.17’de, sadece disk (dönel ataletli kütle) eklentisi için Çizelge 4.18’de ve son olarak hem iki eklentinin bir arada bulunması hem de elastik ortamın var olması durumu için Çizelge 4.19’da verilmektedir. Eklentinin varlığının devreye girdiği problemlerde elastik ortam yokken analitik çözüm için geliştirilen program kodlarından sonuç almak zordur ancak uzun süreçler sonunda netice alınmış ve eksenel titreşim için ilgili çizelgelerde sunulmuştur. Elastik ortamın devreye girdiği durum içinse program kodlarından sonuç alınamamıştır. Bu nedenle burulma çubuklarında eklenti ve elastik ortam durumları için sadece yerel olmayan sonlu eleman yöntemleriyle sonuçlar verilmiştir. Sonlu elemanlar sonuçlarının bu tez kapsamında daha önceden verilen analizler neticesinde tespit edilmiş olan yüksek başarısına istinaden Çizelge 4.17 ve 4.18’de elde edilen sonuçların Çizelge 4.13 de göz önüne alındığında mantıklı olduğu belirtilebilir. Genel olarak burulma yayı eklentisi frekansları yükseltmekte ve disk eklentisi düşürmektedir. Yerel olmayan parametre yay eklentili çubuklarda C-A çubuğunun frekanslarını daha fazla düşürürken disk eklentili elemanlarda F-A çubuğunun frekanslarını daha fazla indirgemektedir. Buna ek olarak, Çizelge 4.19’da elde edilen sonuçlar incelendiğinde yerel olmayan parametre C-A çubuğunun frekanslarını F-A çubuğuna göre daha fazla azaltmaktadır.

5. SONUÇLAR

Günümüzün klasik sektörlerinin uygulamaları incelendiğinde, nano ve mikro ölçekli malzemeler, günümüzün gelişmiş teknolojisiyle üretilen mal, ürün ve hizmet uygulamalarında önemli bir kullanım spektrumuna sahiptir. Karbon nanotüp, silika karpit nanotüp, bor nitrür nanotüp, çinko oksit nanotel, grafen gibi boyutları atomik ölçeklerle ifade edilen malzemelerden imal edilen bu uygulamaların dış etmenleri karşılayacak bir tasarımının yapılması oldukça önemli bir husustur. Tasarımın yapılabilmesi için mekanik davranışın anlaşılması, bunun öncesinde malzemenin yapısal davranışını doğru ifade eden bir mekanik modelin kurulması gerekmektedir. Daha açık bir ifadeyle, doğru bir mekanik model yapının mekanik davranışının hangi formülasyonları temel alacağını ifade etmektedir.

Nanotüp şeklindeki yapıların çubuk gibi bir sürekli mekanik modeli kurulabilir ve bu yaklaşım doğrudur. Ancak “doğru bir mekanik model” kavramı gereğince bir de yapının mekanik davranışını ifade eden denklemler belirlenmelidir. Deneysel çalışmalardan elde edilen sonuçların, atomik ölçekli malzemelerin mekanik modellerini klasik elastisite formülasyonları ile ifade etmenin doğru olamayacağını göstermiştir. Atomik ölçekli malzemelerin mekanik modelleri için boyut etkisini de gözetilen sürekli ortam formülasyonlarının bu sorunu ortadan kaldırdığı, çeşitli bilim adamlarının yaptığı çalışmalarla anlaşılmıştır.

Yerel olmayan elastisite teorisi atomik ölçekli yapının boyut etkisine dayanan bir sürekli ortam teorisidir. Bu teori kullanılarak atomik ölçekli yapıların mekanik analizleri üzerinde çeşitli çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Bu tez çalışmasında da, iki farklı tipte nanotüp malzemesi aksenal ve burulma çubuğu olarak modellenmiş olup yerel olmayan elastisite teorisine dayalı serbest titreşim analizleri yapılmıştır. Her iki ucu tutulu veya bir ucu tutulu ve diğer ucu serbest çubuk modellerinin yanı sıra çubuğun bazı eklentilere sahip olduğu durumlar ele alınmıştır. Kesin yani analitik çözüme uygun durumlar için titreşim frekansları sunulmuş olup analitik çözümün yetersiz geldiği durumlar için boyut etkisine dayanan bir sonlu eleman formülasyonu bu çalışma kapsamında geliştirilmiş olup bu formülasyon kullanılarak da bazı titreşim analizi sonuçları sunulmuştur.

