T.C.

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ

MEKÂNSAL LİNEER MODELLERİN MATEMATİKSEL YAPISININ İNCELENMESİ VE FİYAT MODELLEMESİ ÜZERİNE BİR UYGULAMA

Parvana MAMMADLİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK

ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS

EYLÜL 2022

ANTALYA

T.C.

AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ

MEKÂNSAL LİNEER MODELLERİN MATEMATİKSEL YAPISININ İNCELENMESİ VE FİYAT MODELLEMESİ ÜZERİNE BİR UYGULAMA

Parvana MAMMADLİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK

ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS

EYLÜL 2022

ANTALYA

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MEKÂNSAL LİNEER MODELLERİN MATEMATİKSEL YAPISININ İNCELENMESİ VE FİYAT MODELLEMESİ ÜZERİNE BİR UYGULAMA

Parvana MAMMADLİ

MATEMATİK

ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Bu tez 22/09/2022 tarihinde jüri tarafından Oybirliği / ~~Oyçokluğu~~ ile kabul edilmiştir.

Dr. Öğretim Üyesi Füsun YALÇIN (Danışman)

Prof. Dr. Özkan ÖCALAN

Prof. Dr. Murat Alper BAŞARAN

ÖZET

MEKÂNSAL LİNEER MODELLERİN MATEMATİKSEL YAPISININ İNCELENMESİ VE FİYAT MODELLEMESİ ÜZERİNE BİR UYGULAMA

Parvana MAMMADLİ

Yüksek Lisans Tezi, Matematik Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Füsun Yalçın

Eylül 2022; 52 sayfa

Gelişen bilgisayarlar ve coğrafi bilgi sistemlerinin giderek daha yaygın kullanılması mekânsal araştırmaların kullanımını artırmıştır. Mekânsal araştırmalar, veriye konum (verinin bulunduğu yerin koordinatları) özelliklerinin eklenmesi ile oluşturulmaktadır ve araştırmacıların çalışmalarına farklı bir bakış açısı getirmelerini sağlamaktadır. Mekânsal araştırmaların temelinde mekânsal matematiksel modeller kullanılmaktadır. En yaygın kullanılan matematik modellerinin temelinde lineer denklemler vardır. Bu tezin araştırma konusu mekânsal lineer denklemleri tanımlayarak araştırmak ve analiz etmektir. Bu kapsamda mekânsal veri yapılarını, algoritmalarını ve prosedürleri incelenmiş örnek bir veri seti üzerinde mekânsal modellemeler çalışılmıştır. Tezin uygulama kısmında Paris merkezde bulunan 4 ve 5 yıldızlı otellerin oda-kahvaltı, konaklama fiyatları ve otel özellikleri verisi oluşturulmuş ve incelenmiştir. En küçük kareler modeli ve en uygun model olarak seçilen mekânsal gecikme modeli sonuçları incelenmiş ve karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak konumlar dahil edildiğinde mekânsal gecikme modeli en küçük kareler modeline göre daha iyi sonuçlar vermiştir.

ANAHTAR KELİMELER: Mekânsal Lineer modeller, Lineer Denklem Sistemi, Matematiksel modelleme, Paris

JÜRİ: Dr. Öğr. Üyesi Füsun YALÇIN

Prof. Dr. Özkan ÖCALAN

Prof. Dr. Murat Alper BAŞARAN

ABSTRACT

ANALYSIS OF THE MATHEMATICAL STRUCTURE OF SPATIAL LINEAR MODELS AND AN APPLICATION ON PRICE MODELING

Parvana MAMMADLİ

MSc Thesis in MATHEMATICS

Supervisor: Asst. Prof. Dr. Füsun YALÇIN

September 2022; 52 pages

The widespread using of developing computers and geographic information systems has increased the use of spatial research. Spatial studies are created by adding location (coordinates of the place where the data is located) features to the data and enable researchers to bring a different perspective to their studies. Spatial mathematical models are used on the basis of spatial research. The most widely used mathematical models are based on linear equations. The research topic of this thesis is to define, investigate and analyze spatial linear equations. In this context, spatial data structures, algorithms and procedures were examined and spatial models were studied on a sample data set. In the application part of the thesis, data on bed and breakfast, accommodation prices and hotel features of 4 and 5 star hotels in the center of Paris were created and examined. The results of the least squares model and the spatial delay model chosen as the most appropriate model were examined and compared. As a result, when locations are included, the spatial delay model gave better results than the least squares model.

KEYWORDS: Spatial Linear models, System of Linear Equations, Mathematical modelling, Paris

COMMITTEE: Asst. Prof. Dr. Füsun YALÇIN

Prof. Dr. Özkan ÖCALAN

Prof. Dr. Murat Alper BAŞARAN

ÖNSÖZ

Turizm sektörünün hızlı bir şekilde büyümesinden kaynaklı, bu sektörle ilgili verileri istatistik metotları ile incelemek ilgimi çektiğinden tez konumu bunun üzerine seçmeye karar verdim. Bu konuyu matematiksel modellemeyle bütünleştirmek literatür için bir kaynak oluşturacaktır. Çalışma sırasında matematiksel modelleme, lineer denklem sistemleri, mekânsal veri, mekânsal modelleme konularına değinmek yüksek lisans eğitimim süresince ilgi alanlarımı genişletti. İnternet sitesi üzerinden 45000 veriyi toplamak zor bir süreç olduğu gibi, bir o kadar da keyifliydi.

Bu çalışma sayesinde 2 farklı alan için ortak bir konuda istatistiksel analizler yapma şansı yakaladım. Yaptığım bu tez çalışmasının ileriye dönük yapılacak çalışmalara katkı sağlayacağını düşünüyorum.

Çalışmamın her aşamasında bana destek olan, bilgisini esirgemeyen sayın hocam Dr. Öğr. Üyesi Füsun Yalçın'a teşekkür eder ve saygılarımı sunarım. Burada eğitimime devam ettiğim sürece bana göstermiş olduğu manevi destekten dolayı sayın hocam Prof. Dr. İlham Aliyev'e teşekkürlerimi sunarım. Bu süreç boyunca başka bir ülkeden gelmiş olmanın da katmış olduğu bütün zorluklara rağmen asla pes etmediğim için, karşıma koymuş olduğum hedefe varmak için elimden geleni yaptığım için kendime ve verdiğim kararlarda hep yanımda olan aileme sonsuz teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

AKADEMİK BEYAN

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum "Mekânsal Lineer Modellerin Matematiksel Yapısının İncelenmesi ve Fiyat Modellemesi Üzerine Bir Uygulama" adlı bu çalışmanın, akademik kurallar ve etik değerlere uygun olarak yazıldığını belirtir, bu tez çalışmasında bana ait olmayan tüm bilgilerin kaynağını gösterdiğimi beyan ederim.

22/09/2022

Parvana MAMMADLİ

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

P	: Konut fiyatları vektörü
$\mathbb{R}$	: Reel Sayılar
$\mathfrak{R}$	: Vektör kümesi
Σ	: Kovaryans matrisi
R	: Geçiş matrisi
T	: Periyodik matris
W	: Ağırlık matrisi
ε	: Hata vektörü
λ	: Özdeğer
ρ	: Özdeğer

Kısaltmalar

Arc GIS	: Coğrafi Bilgi Sistemi yazılımı
CAR	: Şartlı Otoregresif modeli
CBS	: Coğrafi Bilgi sistemleri
COVID	: Koronavirüs hastalığı
EKK	: En Küçük Kareler
Geo DA	: Coğrafi Veri Analizi
LCD	: En Az Yaygın Payda
MA	: Hareketli Ortalama Süreç Modeli
RREF	: Azaltılmış Sıralı Kademeli Form
SAR	: Eşzamanlı Otoregresif modeli
SDM	: Spatial Durbin Modeli
SEM	: Yapısal Eşitlik Modeli
SLM	: Mekânsal gecikme modeli

ŞEKİLLER DİZİNİ

ÇİZELGELER DİZİNİ

1. GİRİŞ

Temel bilimlerin gelişmesiyle birlikte matematiksel modellemenin unsurları da araştırma ve inceleme konusu olmuştur. Farklı disiplinlerde çalışan bilim insanları yaptıkları çalışmaları matematiksel modellerle destekleyerek sayıların gücünü kullanmaktadırlar. Teorik yöntemleri uygulama ile desteklemek araştırmanın daha geniş kitlelerce anlaşılmasını kolaylaştırmaktadır. Matematiksel modellemenin temelleri orta çağdan başlayarak Newton ve Euler'in algoritmalarıyla gelişmiştir. Matematiksel modelleme kullanılarak bu problem çözüldü. İlk aşamada, nükleer patlamalar ve füze uçuşları bilgisayar tarafından simüle edildi ve ancak daha sonra uygulamaya konuldu. Bu gerçek, şu anda büyük ölçekli bir teknolojik, çevresel veya ekonomik projenin uygulanmadığı modelleme metodolojisinin daha da geliştirilmesine katkıda bulunmuştur (Samarsky, A.A. 1997)

Modern bilim tarafından incelenen teknik, çevre, ekonomik ve diğer problemler teorik yöntemlerle incelenmeli ve uygulama ile desteklenmelidir. Bunlar üzerinde doğrudan yapılan tam ölçekli bir deney, uzun süreli, maliyetli, genellikle tehlikeli ve hatta imkânsızdır. Bu nedenle, matematiksel modelleme, bilimsel ve teknolojik ilerlemenin kaçınılmaz bir bileşenidir. Metodoloji olan matematiksel modelleme, matematik, fizik ve biyoloji gibi bilimsel disiplinlerde bir araç olarak kullanılır.

Coğrafi bilgi sistemlerinin gelişmesiyle birlikte birçok alanda mekânsal veriye ulaşmak artık daha kolaydır. Açık erişimli veri sayesinde istatistik çalışmaları hız kazanmıştır. Yatay kesit verilerine ya da zaman serisi verilerine coğrafi bilgi sistemlerinden alınan konum bilgilerinin dahil edilmesiyle mekânsal veri grubu oluşturulmaktadır. Mekânsal veri ile yapılan çalışmalar, istatistik çıkarımlarına ilaveten haritaların eklenmesiyle daha geniş bir kitle tarafından anlaşılmasını kolaylaştırır.

Turizm sektöründe otel sahipleri ve yöneticileri müşteri memnuniyetini anlamak ve bu memnuniyeti artırmak için genellikle bilimsel çalışmaların kaynaklarından faydalanırlar. Turizm sektöründeki güncel bilimsel çalışmalarda mekânsal veri gittikçe önem kazanmaktadır. Tüm dünyada Paris önemli bir turizm merkezidir. Bu nedenle bu tez çalışmasında Paris otelleri verileri oluşturulmuştur (Yalçın F. 2016). Turizm sektörü ve mekânsal veri ile ilgili çalışmalar mevcuttur (Yalçın F. 2016, Pearce, D. G. 1998, Jovanović, V., Njegus, A. 2008, Latinopoulos, D. 2018, Xu, M. 2021). Bu tez çalışmasının genel amacı mekânsal lineer modellerin incelenmesi ve örnek bir veri üzerinde modelleme çalışması yapmaktır. Çalışmanın amacı, mekânsal lineer modellerinin kullanılmasıyla fiyat modellemesi oluşturmaktır. Bu kapsamda tez çalışması aşağıdaki sıra ile verilmektedir.

- Lineer denklemlerinin kavramsal temeli, ilkeleri ve metodolojisinin belirlenmesi;

- Lineer denklemlerinin mekânsal özellikleri ve ilişkileri hakkında tam ve doğru açıklamalar sağlayan modellerinin araştırılması;

- Mekânsal Lineer denklemleri kullanarak örnek fiyat modellemesinin oluşturulması.

Araştırmanın konusu, mekânsal lineer denklemlerini tanımlamak ve analiz etmek, veri yapılarını, algoritmalarını ve prosedürlerini incelemek, ayrıca coğrafi bilgi sistemleri yardımıyla veri oluşturmak ve matematiksel modellemesini gerçekleştirmektir. Çalışmada mekânsal modellerin matematiksel yapısı teorik olarak incelenmiştir, ayrıca uygulama olarak internet üzerinden açık veri erişimi yardımıyla Paris otellerine ait bilgilerin verileri ile çalışılmıştır.