Tez kapsamında verilen sayısal sonuçlar ve onların tartışmaları göz önüne alındığında önemli olduğu düşünülen bazı sonuçlara varılmış olup bunlar aşağıda maddeler halinde verilmiştir:

1. En rijit sınır tutulu uç olduğu için en yüksek titreşim frekansları C-C çubuğu için hesaplanmıştır. En düşük frekanslar ise bir ucu serbest diğer ucu kütle eklentili çubuk eleman için hesaplanmaktadır.
2. Çubuk uzunluğunun artışı frekansı düşüren bir faktördür.
3. Yay eklentisi çubuk frekanslarını artırırken kütle eklentisi düşürür. Yay eklentisinin giderek yükselmesi ekli ucun rijitliğini tutulu uca yaklaştırır.
4. Yerel olmayan elastisite parametresi çubuk frekanslarını düşürücü bir etkiye sahiptir. Mod sayısı yükseldikçe bu etki daha da açık bir şekilde görülür.

5. Elastik ortam parametresi frekansları yükseltir. Bu parametrenin arttığı durumda atomik parametrenin frekanslar üzerindeki etkisi azalmaktadır.
6. Atomik parametrenin etkisinin yüksek uzunluklarda azaldığı görülmüştür. Zira uzunluk artışı durumunda yapı makro yapıya yaklaşır ve boyut etkisi önemini yitirmeye başlar.
7. Atomik parametre en çok her iki ucu tutulu ve en az bir ucu serbest diğer ucu kütle eklentili çubuk modelinin frekanslarını azaltmaktadır.
8. Sonlu elemanlar formülasyonunun yerel olmayan titreşim analizinde oldukça başarılı olduğu görülmektedir. Genel olarak mod sayısının yükselmesi analitik ve sonlu elemanlar ile hesaplanan frekanslar arasındaki farklılığı artırır ancak yerel olmayan parametrenin artışı bahsedilen bu farklılığı azaltır. Farklılığın daha da düşürülmesi için sonlu eleman sayısının artırıldığı bir analiz yapılması gerekmektedir.
9. Malzeme bakımından sonuçlar ele alındığında, BNNT malzemesinde SiCNT malzemesine göre, rijitliği ifade eden elastisite modülü daha yüksek ve harekete karşı ataleti ifade eden birim hacim ağırlığı daha düşük olduğundan dolayı titreşim frekansları daha yüksek hesaplanmıştır.

Tez kapsamında elde edilen sonuçların, ilerleyen dönemlerde gerçekleştirilebilecek yayın çalışmaları ile, genel olarak BNNT ve SiCNT malzemeleri kullanılarak imal edilen NEMS/MEMS uygulamalarının mekanik davranışlarının anlaşılmasına ve tasarım problemlerinin çözülmesine ışık tutacağı düşünülmektedir.

6. KAYNAKLAR

- Adhikari, S., Murmu, T. and McCarthy, M.A. 2013. Dynamic finite element analysis of axially vibrating nonlocal rods. *Finite Elements in Analysis and Design*, 630: 42-50.
- Adhikari, S., Murmu, T. and McCarthy, M.A. 2014. Frequency domain analysis of Nonlocal rods embedded in an elastic medium. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 59: 33-40.
- Alshorbagy, A.E., Eltahir, M.A. and Mahmoud, F.F. 2013. Static analysis of nanobeams using nonlocal FEM. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 27(7): 2035-2041.
- Anonim 1: Grafen nedir, nerelerde kullanılır? Özellikleri nelerdir? <https://www.milliyet.com.tr/ekonomi/grafen-nedir-nerelerde-kullanilir-ozellikleri-nelerdir-6243562> [Son erişim tarihi: 04.05.2020].
- Anonymous 1: Size of the nanoscale. <https://introtonanotechnology.weebly.com/the-nanoscale.html> [Son erişim tarihi: 04.05.2020].
- Anonymous 2: Nanotechnology. <https://en.wikipedia.org/wiki/Nanotechnology> [Son erişim tarihi: 06.05.2020].
- Anonymous 3: <https://tr.m.wikipedia.org/wiki/Dosya:AFMsetup.jpg> [Son erişim tarihi: 10.05.2020].
- Anonymous 4: Carbon Nanotube Fet. https://www.pngkit.com/view/u2r5i1t4a9u2i1e6_carbon-nanotube-fet/ [Son erişim tarihi: 16.05.2020].
- Anonymous 5: <https://glossary.periodni.com/glossary.php?en=allotrope> [Son erişim tarihi: 18.05.2020].
- Anonymous 6: <https://dplpng.com/png/7057526> [Son erişim tarihi: 18.05.2020].
- Anonymous 7: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/books/NBK551597/figure/fig-2-01/> [Son erişim tarihi: 19.05.2020].
- Anonymous 8: https://www.physik.uni-muenchen.de/lehre/vorlesungen/sose_16/nanophysik/vorlesung/20_Carbon-nanotubes.pdf [Son erişim tarihi: 19.05.2020].
- Anonymous 9: Boron Nitride Nanotubes and Nanosheets - Introduction and Recent Advances. <https://www.azonano.com/article.aspx?ArticleID=2516> [Son erişim tarihi: 19.05.2020].
- Anonymous 10: <https://eng.thesaurus.rusnano.com/wiki/article503> [Son erişim tarihi: 20.05.2020].
- Anonymous 11: <https://www.sciencedaily.com/releases/2013/02/130214075439.htm> [Son erişim tarihi: 20.05.2020].
- Anonymous 12: <https://www.americanelements.com/boron-nitride-nanotubes-10043-11-5> [Son erişim tarihi: 14.08.2020].
- Arda, M. and Aydogdu, M. 2014. Torsional statics and dynamics of nanotubes embedded