2. KAYNAK TARAMASI

Son dönemlerde Coğrafi bilgi sistemleri kullanılarak çok sayıda tez çalışmaları, makaleler, kitaplar yazılmıştır. Özellikle COVID-19 pandemi sürecinin başlamasıyla birlikte bu konuyla ilgili CBS kullanılarak yapılan çalışmalar pandemi sürecini daha iyi gözlemlemekte büyük bir rol oynamıştır. Zeren F., Yılancı V., İşlek H. tarafından yapılan bir çalışmada mekânsal bağımlılık istatistiği Moran I kullanılarak COVID-19 bulaşıcı hastalığının birbirine komşu olan bölgeler arasında yayılma durumu araştırılmıştır. Araştırmacılar İtalya'nın 20 bölgesine ait veriler kullanarak tek değişkenli ve iki değişkenli Global ve Local Moran I istatistiklerini hesaplamışlar. Tek değişkenli Moran I istatistiğinin sonuçlarına göre, bölgeler arasında sınır geçişleri yasaklanmadan önce COVID-19 bulaşıcı hastalığının komşular arasında yayıldığı sonucuna ulaşılmış, iki değişkenli Moran I istatistiğinin sonucuna göre ise ilk 14 günde komşu bölgelerde ortaya çıkan toplam vaka sayısının ikinci 14 gündeki toplam vaka sayısının nedenlerinden biri olduğu ortaya çıkmıştır. Bu istatistik sonuçlarına göre COVID-19 gibi bulaşıcı bir hastalığın önüne geçe bilmek için iller ve bölgeler arası geçitlerin en kısa zamanda durdurulmasının bulaşıcı hastalıkların çok hızlı yayılmasını engelleyebileceği öngörülmüştür (Zeren, F., Yılancı, V., İşlek, H., 2021).

Neşe A. ve Aytaç M. tarafından yapılan başka bir çalışmada Türkiye'de işsizliğin mekânsal analizi yapılmış ve analiz sonuçlarına göre Türkiye'de illerin işsizlik oranları arasında önemli derecede mekânsal bağımlılık olduğu ortaya çıkmıştır. İşsizlik oranı yüksek olan illerin ve işsizlik oranı düşük olan illerin kümelenme eğiliminde olduğu tespit edilmesinin yanı sıra, kadınların işgücüne katılımının işsizlik üzerinde anlamlı negatif etkisi, eğitim düzeyinin ve genç nüfus oranının ise işsizlik üzerinde anlamlı pozitif etkisi olduğu gözlemlenmiştir (Neşe A., Aytaç M., 2018).

Zhang tarafından yazılmış bir makalede, konum ve diğer faktörlerin konaklama endüstrisini ve oda fiyatlarını nasıl etkilediği incelenmiştir. Otel fiyatlarındaki mekânsal otokorelasyon ve hedonik oda fiyatı denklemi bu araştırmada analiz edilmiştir (Zhang vd., 2011).

Mok tarafından yapılan bir çalışmada hedonik bir model kullanılmıştır. Bu hedonik modellemede Hong Kong'daki özel kat mülkiyetlerinin fiyat yapısı üzerindeki konumsal, yapısal ve mahalle özelliklerinin etkileri araştırılmıştır (Mok H. vb., 1995).

Latinopoulos tarafından yazılan bir makalede deniz manzarasının otel fiyatlarına etkisi araştırılmaya çalışılmıştır. Bu kapsamda turizm sezonunda Yunanistan'ın Halkidiki kentindeki 557 odadan oluşan bir örnek ele alınmış ve çevrimiçi bir veri tabanı aracılığıyla toplanan veriler bir uzamsal hedonik model uygulamak için bir Coğrafi bilgi sistemleri CBS sistemine entegre edilmiştir. Yerel etkileri değerlendirmek için yarı parametrik coğrafi olarak ağırlıklı bir regresyon modeli kullanılmıştır (Latinopoulos D., 2018).

Tezde kullanılan temel tanımlar ve formüller aşağıda verilmiştir.

Tanım 2.1. Lineer Denklem Sistemleri

N (bilinmeyen) değişkenlerde doğrusal bir denklem $x_1 \ldots x_n$ aşağıdaki forma sahiptir (Noreen Jamil, 2012):

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b$$

Burada $a_1, a_2, \ldots, a_n$, b gerçek sayılardır. b sabit terim ve a_1, x_1`in katsayısıdır.

Gerçek sayılar olan $s_1 \ldots\ldots, s_n$ için, eğer:

$$a_1s_1 + a_2s_2 + \cdots + a_ns_n = b$$

Şeklinde ise aşağıdaki denklemin bir çözüm sonucu olduğu belirtilmelidir.

$$x_1 = s_1, x_2 = s_2 \ldots., x_n = s_n$$

İki bilinmeyenli lineer denklemin bir örneği $2x + 7y = 5$'tir. Bu denklemin bir çözümü $x = -1$, $y = 1$'dir. Denklemin daha birçok çözümü vardır. Bu denklemin grafiği bir çizgidir. Üç bilinmeyenli lineer denklemin bir örneği $2x + y + \pi z = \pi$'dir. Bu denklemin bir çözümü $x = 0$, $y = 0$, $z = 1$'dir. Denklemin daha birçok çözümü vardır (Zhang J., 2002). Bu denklemin grafiği bir düzlemdir.

$x_1 \ldots x_n$ değişkenlerindeki Lineer Denklemler Sistemi bu değişkenlerdeki doğrusal denklemlerin toplamı anlamına gelir. Bu n değişkenli bir m lineer denklem sistemi şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \cdots + a_{3n}x_n = b_3 \\ \ldots . . \\ \ldots \ldots \\ a_m x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Burada, a_{ij} ve b_1 gerçek sayılardır.

Aşağıdaki şekilde bir doğrusal sistem, homojen bir doğrusal sistem olarak adlandırılır (Wang H., Jiang J., 2000).

$$b_1 = b_2 = \cdots = b_m = 0$$

Böyle bir sisteme bir çözüm, tüm bu m denklemlerine çözüm olan n sayısı $s_1 \ldots s_n$ dizisidir. İki değişkende, iki denklem sistemine bir örnek:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - 9y = -8 \end{cases}$$

$x = 1, y = 1$ bu sisteme (sadece) çözümdür. Geometrik olarak, çözüm, bu iki denklemin grafiklerinin (iki çizgi) buluştuğu nokta tarafından verilir. Ayrıca sistemin aşağıdaki şeklinin herhangi bir çözümü bulunmamaktadır (Sheng X., Chen G., 2007).

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

Böyle bir sistem tutarsız bir sistem olarak adlandırılacaktır. Geometrik olarak, sistemdeki bu iki denklem iki paralel çizgiyi temsil eder (asla buluşmazlar) (Peng Y.X., Hu X.Y., Zhang L., 2005).

Üç değişkenli sistem, aşağıdaki iki denklem sistemine bir örnektir:

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 3 \\ x - 9y + 2z = -8 \end{cases}$$

$x = 1, y = 1, z = 0$ bu sistem için bir çözümdür. Bu sistemin çok daha fazla çözümü var. Örneğin, aşağıdaki denklem bu sistemin bir çözümüdür.

$$x = 11, y = 0, z = -19/2$$

Doğrusal sistemlerin sınıflandırılması: n değişkeninde doğrusal bir sistem göz önüne alındığında, tam olarak aşağıdaki üç şekildedir (Taşçı D., 1999):

(a) Sistemin tam olarak bir çözümü vardır (tutarlı sistem).

(b) Sistemin sonsuz sayıda çözümü vardır (tutarlı sistem).

(c) Sistemin çözümü yoktur.

Tam olarak aynı çözüm kümesine sahiplerse, iki lineer denklem sistemine eşdeğer denir. Bir sistem üzerinde aşağıdaki işlemler eşdeğer bir sistem üretir (Keskin T., 2005):

(a) İki denklemi değiştirilerek.

(b) Bir denklemi sıfır olmayan bir sabitle çarpılarak.

(c) Bir denklemin katlarını diğerine ekleyerek.

Bu üç işlem bazen temel veya basit işlemler olarak bilinir.

Tanım 2.2. Bağımlı ve Bağımsız Lineer denklemler

Boyut fikri oldukça sezgiseldir. 8 , :F Æ2 Æ3 Æ Æm) içindeki herhangi bir vektörü düşünün. M bileşenlerinin her biri diğerlerinden bağımsızdır. Yani, tek bir bileşen için bir değer seçmek hiçbir şekilde diğer bileşenler için mevcut değer seçimlerini etkilemez, bu da seçimin 8 , olarak bir vektör olmasını sağlar (Roman, 1984). Bu nedenle 8 , 'nin m serbestlik derecesine veya eşdeğer olarak m boyutuna sahip olduğu belirtilmektedir. Böylece, 8,6 boyut 2'ye sahiptir, 8,7 boyut 3'e sahiptir ve bu böyle devam eder.

Bir vektör grubunun doğrusal bir kombinasyonu, $\mathfrak{R}^m$ 'deki $\overrightarrow{v_1}, \vec{v}_2, \ldots., \overrightarrow{v_k}$ her c_i'nin bir skaler olduğu $c_1\vec{v}_1 + c_2\vec{v}_2 + \cdots . = c_k\vec{v}_k$ formunun bir ifadesidir.

Örneğin, $\vec{v}_1 = (1{,}0{,}1)$, ve $\vec{v}_3 = (1{,}2{,}3)$ ise, $\vec{v}_3$ $\overrightarrow{v_1}$ ve $\vec{v}_2$ doğrusal bir kombinasyonu olarak ifade edilmektedir. Burada c_1 ve c_2 skalerleri bulunması gerekmektedir ki, böylece, $\vec{v}_3 = c_1\vec{v}_1 + c_2\vec{v}_2$ olsun.

Eğer kümede diğerlerinin doğrusal bir kombinasyonu olarak ifade edilebilen en az bir vektör varsa $\mathfrak{R}^m$ cinsinden bir vektör kümesinin doğrusal olarak bağımlı olduğu söylenir. Bir küme doğrusal olarak bağımlı değilse, doğrusal olarak bağımsız olduğu söylenir. Vektör denkleminin $c_1\vec{v}_1 + c_2\vec{v}_2 + \cdots = c_n\vec{v}_n = \vec{0}$ en az bir $c_j \neq 0$ olduğu bir çözeltiye sahip olması durumunda, $< m$ cinsinden bir vektör $\{\overrightarrow{v_1}, \vec{v}_2, \ldots., \overrightarrow{v_n}\}$ kümesi doğrusal olarak bağımlıdır. Eşdeğer olarak, yukarıdaki denklem sadece önemsiz bir çözüme sahipse, $c_1 = c_2 = \cdots = c_n = 0$ küme doğrusal olarak bağımsızdır. Bu tanımdan, sadece bir vektör içeren bir kümenin, eğer o vektör sıfır vektörse doğrusal olarak bağımlı olduğu belirtilmektedir. Yani, $S = \{\vec{v}_1\}$ ve $\vec{v}_1 \in \mathfrak{R}^m$ $eğer$ $\vec{v}_1 = 0$ doğrusal olarak bağımlıdır ve aksi halde doğrusal olarak bağımsızdır.

Doğrusal bağımlılık veya bağımsızlık, tek bir vektörün değil, bir vektör kümesinin özelliğidir. Yani, kümedeki vektörler arasındaki ilişki ile ilgilidir (Preiner, J. 2008).

$\mathfrak{R}^m$ Cinsinden bir temel vektör, biri hariç tüm bileşenlerin 0 olduğu bir vektördür, bu da 1'dir. 1'inci bileşende i^{th} meydana gelirse, vektörü $\overrightarrow{e_i}$ olarak gösterilmektedir. (Diğer bir deyişle, tüm diğer bileşenlerde i bileşeninde 1 ve 0 'larda $\overrightarrow{e_i}$ olan temel m-vektörü tanımlanmaktadır.) Temel bir vektör olan bir matrisin herhangi bir sütununa temel sütun denir (Mostow, G.D. and Sampson, J.H., 1969)..

Örneğin, Aşağıdaki vektörler gösterilebilir:

(a) $\overrightarrow{e_2}$ $\mathfrak{R}^3$ kümesinde.
(b) $\overrightarrow{e_3}$ $\mathfrak{R}^3$ kümesinde.
(c) $\overrightarrow{e_2}$ $\mathfrak{R}^4$ kümesinde.

Çözüm ise aşağıdaki şekildedir:

a. (0,1,0) = $\overrightarrow{e_2}$ $\mathfrak{R}^3$ kümesinde.

b. (0,0,1) = $\overrightarrow{e_3}$ $\Re^3$ kümesinde.
c. (0,1,0,0,) = $\overrightarrow{e_2}$ $\Re^4$ kümesinde.

Tanım 2.3. Alt Vektör Uzayı ve Taban

XY düzlemindeki bir vektörün başlangıç noktasından düzlemdeki bir noktaya doğru yönlendirilmiş bir çizgi parçası olduğu vurgulanmaktadır. İki $v1$ ve $v2$ vektörünün toplamının paralel kenar kuralı tarafından elde edilen bir vektör olduğu da belirtilmelidir (Kuiper N.H., 1963). Ayrıca, gerçek bir c sayısı için cv, yönü $c > 0$ ise v yönü ile aynıdır ve $c < 0$ ise v yönünün tersidir. xy düzleminde bir vektörü temsil etmenin uygun bir yolu onu bir burada a ve x, x ve y eksenleri boyunca v'nin bileşenleri olan $v = (\alpha, \beta)$ olarak iki gerçek sayının çiftidir. Bu gösterim, iki $v_1 = (\alpha_1, \beta_1)$ ve $v_2 = (\alpha_2, \beta_2)$ vektörünün toplamını bileşenleri olarak tanımlanmaktadır.

$$v_1 + v_2 = (\alpha_1 + \alpha_2, \beta_1 + \beta_2)$$

ve $v = (\alpha, \beta)$ vektörünün skaler bir katı aşağıdaki gibidir:

$$cv = (c\alpha, c\beta)$$

Bir vektörün xy düzleminde bir çiftle temsili ayrıca vektör ekleme ve skaler çarpımın arzu edilen bazı özelliklerinin elde edilmesini sağlar. Örneğin,

$$v_1 + v_2 = (\alpha_1 + \alpha_2, \beta_1 + \beta_2) = (\alpha_2 + \alpha_1, \beta_2 + \beta_1) = v_2 + v_1$$

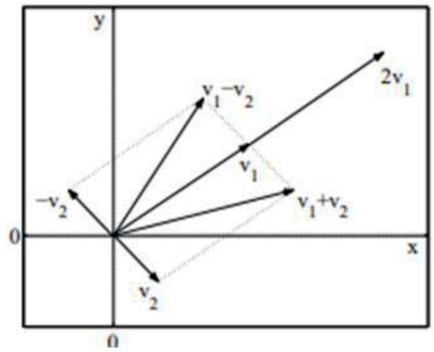
Ve

$$(c + d)v = \big((c + d)\alpha, (c + d)\beta\big) = (c\alpha, c\beta) + (d\alpha, d\beta) = cv + dv$$

Son olarak, böyle bir gösterim belirli bir vektörü bazı özel vektörler açısından ifade etmede yararlıdır. Örneğin, $i = (1, 0)$ ve $j = (0, 1)$ x ve y eksenleri boyunca birim vektörler olarak tanımlandığında,

$$v = (\alpha, \beta) = \alpha(1,0) + \beta(0,1) = \alpha_i + \beta_j$$

Bir vektörü bir düzlemde sıralı bir çiftle temsil etme fikri, üç boyutlu xyz uzayındaki vektörlere genelleştirilebilir, burada v'yi üçlü (α, β, γ), $\alpha, \beta\ ve\ \gamma$ ile karşılık gelen v'nin bileşenleri x, y ve z eksenleri boyunca uzanmaktadır (Herrero, M. P. 2000).



Şekil 2.1. Vektörlerin düzlemde gösterimi (Herrero, M. P. 2000. Strategies and Computer Projects for Teaching Linear Algebra, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology)

Her ne kadar dört boyutlu bir alanda bir ok olarak görülmese de bu tür iki dörtlü toplamını ve bileşenleri açısından dörtlü bir skaler katını tanımlamaktadır. Bu, bir vektörün daha genel ve soyut bir tanımına olan ihtiyacı karşılar.

Tanım 2.4. Lineer Denklem Sistemlerinin Çözüm Yöntemleri

Doğrusal bir denklemi çözmenin amacı, ifadeyi (denklemi) doğru kılacak değişkenin değerini bulmaktır. Değişkeni izole etmek için denklemin her iki tarafına da işlemler gerçekleştirilmektedir. Eşitlik Toplama ve Çıkarma Özellikleri aşağıdaki gibidir: değişkenler a ve b ile ifade edilmektedir (Akbulut F., 1985):

1. Eşitlik toplama özelliği:
   Eğer $a = b$, o zaman, $a + c = b + c$
2. Eşitliğin çıkarma özelliği:
   Eğer $a = b$, o zaman, $a - c = b - c$

Eşitliğin Çarpma ve Bölme Özellikleri aşağıdaki gibidir: değişkenler a ve b ile ifade edilmektedir:

1. Eşitliğin çarpma özelliği:
   Eğer $a = b$, o zaman, $ac = bc$
2. Eşitliğin bölünme özelliği:
   Eğer $a = b$, o zaman, $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$, $c \neq 0$ sağlanmıştır.

Kesirleri veya ondalıkları olan bir denklemi çözerken, tam sayıları içeren daha basit bir denklem oluşturmak için kesirleri veya ondalıkları temizleme seçeneği vardır (Bulgakov A. Ya., Godunov S.K., 1978).

1. Kesirleri temizlemek için denklemin her iki tarafını (tüm terimlere dağıtarak) tüm kesirlerin LCD (en az yaygın payda) ile çarpılması.
2. Ondalık basamakları temizlemek için denklemin her iki tarafını da (tüm terimlere dağıtarak) tüm ondalık sayıları tam sayı yapacak en düşük 10 ile çarpılması.

Tek Değişkenli Lineer Denklem Çözme Adımları aşağıdaki gibidir (Bulgak A., Bulgak H., 2001):

- Denklemin her iki tarafının basitleştirilmesi.
- Denklemin bir tarafındaki değişken terimleri, diğer taraftaki sabit terimleri toplamak için eşitliğin toplama veya çıkarma özelliklerinin kullanılması.
- Değişken terim katsayısını 1'e eşit yapmak için eşitliğin çarpma veya bölme özelliklerinin kullanılması.

Tanım 2.4.1. Gauss-Jordan Eliminasyon Yöntemi

Bir sistemin artırılmış matrisindeki aşağıdaki satır işlemleri, eşdeğer bir sistemin artırılmış matrisini, yani orijinal sistemle aynı çözüme sahip bir sistemi üretir (Banu, L., 2006).

- İki satırı değiştirilir.
- Bir satırdaki her öğe sıfır dışında bir sabitle çarpılır.
- Bir satır, kendisinin toplamıyla ve başka bir matris satırının sabit katıyla değiştirilir.

Bu satır işlemleri için aşağıdaki gösterimleri kullanılmaktadır.

- $R_i \leftrightarrow R_j$ anlamı: Satır i ve satır j'yi değiştirilir.
- αR_i Anlamı: Satır i α çarpı satır i ile değiştirilir.
- $R_i + \alpha R_j$ anlamı: İ satırı i satırı ve α çarpı j satırının toplamı ile değiştirilir.

Bir lineer denklem sistemini çözmek için Gauss-Jordan eliminasyon yöntemi aşağıdaki adımlarda açıklanmaktadır (Carter, R.W., 2005).

1. Sistemin artırılmış matrisi yazılır.
2. Artırılmış matrisi, azaltılmış sıralı kademeli form (RREF) olarak adlandırılan, aşağıda açıklanan formda dönüştürmek için satır işlemleri kullanılır.
    a. Tamamen sıfırlardan oluşan satırlar (varsa), matrisin altında birlikte gruplanır.
    b. Tamamen sıfır içermeyen her satırda, en soldaki sıfır olmayan öğe 1'dir (baştaki 1 veya pivot olarak adlandırılır).
    c. Başında 1 bulunan her sütun, diğer tüm girişlerde sıfır içerir.
    d. Herhangi bir satırdaki baştaki 1, altındaki satırlardaki baştaki 1'lerin solundadır.
3. Öğeleri sağdaki sonuncusu hariç tümü sıfır olan bir satır alınırsa 2. adımdaki işlem durdurulur. Bu durumda, sistem tutarsızdır ve çözümü yoktur. Aksi takdirde, 2. adım tamamlanır ve sistemin çözümleri son matristen okunur.

3. adımı uygularken, satır işlemleri herhangi bir sırayla gerçekleştirilebilir. Hesaplama boyunca mümkün olduğunca az kesrin taşınması için satır işlemlerini seçmeye çalışmak gerekir. Bu, elle çalışırken hesaplamayı kolaylaştırır.

Örnek 2.1.

Gauss-Jordan eliminasyon yöntemini kullanarak sistem aşağıdaki şekilde çözülebilir:

$$\begin{cases} x + y + z = 5 \\ 2x + 3y + 5z = 8 \\ 4x + 5z = 2 \end{cases}$$

Sistemin artırılmış matrisi aşağıdaki gibidir:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1| & 5 \\ 2 & 3 & 5| & 8 \\ 4 & 0 & 5| & 2 \end{bmatrix}$$

Şimdi azaltılmış sıralı kademeli formda bir matris elde edene kadar satır işlemleri gerçekleştirile bilir:

$$\left[\begin{array}{ccc|c}1&1&1&5\\2&3&5&8\\4&0&5&2\end{array}\right]\underline{R_2-2R_1}\left[\begin{array}{ccc|c}1&1&1&5\\0&1&3&-2\\4&0&5&2\end{array}\right]$$

$$\underline{R_3-4R_1}\left[\begin{array}{ccc|c}1&1&1&5\\0&1&3&-2\\0&-4&1&-18\end{array}\right]$$

$$\underline{R_3-4R_2}\left[\begin{array}{ccc|c}1&1&1&5\\0&1&3&-2\\0&0&13&-26\end{array}\right]$$

$$\underline{\frac{1}{13}R_3}\left[\begin{array}{ccc|c}1&1&1&5\\0&1&3&-2\\0&0&1&-2\end{array}\right]$$

$$\underline{R_1-R_3}\left[\begin{array}{ccc|c}1&1&0&7\\0&1&0&4\\0&0&1&-2\end{array}\right]$$

$$\underline{R_1-R_2}\left[\begin{array}{ccc|c}1&0&0&3\\0&1&0&4\\0&0&1&-2\end{array}\right]$$

Aşağıdaki matristen sistemin çözümü anlaşılır:

$$x=3\quad y=4\quad z=-2$$

Tanım 2.4.2. Gauss Eliminasyon Yöntemi

$A\mid b$ üzerindeki satır opsiyonu, iki denklemin değiş tokuş edilmesi veya bir denklemin sıfır olmayan bir sabitle çarpılması veya bir denklemin katının diğerine eklenmesi anlamına gelir. Çözümü değiştirmezler, böylece sistemi basitleştirmek için kullanılabilirler (Erdmann, K., Wildon, M.J., 2006). Özellikle A, eşelon formuna gelene kadar A | b üzerinde sıra opsiyonu işlemlerine Gauss eliminasyonu denir. İki olasılık vardır.

1. Satır opsiyonu, formun bir satırını üretir

$$0\;0\;0\;0\;|sıfırdan\;farklı$$

Daha sonra sistemin çözümü yoktur ve tutarsız olarak adlandırılır. Örneğin, bir sistem satırı

$$\left.\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{array}\right.$$

Üçüncü çözümü denklem olduğu için çözümü yoktur.

$$0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 = 6$$

ki, bunu tahmin etmek imkansızdır.

2. Satır opsiyonu, 0 0 0 0 | $sıfırdan\ farklı$ biçiminde bir satır oluşturmaz. Sonra sistemin bir çözümü (en az bir tane) vardır.

Örneğin, satır opsiyonu

$$\left.\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right.$$

ve değişkenler x, y, z olarak adlandırılır, ardından çözüm $x = 2, y = 5, z = 6$ olur.