- in an elastic medium. *Composite Structures*, 114: 80-91.
- Aydogdu, M. 2012. Axial vibration analysis of nanorods (carbon nanotubes) embedded in an elastic medium using nonlocal elasticity. *Mechanics Research Communications*, 43: 34-40.
- Aydogdu, M. 2009. Axial vibration of the nanorods with the nonlocal continuum rod model. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 41(5): 861-864.
- Benzair, A., Tounsi, A., Besseghier, A., Heireche, H., Moulay, N and Boumia, L. 2008. The thermal effect on vibration of single-walled carbon nanotubes using nonlocal Timoshenko beam theory. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 41(22): 225404.
- Ch, N. and Paily, R.P. 2013. High sensitivity microbridge for molecular sensing applications, International Conference on Design and Manufacturing (Icondm2013), 64, 234-243.
- Chang, H., Lee, D.H., Kim, H.S., Park, J and Lee, B.Y. 2018. Facile fabrication of self-assembled ZnO nanowire network channels and its gatecontrolled UV detection. *Nanoscale Research Letters*, 13: 413.
- Civalek, Ö. and Demir, C. 2016. A simple mathematical model of microtubules surrounded by an elastic matrix by nonlocal finite element method. *Applied Mathematics and Computation*, 289: 335-352.
- Civalek, Ö. and Demir, Ç. 2011. Bending analysis of microtubules using Nonlocal Euler–Bernoulli beam theory. *Applied Mathematical Modelling*, 35(5): 2053-2067.
- Civalek, Ö. and Numanoglu, H.M. 2020. Nonlocal finite element analysis for axial vibration of embedded love–bishop nanorods, *International Journal of Mechanical Sciences*, 188: 105939.
- Civalek, O., Uzun, B., Yaylı, M.O. and Akgöz, B. 2020. Size-dependent transverse and longitudinal vibrations of embedded carbon and silica carbide nanotubes by nonlocal finite element method. *European Physical Journal Plus*, 135: 381.
- Çayırılı, M. 2020. Nano boyutlu kirişlerin boyut etkisine bağlı eğilme analizi. Yüksek Lisans Tezi, Akdeniz Üniversitesi, Antalya, 78 sf.
- Demir, Ç. and Civalek, Ö. 2013. Torsional and longitudinal frequency and wave response of microtubules based on the nonlocal continuum and nonlocal discrete models. *Applied Mathematical Modelling*, 37(22): 9355-9367.
- Demir, Ç. and Civalek, Ö. 2017. A new nonlocal FEM via Hermitian cubic shape functions for thermal vibration of nano beams surrounded by an elastic matrix. *Composite Structures*, 168: 872-884.
- Eltaher, M.A., Alshorbagy, A.E. and Mahmoud, F.F. 2013. Vibration analysis of Euler–Bernoulli nanobeams by using finite element method. *Applied Mathematical Modelling*, 37(7): 4787-4797.
- Eltaher, M.A., Emam, S.A. and Mahmoud, F.F. 2012. Free vibration analysis of functionally graded size-dependent nanobeams. *Applied Mathematics and Computation*, 218(14): 7406-7420.
- Eltaher, M.A., Khairy, A., Sadoun, A.M. and Omar, F.A. 2014. Static and buckling analysis of functionally graded Timoshenko nanobeams. *Applied Mathematics*