A'nın tüm kademeli sütunlarının pivotları yoktur. Sonra sonsuz sayıda çözüm var. Bazı değişkenlerin diğerleri için çözülmesi her zaman mümkündür. Diğerlerine serbest değişkenler veya parametreler denir. Bunu yapmanın bir yolu, pivot olmadan serbest olacak şekilde sütunlara karşılık gelen değişkenleri seçmektir. Sistem $Ax = b$'nin n değişkeni varsa (A'nın n sütunu olmasını sağlar) ve $A = r$ (sıralaması A'nın kademe formunda pivotlu r sütunları varsa) ise, çözüm n- r serbest değişkenlere sahiptir (Green, R.M., 2007).

Örneğin, satır opsiyonu

$$\left.\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right.$$

ve değişkenler x, y, z, w olarak adlandırılır, ardından çözümü yazmanın bir yolu

$$x = 5 - 3w - 2y$$

$$z = 6 - 4\,w$$

Çözümü yazmanın başka bir yolu da

$$x = 5 - 3s - 2t$$

$$y = t$$

$$z = 6 - 4s$$

$$w = s$$

Tanım 2.4.3. Cramer Yöntemi

Cramer kuralı, doğrusal eşzamanlı denklemleri çözmek için bir yöntemdir. Determinantlardan yararlanır. Bir çift eşzamanlı denklem verilirse (Kac, V.G., 1990)

$$a_1x + b_1y = d_1$$

$$a_2x + b_2y = d_2$$

$x\ ve\ y$ bulunabilir:

$$x = \frac{\frac{d_1}{d_2}\frac{b_1}{b_2}}{\frac{a_1}{a_2}\frac{b_1}{b_2}}, \qquad x = \frac{\frac{a_1}{a_2}\frac{d_1}{d_2}}{\frac{a_1}{a_2}\frac{b_1}{b_2}}$$

Örnek olarak aşağıdaki denklemlerin çözümü gösterilebilir:

$$3x + 4y = -14$$

$$-2x - 3y = 11$$

Cramer kuralını kullanarak çözümü iki belirleyicinin oranı olarak yazabiliriz.

$$x = \left|\frac{\frac{-14}{11} \quad \frac{4}{-3}}{\frac{3}{-2} \quad \frac{4}{-3}}\right| = \frac{-2}{-1} = 2, \qquad y = \left|\frac{\frac{3}{-2} \quad \frac{-14}{11}}{\frac{3}{-2} \quad \frac{4}{-3}}\right| = \frac{5}{-1} = -5$$

Eşzamanlı denklemlerin çözümü $x = 2, y = -5$'tir.

Tanım 2.4.5. Ters Matris ile Çözüm Yöntemi

Matris cebrinin gücü, eşzamanlı doğrusal denklemler sisteminin bir matris denklemi olarak gösterilmesinde görülür. Matris cebri, katsayıların ters matrisini kullanarak sistemin çözümünün yazılmasını sağlar. Uygulamada yöntem sadece küçük sistemler için uygundur. Bir doğrusal denklemimiz varsa:

$$ax = b$$

burada bilinmeyen x ve a ve b sabittir ve $a \neq 0$ sonra ise, $x = \frac{b}{a} = a^{-1}b'$dir.

Birden fazla denklem ve birden fazla bilinmeyen olduğu durumlarda çözümlere bakalım. Bu bölümde lineer denklem sistemini çözmek için tek bir denklem için kullanılan cebirsel $x = a^{-1}b$ kullanılmaktadır. Görüldüğü gibi, eğer bu ilk önce matris biçiminde yazılmışsa, sistemi çözmenin çok doğal bir yolu olacaktır (Rao, C.R., Mitra, S.K. 1971). Sistemi düşünerek:

$$2x_1 - 3x_2 = 5$$

$$x_1 - 2x_2 = -1$$

Matris formunda:

$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$ olur. Burada $AX = B$

Çözüm aşağıdaki şekildedir:

$$X = A^{-1}B$$

Tanım 2.4.6. Gauss-Seidel İterasyon Yöntemi

Bazı durumlarda, örneğin bir denklem sistemi büyük olduğunda, denklemleri çözmenin yinelemeli yöntemleri daha avantajlıdır. Gauss eliminasyonu gibi eliminasyon yöntemleri, büyük bir denklem seti için büyük yuvarlama hatalarına eğilimlidir. Gauss-Seidel yöntemi gibi yinelemeli yöntemler, kullanıcıya yuvarlama hatasının kontrolünü verir. Ayrıca, sorun biliniyorsa, yinelemeli yöntemlerde gereken ilk tahminler daha mantıklı bir şekilde yapılabilir ve daha hızlı yakınsamaya yol açabilir (Tian, Y. 2004). Gauss-Seidel yöntemi için algoritmanın ne olduğuna bakalım (Gauss Carl Friedrich 1903). Genel bir n denklem ve bilinmeyenler seti göz önüne alındığında,

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n = c_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n = c_2$$

$$\vdots$$

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \cdots + a_{nn}x_n = c_n$$

İlk denklem sol tarafta x_1 ile yeniden yazılır, ikinci denklem sol tarafta x_2 ile yeniden yazılır ve böylece aşağıdaki gibi

$$x_1 = \frac{c_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 \ldots\ldots a_{1n}x_n}{a_{11}}$$

$$x_2 = \frac{c_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 \ldots\ldots a_{2n}x_n}{a_{22}}$$

$$x_{n-1} = \frac{c_{n-1} - a_{n-1,1}x_1 - a_{n-1,2}x_2 \ldots\ldots - a_{n-1,n-2}x_{n-2} - a_{n-1,n}x_n}{a_{n-1,n-1}}$$

$$x_n = \frac{c_n - a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \cdots - a_{n,n-1}x_{n-1}}{a_{nn}}$$

Bu denklemler şöyle özetlenebilir:

$$x_1 = \frac{c_1 - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 1}}^{n} a_{1j} x_j}{a_{11}}$$

$$x_2 = \frac{c_2 - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 2}}^{n} a_{2j} x_j}{a_{22}}$$

$$x_{n-1} = \frac{c_{n-1} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq n-1}}^{n} a_{n-1,j} x_j}{a_{n-1,n-1}}$$

$$x_n = \frac{c_n - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq n}}^{n} a_{nj} x_j}{a_{nn}}$$

3. MATERYAL VE METOT

Bu tez çalışmasında lineer denklem sistemlerinin çözümleri ile bağlantılı olan mekânsal veri analizi kullanılmıştır. Bu bölümde Mekânsal veri Analiz ve bileşenleri açıklanmıştır.

3.1. Mekânsal Veri Analizi

Mekânsal modelleme, yatay kesit verileri ve panel verileri için regresyon modellerinde mekânsal etkileşim (mekânsal otokorelasyon) ve mekânsal yapı (mekânsal heterojenlik) ile ilgilenen bir alandır (Paelinck, J., and L. Klaassen 1979). Konum ve mekânsal etkileşime bu şekilde odaklanılması son zamanlarda sadece uygulamalı olarak değil, aynı zamanda teorik incelemelerde de daha merkezi bir yer edinmiştir. Geçmişte, açıkça "mekân" ı (ya da coğrafyayı) içeren modeller öncelikle bölgesel bilim, kentsel ve emlak ekonomisi ve ekonomik coğrafya gibi özel alanlarda bulunuyordu (Anselin, L. 1992). Bununla birlikte, yakın zamanlarda, mekânsal modellemeler, diğerlerine ek olarak, talep analizi, uluslararası ekonomi, çalışma ekonomisi, kamu ekonomisi ve yerel kamu maliyesi dahil olmak üzere, daha geleneksel ekonomi alanlarında da geniş bir yelpazede ampirik araştırmalarda giderek daha fazla uygulanmaktadır. Bütün bunların yanı sıra mekânsal modellemeler temel bilimlerde, mühendislikte giderek yaygınlaşmaktadır. Yatay kesit verisi ya da panel veriye koordinatların eklenmesiyle oluşturulan mekânsal veri birçok disiplinlerde giderek yaygınlaşmaktadır.

Uygulamalı ve teorik modellemenin ana akımında mekânsal etkileşimin varlığını belirlemeye, tahmin etmeye ve test etmeye yönelik bu yeni yol, bazı faktörlerle ilişkilendirilebilir. (Rao, C.R. 1973). Bu faktörlerin en önemlilerinden biri mekânsal verilerin ele alınması gereğidir. Bu, coğrafi bilgi sistemlerinin (CBS) patlayıcı yayılımı ve buna bağlı olarak coğrafi kodlanmış verilerin kullanılabilirliği (yani, gözlem birimlerinin yerini içeren veri kümeleri) tarafından uyarılmıştır (Cressie, N. 1993). Coğrafi (kesitsel) veri kümelerinde yaygın olan mekânsal otokorelasyon varlığında standart tekniklerin sıklıkla başarısız olduğuna dair artan bir kabul vardır.

Tarihsel olarak, mekânsal modelleme, bölgesel modellerde alt-ülke verileriyle ilgilenilmesi gerektiğinden 1970'lerin başında Avrupa'da tanımlanabilir bir alan olarak ortaya çıkmıştır (Paelinck, J., and L. Klaassen 1979). Genel anlamda, mekânsal modelleme, mekânsal etkilerin, özellikle mekânsal otokorelasyonun ve mekânsal heterojenliğin açık bir şekilde değerlendirilmesinden sonra gelen metodolojik kaygılarla başa çıkmak için bir dizi teknik olarak karakterize edilebilir. Aşağıdaki dört geniş ilgi alanı mekânsal modelleme için önemlidir (Anselin, L., and S. Rey 1997): (i) mekânsal modellerde mekânsal etkilerin biçimsel özellikleri; (ii) mekânsal etkiler içeren modellerin tahmini; (iii) mekânsal etkilerin varlığı için spesifikasyon testleri ve teşhisler ve (iv) mekânsal tahmin (enterpolasyon)

3.2. Mekânsal Veri Türleri

Mekânsal verilerin doğasını açıklarken değişkenlerin ölçüldüğü alanın ayrıklığı veya sürekliliği ile değişken değerlerin (ölçümler) kendilerinin ayrılığı veya sürekliliği arasında ayrım yapmak önemlidir. Alan sürekli ise (alan görünümü), alanın sürekliliği ayrı değerli değişkenler altında korunamadığından değişken değerlerin sürekli olarak değerlenmesi gerekir. Boşluk ayrıksa (bir nesne görünümü) veya sürekli bir boşluk ayrık hale getirildiyse, değişken değerler sürekli veya ayrı ayrı değerlenebilir (nominal veya sıralı) değerde olabilir. Mekânsal verilerin alan kavramına ve ölçüm düzeyine göre sınıflandırılması, bir soruyu cevaplamak için kullanılacak uygun istatistiksel tekniği belirlemede gerekli ilk adımdır. Ancak sınıflandırma yeterli değildir, çünkü aynı mekânsal nesne oldukça farklı coğrafi alanları temsil ediyor olabilir. Örneğin, noktaları (centroids olarak adlandırılır) alanları temsil etmek için de kullanılır. Çizelge 3.1, dört tür mekânsal veriyi ayıran bir sınıflandırma sunmaktadır (Longley, P.A., Goodchild, M.F., Maguire, D.J. and Rhind, W.W., 2011):

- Nokta paterni verileri, yani bir çalışma bölgesinde, hastalık vakaları veya bir suç türünün görülme sıklığı gibi, ilgili olayların meydana geldiği bir dizi nokta lokasyonundan oluşan bir veri seti.
- Kavramsal olarak sürekli olan ve gözlemleri önceden tanımlanmış ve sabit bir nokta lokasyonlarında örneklenmiş değişkenlerle ilgili alan verileri.
- Veri değerleri, uzaktan algılanan görüntülerde olduğu gibi düzenli bir kafes oluşturabilen veya ilçeler, nüfus sayımı bölgeleri ve hatta ülkeler gibi bir dizi düzensiz alan veya bölge olabilen sabit bir kafes birimiyle ilişkili gözlemlerdir.

- Her biri bir çift nokta konumu veya bir çift alan ile ilişkili ölçümlerden oluşan mekânsal etkileşim verileri (aynı zamanda başlangıç noktası hedef akışı veya bağlantı verileri olarak da adlandırılır).

Çizelge 3.1. Mekânsal veri türleri: kavramsal şemalar ve örnekler

Mekânsal veri türü	**Kavramsal şema** Değişken şeması	**Mekânsal indeks**	**Mekân**
Nokta deseni verileri	Değişken (ayrık veya sürekli) rastgele bir değişkendir	Değişkenin eklendiği nokta nesneleri sabittir	İki boyutlu ayrık uzay
Kısmen sürekli (istatistiksel) veriler	Değişken konumun sürekli değerli bir fonksiyonudur	Değişken (iki boyutlu) uzayda her yerde tanımlanır	İki boyutlu ayrık uzay
Alan (nesne) verileri	Değişken (ayrık veya sürekli) rastgele bir değişkendir	Değişkenin eklendiği alan nesneleri sabittir	İki boyutlu sürekli uzay
Mekânsal etkileşim (akış) verileri	Ortalama etkileşim frekanslarını temsil eden değişken rastgele bir değişkendir	Akış değişkeninin bağlı olduğu konum çiftleri (noktalar veya alanlar)	İki boyutlu ayrık uzay

Mekânsal etkileşim verilerinin analizi, ulaştırma hareketleri, göç ve bilgi ve bilgi aktarımı gibi insan faaliyetlerinin incelenmesinde uzun ve seçkin bir geçmişe sahiptir. Alan verileri, özellikle sosyal bilimlerde, mekânsal veri analizi uygulamaları için önemli bir bakış açısı sağlar.

3.3. Mekânsal Veri Matrisi

Tüm analitik teknikler, analizin yürütülmesi için gereken uzamsal verileri yakalayan bir veri matrisi kullanmaktadır. Uzamsal veriler, değişkenlerin başvurduğu uzamsal nesne türüne (nokta nesnesi, alan nesnesi) ve bu değişkenlerin ölçüm düzeyine göre sınıflandırılır (Darmofal D. 2006).

$Z_1, Z_2 \ldots\ldots, Z_k$ 'nın K rasgele değişkenlerini ve S'yi noktanın veya alanın konumunu ifade etmesine izin verilirse, mekânsal veri matrisi:

$$\begin{bmatrix} K\ değişkenlerine & ilişkin\ veriler & & Konum & verileri \\ Z_1 & Z_2 & \vdots\vdots\vdots & Z_k & S \\ Z_1(1) & Z_2(1) & & Z_k(1) & S\ (1) \\ Z_1(2) & Z_2(2) & \vdots\vdots\vdots & Z_k(2) & S\ (2) \\ \cdot & \cdot & \ldots\ldots\ldots & \cdot & \cdot \\ Z_1(n) & Z_2(n) & & Z_k(n) & S\ (n) \end{bmatrix}$$

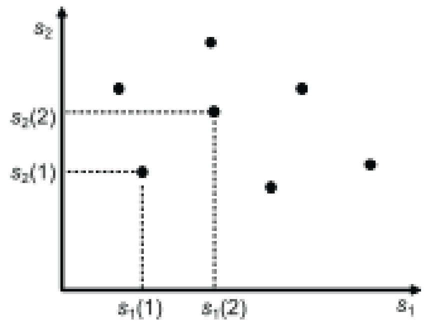
Aşağıdaki şekilde sınırlandırılabilir:

$$z_1(i), z_2(i), \ldots\ldots, z_k(i)|s(i)$$

Burada küçük harf sembolü z_K, $Z_k(k = 1, \ldots, K)$ değişkeninin gerçekleşmesini (gerçek veri değeri) belirtirken, parantez içindeki i sembolü belirli duruma işaret eder. Her bir kasaya $i = 1, \ldots, n$, mekânsal nesnenin (nokta veya alan) konumunu temsil eden bir konum $s\ (i)$ eklenmiştir. Sadece iki boyutlu alanla ilgilendiğimiz için referanslama iki coğrafi koordinat s_1 ve s_2 içerecektir. Böylece, $s(i) = (s_1(i), (s_2(i)$. Burada konumları sabit olarak ele alan ve vakaların konumlarıyla ilişkili bir rastgelelik olduğu durumlardaki problemleri dikkate almadığımızı belirtmek gerekir.

Çizelge 3.2. Mekânsal nesnelere konumlar atama (noktalar, alanlar)

Vaka i	S(i)			Değişken	
	S_1	S_2	Z_1	Z_2	Z_k
1	$S_1(1)$	$S_2(1)$	$z_1(1)$	$z_2(1)$	$z_k(1)$
2	$S_1(2)$	$S_2(2)$	$z_1(2)$	$z_2(2)$	$z_k(2)$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
n	$S_1(n)$	$S_2(n)$	$z_1(n)$	$z_2(n)$	$z_k(n)$



Şekil 3.1. Mekânsal nesnelere konumlar atama (Darmofal D. 2006. "Spatial Econometrics and Political Science)

3.4. Mekânsal Ağırlık Matrisi

Her negatif olmayan matris, $\mathrm{W} = (\mathrm{w}_{ij}: i, j = 1, \ldots, n)$ n uzamsal birimler arasındaki uzamsal ilişkileri özetleyen olası bir uzamsal ağırlık matrisidir. Burada her bir uzamsal ağırlık, w_{ij}, tipik olarak ünite j'nin ünite i üzerindeki "uzamsal etkisini" yansıtır. Standart sözleşmeyi takiben, burada $\mathrm{w}_{ij} = 0$ tüm $i = 1, \ldots, n$ 'yi (W'nin sıfır köşegenine sahip olmasını) varsayarak "kendini etkileme" y_i dışlamaktadır. Uygulamada sıklıkla kullanılan uzamsal ağırlık matrislerinin bir listesi aşağıda gösterilmektedir.

Aşağıdaki ağırlık matrisleri, her bir uzamsal birim i ve j çifti arasındaki merkez mesafelerine, d_{ij} dayanmaktadır. Her bir uzamsal birim i ile tüm birimleri $j \neq i$ arasındaki merkez mesafelerinin aşağıdaki gibi sıralamasına izin verile bilir.

$$d_{ij(1)} \leq d_{ij(2)} \leq \cdots . d_{ij(n-1)}$$

Sonra her $k = 1, \ldots, n-1$ için $N_k(1) = \{j(1),\ j(2), \ldots j(k)\}$ i'ye en yakın k birimlerini içerir. Verilen her k için, k en yakın komşu ağırlık matrisi W, daha sonra formun mekânsal ağırlıklarına sahiptir:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & j \in N_k(i) \\ 0, & aksi\ takdirde \end{cases}$$ Standart biçim

Alternatif olarak, en azından biri diğerinin k-en yakın komşuları arasında olan tüm ij çiftlerine pozitif ağırlıkların atandığı simetrik bir versiyon düşünülebilir:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & j \in N_k(i)\ veya\ i \in N_k(j) \\ 0, & aksi\ takdirde \end{cases}$$ Simetrik form

Yukarıdaki mesafe ağırlıklarının avantajı mesafelerin kolayca hesaplanmasıdır. Ancak pek çok durumda, uzamsal birimler arasında paylaşılan sınırlar, “uzamsal etkinin” derecesinin belirlenmesinde önemli rol oynamaktadır.

Mekânsal komşuluk en basiti, uzamsal birimlerin bir sınırı paylaşıp paylaşmadığını gösterir. i biriminin sınır noktaları kümesi $bnd(i)$ ile gösterilirse, vezir komşuluk ağırlıkları şu şekilde tanımlanır:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & bnd(i) \cap bnd(j) \neq \emptyset \\ 0, & bnd(i) \cap bnd(j) \neq \emptyset \end{cases}$$

Ancak bu, uzamsal birimlerin yalnızca tek bir sınır noktasını (uzamsal birimler ızgarasında paylaşılan bir köşe noktası gibi) paylaşmasına olanak tanır. Bu nedenle daha güçlü bir durum, sınırlarının bir kısmının pozitif olarak paylaşılmasını zorunlu kılmaktır. Eğer i_j l, paylaşılan sınırın uzunluğunu belirtirse, $bnd(i)\ \cap\ bnd\ (j)$, i ve j arasında, o zaman kale komşuluk ağırlıkları şu şekilde tanımlanır:

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & j_{ij} > 0 \\ 0, & j_{ij} = 0 \end{cases}$$

Paylaşılan sınır ağırlıklar daha keskin bir karşılaştırma şekli olarak, l diğer uzamsal birimlerle paylaşılan >J @Hi'nin toplam sınır uzunluğunu tanımlarsa, ^ • H Æ olarak, bu uzunluktaki belirli bir j birimi ile paylaşılan fraksiyonun H H tarafından verilmektedir. Bu fraksiyonların kendileri tarafından tanımlanan potansiyel olarak alakalı bir dizi paylaşılan sınır ağırlık verir.

L— H/H L— H/(^ • H)

Mekânsal ağırlık matrislerinde komşulukların önemli bir yer aldıklarını görebiliriz. Biraz daha detaya girersek onlarla ilgili aşağıdaki bilgileri verebiliriz.

Sınır komşuluğu iki konumun ortak bir sınır paylaşmasıdır. Konumlar arasındaki uzaklık arttıkça komşuluk ilişkisi azalması mesafeye bağlı komşuluğu ifade eder. Komşuluğun yapısını incelediğimizde ikili komşuluklarda ağırlıkların 0 ve 1 olduğunu görürüz ve bu aşağıdaki şekilde ifade edilir. (Anselin 2006)

ŒE E \ sÆERA FGK IQEO A
rÆ@E'AN@ QN Q I

Mesafe komşuluklara örnek olarak en yakın k-komşuluğu, sınır komşuluğu, merkezler, merkez noktalar ve diğer ilişkili noktalar komşuluklarını gösterebiliriz.

En yakın k- komşuluğunun tanımını verecek olursak onu aşağıdaki şekilde açıklaya biliriz:

Q konumunun k adet komşu konumları olsun. Burada komşu en kısa mesafede olan konuma göre seçilir ve ağırlık matrisinin elemanları buna göre belirlenir. Bu kritere göre Q G'nin en yakın komşusu ise @F IE(J@)'dir (Zeren, 2021). Burada k'nın değeri teorik olarak verilir.

İki farklı konumun harita üzerinde birbirleri ile bitişik sınırı varsa veya aynı sınırı kullanıyorlarsa o zaman bu konumlar sınır komşuluğu oluştururlar (Zhang L. 2005). Ayrıca sınır komşuluğu için farklı komşuluk tanımları oluşturulmuştur ve bunları Anselin fil (bishop), kale (rook) ve vezir (queen) komşulukları olarak sınıflandırmıştır (Anselin , 1988)

3.5. Mekânsal Otokorelasyon

Kelimenin tam anlamıyla, "mekânsal otokorelasyon" ifadesinin "mekânsal" terimi, gözlemler için coğrafi bir bağımlılık yapısını ifade eder. "Korelasyon" terimi, varlıklar arasındaki bir ilişkiyi ifade eder ve "otomatik" öneki, tek bir değişkenin kendisiyle ilişkili olduğu gerçeğini ifade eder (Griffith, D.A., 1984). Mekânsal otokorelasyon, coğrafi referanslı verilerdeki gerçek ancak maskelenmiş bilgi içeriğinin bir ölçüsü olarak tanımlanabilir (Griffith, D.A., 1992).

Mekânsal otokorelasyon ölçümleri, bazı özelliklerin coğrafi dağılımının tekrarlanan gerçekleşmelerine dayanan gözlemler arasında ortalama bir korelasyon olduğunu göstermektedir (Griffith D. A.,1992). Başka bir deyişle, mekânsal otokorelasyon bir değişkenin değerlerinin uzay üzerinde düzenli bir örüntü gösterdiği bir olgudur (Odland, J., 1988). Anselin ve Bera'a göre, mekânsal otokorelasyon tanımında önemli bir konu, "konumsal benzerlik" kavramı veya rastgele değişkenin değerlerinin ilişkili olduğu konumların belirlenmesidir (Anselin, L. and Bera, A.K., 1998). Bu tür yerlere "komşular" denir. Gayrimenkul araştırmalarında, hedonik modellemede kazanılabilecek istatistiksel iyileştirmeler için mekânsal otokorelasyon incelenmiştir (Carter, C.C. and Haloupek, W.J., 2000).

Mekânsal otokorelasyon, kesitsel verilerde ortaya çıkar ve bu korelasyon, aynı olan veya bitişik birimler arasındaki birimlerde gerçekleşir (Hamid, A.M., 2001). Legendre, verilerdeki iki uzamsal otokorelasyon kaynağının çevresel değişkenlerin ve topluluk süreçlerinin fiziksel olarak zorlanması olduğunu belirtmektedir (Legendre, P., 1993).