- and Computation*, 229: 283-295.
- Eltaher, M.A., Samir, A.E. and Mahmoud, F.F. 2013. Static and stability analysis of nonlocal functionally graded nanobeams. *Composite Structures*, 96: 82-88.
- Eringen, A.C. 1976. *Continuum Physics*. Academic Press, London, 274 p.
- Eringen, A.C. 2002. *Nonlocal Continuum Field Theories*. Springer-Verlag, New York, 376 p.
- Eringen, A.C. and Edelen, D.G.B. 1972. On nonlocal elasticity. *International Journal of Engineering Science*, 10(3): 233-248.
- Eringen, A.C. 1972a. Nonlocal polar elastic continua. *International Journal of Engineering Science*, 10(1): 1-16.
- Eringen, A.C. 1972b. Linear theory of nonlocal elasticity and dispersion of plane waves. *International Journal of Engineering Science*, 10(5): 425-435.
- Eringen, A.C. 1972c. On nonlocal fluid mechanics. *International Journal of Engineering Science*, 10(6): 561-575.
- Eringen, A.C. 1977. Screw dislocation in non-local elasticity. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 10(3): 671.
- Eringen, A.C. and Kim, B.S. 1977. Relation between nonlocal elasticity and lattice-dynamics. *Crystal Lattice Defects*, 7(2): 51-57.
- Eringen, A.C. 1983. On differential equations of non local elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves. *Journal of Applied Physics*, 54: 4703.
- Gonzalez-Castilla, S., Olivares, J., Clement, M., Iborra, E., Sangrador, J., Malo, J. and Izpura, J.I. 2008. Electrical detection of the mechanical resonances in AIN-actuated microbridges for mass sensing applications, *Applied Physics Letters*, 92(18): 183506.
- Guo, S.-Q. and Yang, S.-P. 2012. Axial vibration analysis of nanocones based on nonlocal elasticity theory. *Acta Mechanica Sinica*, 28(3): 801–807.
- Halford, B. 2011. A nanocar with four-wheel drive. <https://cen.acs.org/articles/89/i46/Nanocar-Four-Wheel-Drive.html> [Son erişim tarihi: 16.05.2020].
- Hsu, J.-C., Lee, H.-L. and Chang, W.-J. 2011. Longitudinal vibration of cracked nanobeams using nonlocal elasticity theory. *Current Applied Physics*, 11(6): 1384-1388.
- Iijima, S. 1991. Helical microtubules of graphitic carbon. *Nature*, 354: 56-58.
- Iijima, S. and Ichihashi, T. 1993. Single-shell carbon nanotubes of 1-nm diameter. *Nature*, 363: 603-605.
- Islam, Z. M., Jia, P. and Lim, C.W. 2014. Torsional wave propagation and vibration of circular nanostructures based on nonlocal elasticity theory. *International Journal of Applied Mechanics*, 6(2): 1450011.
- Işık, Ç. 2018. Nano ölçekli mekanik sistemlerin modellenmesinde yerel olmayan sonlu eleman formülasyonu. Doktora tezi, Akdeniz Üniversitesi, Antalya, 143 s.