Mülk özellikleri ile ilgili olarak, ilk olarak, yakınlardaki mülkler, bina veya yaşam alanı metre kare, konut yaşı ve tasarım özellikleri gibi benzer yapısal özelliklere sahip olma eğilimi vurgulanmalıdır (Gillen, K., Thibodeau, T.G. and Wachter, S., 2001). Tu ve diğerleri bunları yapı kalitesi olarak adlandırmaktadır. Binanın benzer kalitesi, yakın mülklerin aynı anda geliştirilmesi eğiliminin doğal bir sonucudur (Tu, Y., Yu, S. and Sun, H., 2004). Bu, özellikle yüksek katlı özelliklerle ilgili modellerde uzamsal otokorelasyonun dikkate değer oluşumunun tartışılmasıyla ilgilidir. İkincisi, potansiyel olarak benzer yapısal özelliklerin özelliklerine ve dolayısıyla bina kalitesine sahip olmanın yanı sıra, aynı mahalledeki sakinler benzer erişilebilirlik koşullarını düşündüren benzer işe gidip gelme kalıplarını takip edebilirler.

Üçüncüsü, Basu ve Thibodeau'ya ve Gillen ve arkadaşlarına göre, konut fiyatlarının mekânsal olarak otokorelasyonunun bir nedeni, aynı mahalledeki mülk değerlerinin ortak konum olanaklarından yararlanmasıdır (Basu, S. and Thibodeau, T.G., 1998). Bu, aynı mahalledeki mülklerin önemli mahalle olanaklarını paylaşması durumunda geçerlidir (örneğin, mahalle mülkleri aynı devlet okullarına veya en yakın alışveriş merkezine erişebilir). Bu, konut piyasalarının modellenmesinde mahalle olanaklarının fiyat üzerindeki etkilerini yakalayabilen hedonik değişkenlerin dahil edilmesinin de önemli olduğunu göstermektedir.

Mekânsal otokorelasyon fiyat belirleme veya değerleme sürecinden de kaynaklanabilir. Potansiyel alıcılar ve satıcılar, söz konusu mülklerin açık piyasa değerini değerlendirmek ve çevredeki bilgiye dayalı kendi tahmini değerlerine sahip olmak için bir gayrimenkul profesyoneli atayabilir. Fiyat bir gayrimenkul profesyoneli tarafından belirlendiğinde, yerel konut piyasası eğilimlerinin ve koşullarının rolleri muhtemelen daha resmi bir rol oynamaktadır (Bowen, W.M., Mikelbank, A. ve Prestegaard, D.M., 2001). Dolayısıyla, farklı yerlerde değerleri birbirine bağlayan bir lokasyonda mülk değerlerinin belirlenmesini etkileyen süreçler nedeniyle piyasa eylemsizliği olabilir. Örneğin, mekânsal olarak ayrılmış piyasalardaki münferit mülklerin değerlemesi, değerleme sürecini üstlenen benzer personel tarafından birbirine bağlanabilir.

Kim ve arkadaşlarına göre Hedonik mekânsal gecikme modelinde, konut fiyatlarının yakın veya komşu gözlemleri, “komşular” tanımının zaman serisi bağlamından çok daha karmaşık olduğu yerel konut fiyatını kısmen açıklamaktadır (Kim, C.W., 1997). Uzamsal gecikme modelleri, bir mahalledeki uzamsal ağırlıklı konut fiyatlarının, konut ve mahalle özelliklerinin standart açıklayıcı değişkenlerine (doğrudan etkiler) ek olarak her evin fiyatını (dolaylı etkiler) etkilediğini varsayar. Özellikle iki durumda uygundur. Birincisi, piyasada yapısal mekânsal etkileşim vardır ve modeller gücü ölçmekle ilgilenir. İkincisi, modeller, uzaysal otokorelasyon kaldırıldıktan sonra, zaman serilerine bir ilk fark yaklaşımına benzer olarak, açıklayıcı değişkenlerin gerçek etkisini ölçmekle ilgilenmektedir. Her iki durum da bu çalışma ile ilgilidir. İlk durum, farklı alt pazar modellerinde mekânsal otokorelasyonun gücünü gösterebilir. Bu, bir segmentasyon yaklaşımıyla ilişkili olarak mekânsal otokorelasyonun derecesine işaret eder. İkinci durum modellerde kullanılan yapısal, erişilebilirlik ve mahalle değişkenlerinin gerçek etkilerini ortaya çıkarabilir. Mekânsal gecikmeli hedonik konut fiyat modeli aşağıdaki gibi yazılabilir (Bowen ve ark., 2001):

$$P = \alpha + \rho \mathrm{WP} + X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + X_3\beta_3 + \varepsilon$$

Burada, P, konut fiyatlarının vektörüdür; α sabit bir terimdir; ρ bir uzamsal otokorelasyon parametresidir, W, bir $n\ x\ n$ uzamsal ağırlık matrisidir (burada n, gözlem sayısıdır); X_1 yapısal özellikleri gözlemleyen bir matristir, X_2 erişilebilirlik özellikleri üzerine gözlemleri olan bir matristir; X_3, kalite değişkenleri üzerine gözlemleri olan bir matristir ve ε rastgele hatalar olarak kabul edildi. Boş hipotez $\rho\ =\ 0$'dır. P önemli ölçüde sıfırdan ayrılırsa, boş hipotez reddedilir ve uzamsal gecikme bağımlılığının oluştuğu söylenir.

3.6. Mekânsal Otokorelasyon için Ölçekler ve Testler

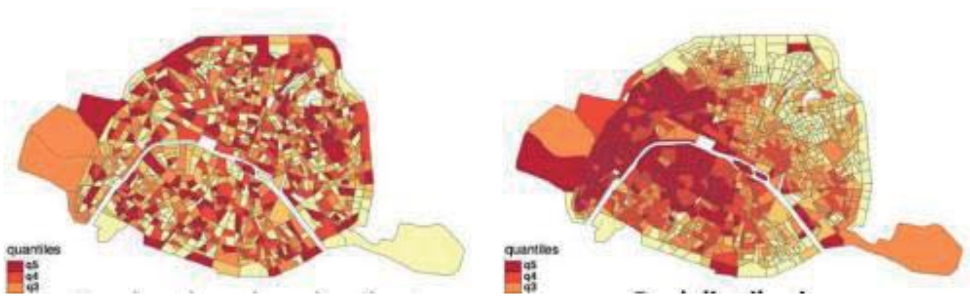
Otokorelasyon, gözlemler bir zaman gecikmesi (zamansal otokorelasyon) veya uzayda (uzamsal otokorelasyon) dikkate alındığında bir değişkenin kendisiyle korelasyonunu ölçer. Mekânsal otokorelasyon, gözlemlerin mekânsal konumu nedeniyle bir değişkenin kendisiyle pozitif veya negatif korelasyonu olarak tanımlanır. Bu uzamsal otokorelasyon ilk önce farklı konumları birleştiren ve gözlemlenemeyen veya ölçülmesi zor süreçlerin bir sonucu olabilir ve sonuç olarak, faaliyetlerin uzamsal bir yapılandırmasına yol açabilir. İstatistiksel bir bakış açısından, birçok analiz, korelasyonların analizi, doğrusal regresyonlar, vb. değişkenlerin bağımsızlığı hipotezine dayanır. Bir değişken uzamsal olarak otokorelasyona girdiğinde, bağımsızlık hipotezine artık gerek duyulmaz, böylece bu analizlerin yapıldığı hipotezlerin geçerliliği sorgulanır. İkinci olarak, mekânsal otokorelasyon analizi, incelenen alanın mekânsal yapısının nicel analizini mümkün kılar. Mekânsal yapı ve mekânsal otokorelasyonun birbirinden bağımsız olarak var olamayacağı vurgulanmalıdır (Tiefelsdorf, Michael 1998):

- Mekânsal yapı terimi, otokorelasyonlu alanın yayılacağı tüm bağlantıları ifade eder;
- Önemli bir otokorelasyon süreci olmadan, mekânsal yapı ampirik olarak gözlenemez.

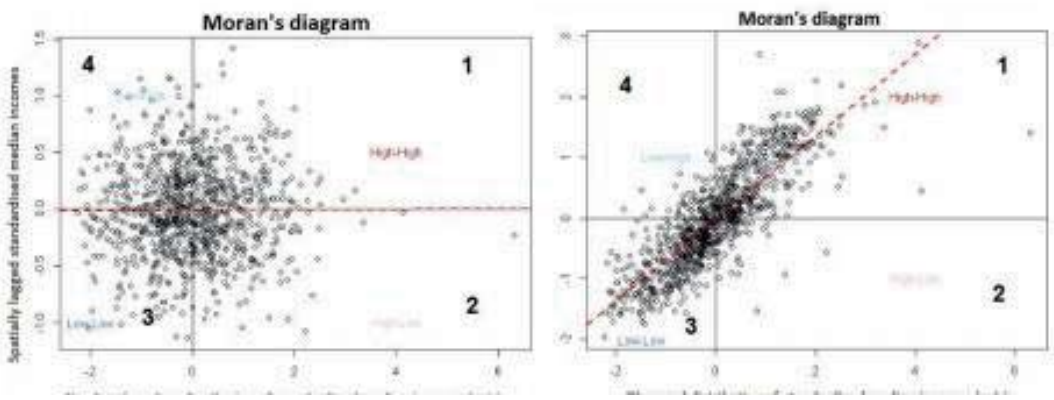
Gözlenen uzamsal dağılım daha sonra altta yatan uzamsal sürecin oluşması olarak kabul edilir.

Moran'ın diyagramı mekânsal yapının hızlı bir şekilde anlaşılmasına izin verir. Bu, y ekseninin x ekseni üzerinde ortalanmış değerleri ve y eksenindeki komşu gözlemler Wy için değişkenin ortalama değerlerini içeren bir dağılım grafiğidir; burada W normalleştirilmiş ağırlık matrisidir. Y merkezli ve W normalleştirilmiş iki özellik, ampirik ortalama Wy'nın y ve dolayısıyla 0'a eşit olduğunu ima eder. Wy'nın düz regresyon çizgisi, y ve 0'ı ve kadranları tanımlayan $Wy = 0$ denklem çizgilerine bağlı olarak çizilir.

Gözlemler uzayda rastgele dağıtılırsa, y ve Wy arasında belirli bir ilişki yoktur. Doğrusal regresyon çizgisinin eğimi sıfırdır ve gözlemler her çeyrekte eşit olarak tahsis edilmiştir. Aksine, gözlemlerin belirli bir mekânsal yapıya sahip olması durumunda, y ile Wy arasında bir korelasyon olduğu için doğrusal regresyon eğimi sıfır değildir. $Y = 0\ ve\ Wy = 0$ ile tanımlanan kadranların her biri bir tür özel uzay ilişkisi ile eşleşir (Şekil 3.2 ve 3.3).



Şekil 2.2. Rasgele dağılım ile mekânsal otokorelasyonlu dağılım arasındaki boşluğun Paris sayım bölgelerinde (IRIS) gösterimi (INSEE, Localised Tax Revenues System (RFL) 2010)



Şekil 3.3. Moran'ın IRIS tarafından standart medyan gelirin simüle edilmiş rastgele dağılım diyagramı (INSEE, Localised Tax Revenues System (RFL) 2010)

- Sağ üst köşede (1) gözlemler, pozitif bir mekânsal otokorelasyon ve yüksek indeks değeri yüksek yüksek yapıya benzer bir mahallede ortalamanın üzerinde olan değişkenlerin değerlerini göstermektedir.
- Sol alt köşede (3) gözlemler, pozitif uzay otokorelasyonuna ve düşük indeks değeri düşük-düşük yapıya benzer bir mahallede ortalamadan daha düşük değişken değerler göstermektedir.
- Sağ alt köşede (2) yer alan gözlemler, negatif uzamsal otokorelasyona ve yüksek indeks değeri yüksek-düşük yapısına benzemeyen bir mahallede değişkenin ortalamasından daha yüksek değerlere sahiptir.
- Sol üst köşede (4) gözlemler, negatif bir mekânsal otokorelasyon ve düşük indeks değeri düşük yüksek yapıya benzemeyen bir mahallede ortalamanın altında olan değişken için değerler göstermektedir.