- Karlicic, D.Z., Ayed, S. and Flaieh, E. 2018. Nonlocal axial vibration of the multiple Bishop nanorod system. *Mathematics and Mechanics of Solids*, 24(6): 1668-1691.
- Kutlu, E. 2013. Nanoölçekte bilim. <https://www.kuark.org/2013/06/nanoolcekte-bilim/> [Son erişim tarihi: 12.05.2020].
- Li, X.-F., Shen, Z.B. and Lee, K.Y. 2017. Axial wave propagation and vibration of nonlocal nanorods with radial deformation and inertia. *ZAMM Journal of Applied Mathematics and Mechanics: Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 97(5): 602-616.
- Lim, C.W., Yang, Q. and Zhang, J.-B. 2012. Thermal buckling of nanorod based on non-local elasticity theory. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 47(5): 496-505
- Menon, M., Richter, E. and Andriotis, A.N. 2004. Structure and stability of SiC nanotubes. *Physical Review B*, 69: 115322.
- Murmu, T. and Adhikari, S. 2011. Nonlocal vibration of carbon nanotubes with attached buckyballs at tip. *Mechanics Research Communications*, 38(1): 62-67.
- Murmu, T., Adhikari, S. and Wang, C.Y. 2011. Torsional vibration of carbon nanotube–buckyball systems based on nonlocal elasticity theory. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 43(6): 1276-1280.
- Murmu, T. and Pradhan, S.C. 2008. Thermo-mechanical vibration of a single-walled carbon nanotube embedded in an elastic medium based on nonlocal elasticity theory. *Computational Materials Science*, 46(4): 854-859.
- Numanoğlu, H.M. 2017. Nanoyapıların kiriş ve çubuk modellerinin yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak titreşim analizi. Bitirme Tezi, Akdeniz Üniversitesi (yayınlanmamış), Antalya, 193 sf.
- Numanoğlu, H.M. 2019. Nano ölçekli sürekli ve ayrık sistemlerin yerel olmayan sonlu elemanlar formülasyonu (NL–FEM) ile dinamik analizi. Yüksek Lisans Tezi, Akdeniz Üniversitesi, Antalya, 280 sf.
- Numanoğlu, H.M., Akgöz, B. and Civalek, Ö. 2018. On dynamic analysis of nanorods. *International Journal of Engineering Science*, 130: 33-50.
- Numanoğlu, H.M. and Civalek, Ö. 2019a. On the torsional vibration of nanorods surrounded by elastic matrix via nonlocal FEM, *International Journal of Mechanical Sciences*, 161–162: 105076.
- Numanoğlu, H.M. and Civalek, Ö. 2019b. On the dynamics of small-sized structures, *International Journal of Engineering Science*, 145: 103164.
- Petrushenko, I.K. and Petrushenko, K.B. Mechanical Mechanical properties of carbon, silicon carbide, and boron nitride nanotubes: effect of ionization. *Monatshefte für Chemie-Chemical Monthly*, 146(10): 1603-1608.
- Pradhan, S.C. 2012. Nonlocal finite element analysis and small scale effects of CNTs with Timoshenko beam theory. *Finite Elements in Analysis and Design*, 50: 8-20.
- Pradhan, S.C. and Mandal, U. 2013 Finite element analysis of CNTs based on nonlocal elasticity and Timoshenko beam theory including thermal effect. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 53: 223-232.

- Rao, S.S. 2019. *Vibration of Continuous Systems*. Wiley, 802 p.
- Reddy, J.N. 2007. Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams. *International Journal of Engineering Science*, 45(2-8): 288-307.
- Reddy, J.N. and Pang, S.D. 2008. Nonlocal continuum theories of beams for the analysis of carbon nanotubes. *Journal of Applied Physics*, 103: 023511.
- Saru, M.C. 2020. Karbon nanotüp takviyeli kompozit plakların serbest titreşimi. Yüksek Lisans Tezi, Akdeniz Üniversitesi, Antalya, 96 sf.
- Schutz, E. 2018. Unlocking the full potential of graphene. <https://chembites.org/2018/12/13/unlocking-the-full-potential-of-graphene/> [Son erişim tarihi: 10.05.2020].
- Sudak, L.J. 2003. Column buckling of multiwalled carbon nanotubes using nonlocal continuum mechanics. *Journal of Applied Physics*, 94(11): 7281-7287.
- Tepe, A. 2007. Nanoteknolojide nano ölçekteki yapıların yerel olmayan elastisite çerçevesinde incelenmesi. Doktora tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, 100 s.
- Thai, H.T. 2012. A nonlocal beam theory for bending, buckling and vibration of nanobeams. *International Journal of Engineering Science*, 52: 56-64.
- Wang, Q. and Liew, K.M. 2007. Application of nonlocal continuum mechanics to static analysis of micro- and nano-structures. *Physics Letters A*, 363(3): 236-242.
- Zhou, Q., Wen, J.Z., Zhao, P. and Anderson, W.A. 2017. Synthesis of vertically-aligned zinc oxide nanowires and their application as a photocatalyst. *Nanomaterials*, 7: 9.

ÖZGEÇMİŞ

BÜLENT CANGİR

E-mail:bulent.cangir@gmail.com



ÖĞRENİM BİLGİLERİ

Doktora 2009-2021	Akdeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği ABD, Antalya
Yüksek Lisans 2005-2008	Akdeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği ABD, Antalya
Lisans 1996-2001	Gaziantep Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Gaziantep

MESLEKİ VE İDARİ GÖREVLER

Etüt ve Proje Müdürü 2014-Devam Ediyor	Konyaaltı Belediyesi Etüd ve Proje Müdürlüğü, Konyaaltı, Antalya
Araştırma Görevlisi 2005-2014	Akdeniz Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Böl., Antalya