Köşelerin her birindeki noktaların yoğunluğu, baskın mekânsal yapıyı görselleştirmek için kullanılır. Moran'ın diyagramı da bu mekânsal yapıdan uzaklaşan atipik noktaları görmeyi mümkün kılar (INSEE, Localised Tax Revenues System (RFL) 2010).

3.7. Mekânsal Regresyon Modelleri

Uzamsal bağımlılık, uzamsal otokorelasyonu göstermeyen rastgele bir patern yerine, değerlerde uzamsal bir kalıp olduğunda ortaya çıkan verilerin bir özelliği olan uzamsal otokorelasyon ile ölçülür. Bu mekânsal örüntü, standart küresel ve yerel mekânsal istatistiklerle ölçülebilir. Verilerde uzamsal bağımlılığın yanı sıra, uzamsal heterojenlik de olabilir. Altta yatan süreç, nüfus gibi diğer değişkenlerle korelasyonlar nedeniyle uzay üzerinde sistematik olarak değişebilir. Bu aynı zamanda regresyon ve modellenen ilişkilerde mekânsal varyasyonu barındırmayan diğer mekânsal yöntemler için sorunlu olabilir. Regresyon modelinin sıradan en küçük kareler (EKK) tahmini için, bağımsız (açıklayıcı) değişkenlerin katsayılarının değerlerinin çalışmanın mekânsal boyutu boyunca sabit olduğu varsayılmaktadır. Başka bir deyişle, ilişkide herhangi bir uzamsal varyasyon varsa, o zaman hata terimiyle sınırlandırılmalıdır

Sıra otokorelasyon için test istatistikleri ve merkezi dağıtılmış değişkenlerin tam dağılımını hesaplamaya yönelik teorik çalışmalar, mekânsal bağımlılığı açıklayan regresyon modellerinin temelini oluşturdu (Tiefelsdorf M. 2000). 1980'lerde Cliff ve Ord, bölgesel bilimdeki uygulamalarla mekânsal otokorelasyon önlemleri üzerinde çalışarak mekânsal modelleme alanını büyük ölçüde etkiledi. Haining, Griffith ve Anselin'in, o zamandan bu yana, mekânsal modeller geliştirmedeki çalışmaları, mekânsal regresyon modellerini çeşitli uygulamalı disiplinlerin araç setinin bir parçası haline getirmiştir.

Anselin (2002), Paelinck ve Klaassen'in mekânsal ekonometri tanımını tanımlarken, mekânsal bağımlılığın önemini, mekânsal ilişkilerin asimetrisini ve “diğer alanlarda” bulunan faktörlerin önemini vurguladığını belirtmektedir. Anselin (2002), mekânsal ekonometrik model güdümlü yaklaşımın, daha sonra verilerle karşı karşıya kalan teorik bir spesifikasyondan başladığını ileri sürmektedir. Ayrıca, bu kategori altındaki yöntemlerin çoğunun mekânsal modellerde tahmin ve teşhisi ile ilgilendiğini belirtmektedir (Paelinck ve Klaassen 1979; Anselin 1998; Griffith 1992).

Mekânsal analizde, bir regresyon modeli aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$Y = \beta X + \varepsilon$$

Burada Y, n veri noktası olan bir veri setindeki bağımlı değişkenin n_1 matrisidir, X, p bağımsız değişkenleridir ve bir kesişme “tahmin edilecek p + 1 parametreleridir ve ε varsayılan bir $n1$ rastgele hata matrisidir. Mekânsal otokorelasyonu ölçmek için standart küresel ve yerel mekânsal istatistikler geliştirilmiştir. Mekânsal otokorelasyonu açıklayan regresyon modelleri şu şekilde yeniden yazılabilir:

$$Y = \beta X + L$$

Literatürde yaygın olarak üç uzamsal otoregresif modele değinilmektedir: şartlı otoregresif model (CAR), eşzamanlı otoregresif model (SAR) ve hareketli ortalama (MA) süreç modeli. Bu üç arasındaki temel fark varyans-kovaryans matris spesifikasyonunu tanımlamaktır (Griffith 1992, Tiefelsdorf 2000).

Verilerdeki uzamsal bağımlılık, i konumundaki bir gözlemin diğer yerlerdeki diğer gözlemlere bağlı olduğunu gösterir $j \neq i$. Alan birimlerinin (nesnelerin) uzamsal düzenlemesinin bir matris C ile temsil edilirse, C 'nin satır normalleştirilmiş versiyonu W ve uzamsal otokorelasyon parametresi Λ olur. Mekânsal komşuluk matrisi W, topolojik bilgilerden üretilebilen simetrik bir matristir. Komşuluk kriterlerine göre, uzamsal ağırlık matrisinde C, i konumu, j konumu ve aksi takdirde sıfır konumuna bitişikse, c_{ij} elemanıdır. Benzer şekilde, i ve j konumları arasındaki mesafe belirli bir mesafe ile sıfır arasındaysa, c_{ij} elemanı bir olarak tanımlanabilir. Komşuluk matrisi, komşu konumlar arasındaki mekânsal bağlantıların mukavemetini ayırt etmediğinden, daha kesin uzamsal bağlantılar için karmaşık mekânsal ağırlık matrisleri önerilmiştir. Cliff ve Ord (1981) uzamsal birimler arasındaki sınır ölçüsü ve göreceli uzunluğun bir kombinasyonunu önermektedir.

SAR süreci şu şekilde temsil edilir:

$$Y = \beta X + \rho W_{\varepsilon} + \eta = \beta X + \rho W(Y - \beta X) + \eta$$

İlişkili hata terimi aşağıdaki şekilde tanımlanabilir:

$$(I - \rho WY)^{-1}\, \eta$$

Burada η normalde ortalama 0 ve $\sigma^2 I$ kovaryans ile dağılır: Bu denklem, SAR modelinin aşağıdaki şekilde formülasyonuna yol açar:

$$Y = \beta X + (I - \rho WY)^{-1}\, \eta$$

$$(I - \rho W)Y = (I - \rho W)\beta X + \eta$$

Bir CAR modeli için varyans-kovaryans matrisi:

$$\sigma^2 (I - \rho W)^{-1}$$

Ve MA modeli için ters kovaryans matrisi SAR modeline benzer

$$\sigma^2(I-\rho W)^T(I-\rho W)$$

Genel olarak, CAR modeli birinci dereceden bağımlılığa veya nispeten yerel uzamsal otokorelasyona sahip durumlar için uygundur ve SAR ve MA modelleri ikinci dereceden bağımlılık veya daha küresel bir uzamsal otokorelasyon olduğunda daha uygundur.

3.8. Mekânsal Regresyon Parametrelerinin Tahmin Edilmesi

Anselin' de açıklanan SAR, SDM ve SEM modellerinin maksimum olabilirlik tahmini, parametre ρ'e göre ε ile ilişkili gürültü varyansının β ve σ^2'ye göre konsantre edilen log olabilirlik fonksiyonunun maksimize edilmesini içerir. SAR modeli için:

$$lnL = C + ln|I_n - \rho W| - (n/2)ln(e'e)$$

$$e = e_0 - \rho e_d$$

$$e_0 = y - X\beta_0$$

$$e_d = Wy - X\beta_d$$

$$\beta_0 = (X'X)^{-1}X'y$$

$$\beta_d = (X'X)^{-1}X'Wy$$

Burada C, parametreleri içermeyen bir sabiti temsil eder. Bunun hesaplamalı olarak zorlu yönü, nxn matris ($I_n - \rho$W'nin log-determinantını hesaplama ihtiyacıdır. Bu determinantın hesaplanması için işlem sayıları, yoğun matrisler için n küpüyle birlikte büyür. Aynı yaklaşım SDM modeline yukarıda $X = [X$ W X] tanımlanarak uygulanabilir (Bavaud, Francois, 1998).

Çok sayıda gözlem içeren modellerde tahminlerin çözümünde daha önce hesaplamalı olarak etkili yaklaşımlardan biri Pace ve Barry tarafından önerilmiştir (Pace, R., Kelley ve Ronald Barry 1997). Log-determinantını, $\left(-\frac{1}{\lambda_{min}}\right)\lambda_{max}$ aralığıyla sınırlı olan ρ parametresi için bir değerler sistemi üzerinden hesaplamak için seyrek matris algoritmaları kullanmayı önermişlerdir, burada $\lambda_{min}, \lambda_{max}$, uzamsal ağırlık matrisinin minimum ve maksimum özdeğerlerini temsil eder (Ord, J.K., 1975). Sıralı stokastik W, $\lambda_{min} < 0, \lambda_{max} > 0$,ve ρ'nun aralık $\left[\lambda_{min,}^{-1} \lambda_{max}^{-1}\right]$'te olması gerekiyor. Bununla birlikte, negatif uzamsal otokorelasyon pek çok durumda çok az ilgi gösterdiğinden, ρ aralığına $[0, 1)$ sınırlamak hesaplamaları hızlandırabilir. Bu, logdeterminant değerleri sistemi üzerindeki SAR veya SDM log olabilirlik fonksiyonlarının bir vektör değerlendirmesi ile maksimum olabilirlik tahminlerini bulmak için kullanılabilir. Özellikle, [0, 1) aralığında ρ q değerlerinin bir sistemi için,

$$\begin{pmatrix} LnL(\beta, \rho_1) \\ LnL(\beta, \rho_2) \\ \vdots \\ LnL(\beta, \rho_q) \end{pmatrix} \propto \begin{pmatrix} Ln|I_n - \rho_1 W| \\ Ln|I_n - \rho_2 W| \\ \vdots \\ Ln|I_n - \rho_q W| \end{pmatrix} - (n/2) \begin{pmatrix} Ln(\phi(\rho_1)) \\ Ln(\phi(\rho_2)) \\ \vdots \\ Ln\left(\phi(\rho_q)\right) \end{pmatrix}$$

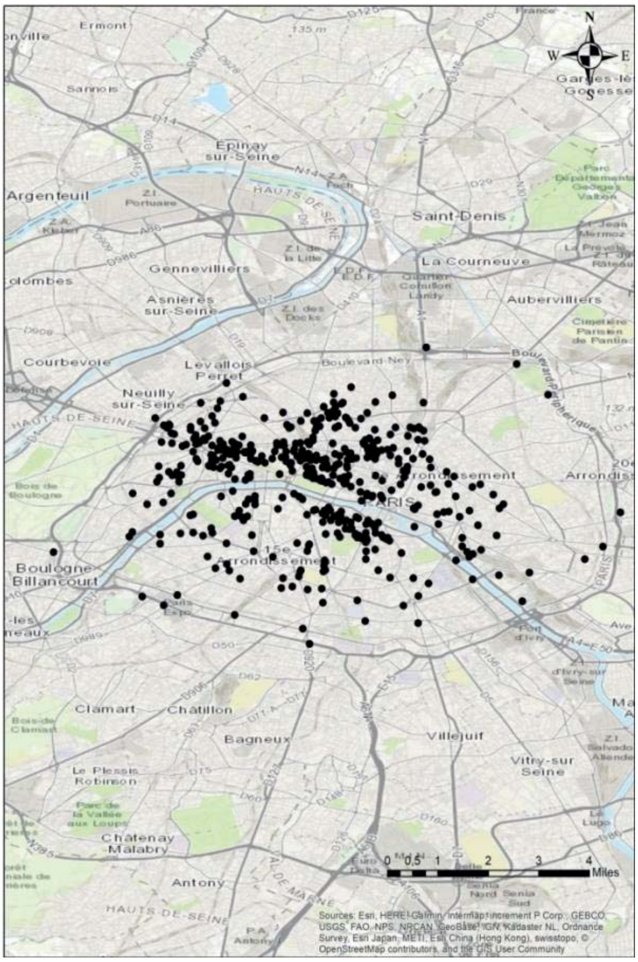
Burada, $\phi(pi) = e_o^{`} e_o - 2p_i e_d^{`} e_o + p_i^2 e_d^{`} e_d$ şeklindedir. SEM modelinin vektörleştirilemeyeceğini ve bir simpleks algoritma gibi daha geleneksel optimizasyon kullanılarak çözülmesi gerektiği belirtilmelidir (Pace, R., Kelley, and James P. LeSage (2001). Bununla birlikte, ρ için uygun aralıkta log-determinant için bir değerler sistemi, ρ'ya göre optimizasyon sırasında log-olasılık fonksiyonunun değerlendirilmesini hızlandırmak için kullanılabilir.

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu tez çalışması için mekânsal analiz uygulaması verileri internet üzerinden açık erişim sağlayan www.booking.com üzerinden elde edilmiştir. Açık erişim sağlayan bu internet sitesinden Paris şehrine ait otel veri alınmıştır. Paris turizm açısından dünya çapında ilgi gören bir şehirdir. Paris merkezde oldukça fazla oda+kahvaltı şeklinde standart oda veren oteller bulunmaktadır. Konaklama fiyatları ile ilgili bir çalışma yapılmak istenildiğinden bu şehir özellikle seçilmiştir.

Gelişen bilgisayar teknolojisi ve internet, istatistik çalışmalarında veri kaynaklarına ulaşmak ve analiz etmek açısından çok büyük avantajlar sunmaktadır. Bu tez çalışmasında GeoDa, ArcGIS, Excel programları istatistik hesaplamaları ve harita çizimleri aşamasında yoğun olarak kullanılmıştır.

Bu çalışmada elde edilen veri konaklama ihtiyacına cevap veren en yaygın internet sitelerinden biri olan www.booking.com üzerinden toplanmıştır. Amsterdam'da kurulan bu internet sitesi 43 dilde 28 milyondan fazla konaklama birimiyle hizmet vermektedir. www.booking.com internet sitesinde otellerle ilgili tüm detaylar çok net bir şekilde yerleştirildiği için yapılan çalışmada veri oluşumu bu site üzerinden gerçekleştirildi. Web sitesinden 2020 yılı Temmuz ayının 2ci haftası için oluşturulan veriler Haziran ayı boyunca alınmıştır. Bu da fiyatlarda değişiklikler oluşmasını engellemiştir. Çalışma için Paris'te yerleşen 1154 otel değerlendirilmiştir. Yalnızca 4 ve 5 yıldızlı oteller olmak üzere toplamda 449 otel için veriler toplanmıştır. Otellerin konumları Google harita üzerinden derlenmiştir. Otellerin konumlarının haritası ArcGIS programında çizilmiştir (Şekil 4.1). Oteller genel olarak şehir merkezi etrafında yoğunlaşmaktadır.



Şekil 4.1. Çalışma alanında bulunan otellerin konum haritası

Aşağıdaki tabloda çalışmada kullanılan verilerin faktörleri, onların kısaltmaları ve faktörlerin tanımları yer almaktadır.

Çizelge 4.1. Değişkenler, değişkenlerin tanımı ve kısaltmaları

DEĞİŞKENLER	DEĞİŞKENLERİN KISALTMALARI	DEĞİŞKENLERİN TANIMLARI
Fiyat	FYT	Belirlenen tarihler için otel fiyatları
Yıldız sayı	YLDZ	Web sitede belirlenen yıldız sayı
Konum	KNM	Google harita üzerinden alınan otel konumu
Sigara içilmeyen odalar	SGİCLMYN	İşletmede sigara içilmeyen odalar varsa 1; aksi halde 0
Fitnes merkezi	FTNSM	İşletmede fitness merkezi varsa 1; aksi halde 0

Çizelge 4.1'in devamı

Yüzme havuzu	HAVUZ	İşletmede yüzme havuzu varsa 1; aksi halde 0
24 saat güvenlik	GVNLK	İşletmede 24 saat güvenlik varsa 1; aksi halde 0
Emanet kasası	EMNT	İşletmede emanet kasası varsa 1; aksi halde 0
Yangın söndürücüler	YNGNS	İşletmede yangın söndürücüler varsa 1; aksi halde 0
Teras	TERAS	İşletmede teras varsa 1; aksi halde 0
Bahçe	BAHCE	İşletmenin bahçesi varsa 1; aksi halde 0
Çamaşırhane	CMSR	İşletmede çamaşırhane varsa 1; aksi halde 0
Kuru temizleme	KURUT	İşletmede kuru temizleme varsa 1; aksi halde 0
Ütü hizmeti	UTU	İşletmede ütü hizmeti varsa 1; aksi halde 0
Çalışma alanı	CALAN	İşletmede çalışma alanı varsa 1; aksi halde 0
Kütüphane	KTUP	İşletmede kütüphane varsa 1; aksi halde 0
Canlı müzik	CANLIM	İşletmede canlı müzik varsa 1; aksi halde 0
Araba kiralama	ARACK	Araba kiralama hizmeti varsa 1; aksi halde 0
Bisiklet kiralama	BSKLK	Bisiklet kiralama hizmeti varsa 1; aksi halde 0
Turlar	TUR	Turlar varsa 1; aksi halde 0
Gece kulübü	GKLB	Gece kulübü varsa 1; aksi halde 0
Türk hamamı	HAMAM	İşletmede Türk hamamı varsa 1; aksi halde 0
Kuaför	KUAF	İşletmede kuaför varsa 1; aksi halde 0
Spa ve sağlık merkezi	SPA	İşletmede spa ve sağlık merkezi varsa 1; aksi halde 0
Evcil hayvan girebilir	EVCILH	Evcil hayvan Kabul ediliyorsa 1; aksi halde 0
Bar	BAR	İşletmede bar varsa 1; aksi halde 0
Minibar	MBAR	İşletmede minibar varsa 1; aksi halde 0

Çizelge 4.1'in devamı

Snack bar	SBAR	İşletmede snack bar varsa 1; aksi halde 0
Restoran	RESTRN	İşletmenin restoranı varsa 1; aksi halde 0
Mutfak	MUTFK	Odalarda mutfak varsa 1; aksi halde 0
Hızlı check-in/out	HCHECK	İşletmede hızlı check-in/out varsa 1; aksi halde 0
Döviz	DOVIZ	İşletmede döviz işlemleri yapılıyorsa 1; aksi halde 0
Bagaj muhafazası	BAGAJ	Bagaj muhafazası hizmeti varsa 1; aksi halde 0
Havaalanı servisi	HASERV	Havaalanı servisi varsa 1; aksi halde 0
Oda servisi	ODAS	İşletmede oda servisi varsa 1; aksi halde 0
Mağazalar	MGZ	İşletmede mağazalar varsa 1; aksi halde 0
Ses yalıtımlı odalar	SYLTM	İşletmede ses yalıtımı varsa 1; aksi halde 0
VIP odalar	VIPO	İşletmede VIP odalar varsa 1; aksi halde 0
Aile odaları	AODA	İşletmede aile odaları varsa 1; aksi halde 0
Asansör	ASNSR	İşletmede asansör varsa 1; aksi halde 0
TV	TV	Odalarda TV varsa 1; aksi halde 0
Otopark	OP	İşletmede otopark varsa 1; aksi halde 0
Engelliler için otopark	ENGLOP	İşletmede engelli oto varsa 1; aksi halde 0
Ücretsiz internet	UINT	İşletmede ücretsiz internet varsa 1; aksi halde 0
Bebek bakımı/çocuk hizmetleri	BEBEKB	İşletmenin bebek bakımı/ çocuk hizmetleri varsa 1; aksi halde 0
Masa oyunları	MASAO	İşletmede masa oyunları varsa 1; aksi halde 0
Türkçe konuşulması	TURKCK	İşletmede Türkçe konuşuluyorsa 1; aksi halde 0
Kahvaltı	KHVLT	Fiyatlara kahvaltı dahilse 1; aksi halde 0

Yapılan tez çalışmasında sadece 4 ve 5 yıldızlı oteller incelenmiş ve ele alınan otellerde konsept olarak standart oda fiyatları sadece oda ve oda+kahvaltı olarak web sitesi üzerinden derlenmiştir. Elde bulunan verilerden bunu göre biliyoruz ki standart oda fiyatlarında kahvaltı dahil 8 otel bulunmakta. Bunun yanı sıra 449 işletmenin 83-ü 5 yıldızlı ,366 tanesi ise 4 yıldızlı otel. Seçilen değişkenlere ait tanımlayıcı istatistikler Çizelge 4.2 de verilmiştir.

Çizelge 4.2. Değişkenlerin tanımlayıcı istatistikleri

	Değişim Aralığı	Minimum	Maximum	Ortalama	Standart sapma	Basıklık	Çarpıklık
Fiyat	9211	580	9791	1872,1	1233,001	3,086	12,743
Yıldız	1	4	5		0,387	1,648	0,72
Sigaraiçilmeyenodalar	1	0	1		0,105	-9,349	85,777
Engellikonuklariçinolanaklar	1	0	1		0,385	-1,668	0,785
Fitnessmerkezi	1	0	1		0,479	0,602	-1,645
Yüzmehavuzu	1	0	1		0,32	2,409	3,821
24saatgüvenlik	1	0	1		0,493	-0,359	-1,88
Emanetkasası	1	0	1		0,25	-3,481	10,164
Yangınsöndürücüler	1	0	1		0,433	-1,162	-0,653
Teras	1	0	1		0,486	0,492	-1,765
Bahçe	1	0	1		0,379	1,728	0,991
Çamaşırhane	1	0	1		0,394	-1,573	0,476
Kurutemizleme	1	0	1		0,35	-2,052	2,22
Ütühizmeti	1	0	1		0,446	-1,017	-0,97
Çalışmaalanı	1	0	1		0,429	-1,204	-0,553
Kütüphane	1	0	1		0,385	1,668	0,785
Canlımüzik	1	0	1		0,272	3,102	7,658
Arabakiralama	1	0	1		0,331	2,279	3,209
Bisikletkiralama	1	0	1		0,345	2,105	2,443
Turlar	1	0	1		0,328	2,311	3,354
Gecekulübü	1	0	1		0,105	9,349	85,777
Türkhamamı	1	0	1		0,379	1,728	0,991

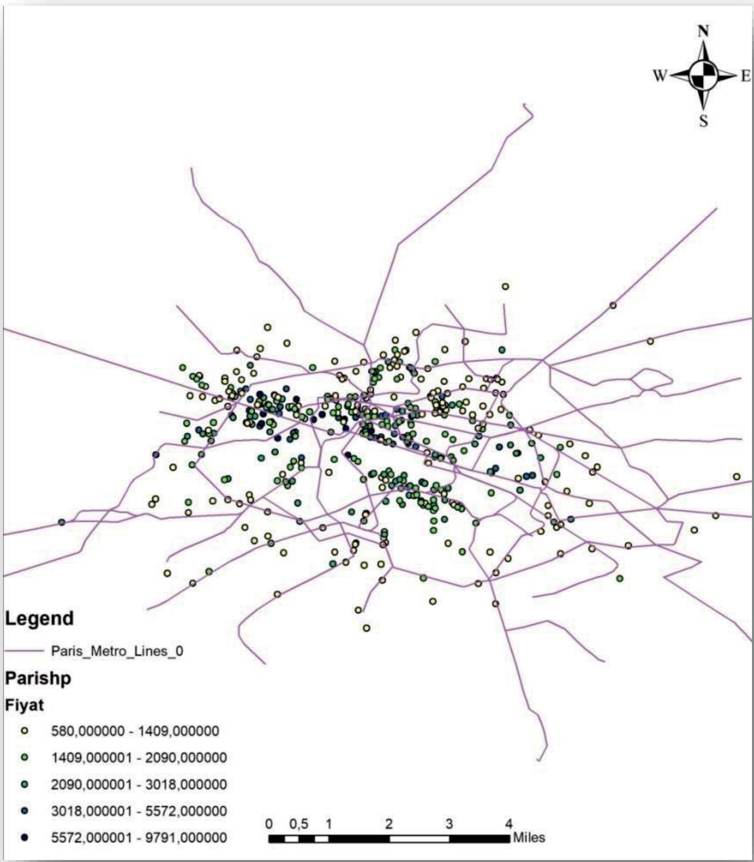
Çizelge 4.2’nin devamı

Kuaför	1	0	1		0,312	2,516	4,347
Spavesaglıkmerkezi	1	0	1		0,406	1,45	0,104
Evcilhayvangirebilir	1	0	1		0,497	- 0,239	-1,952
Bar	1	0	1		0,392	- 1,591	0,535
Minibar	1	0	1		0,495	- 0,303	-1,917
Snackbar	1	0	1		0,463	0,827	-1,323
Restoran	1	0	1		0,463	0,827	-1,323
Mutfak	1	0	1		0,5	0,121	-1,994
Hızlıcheckinout	1	0	1		0,498	- 0,193	-1,972
Döviz	1	0	1		0,373	1,791	1,214
Bagajmuhafazası	1	0	1		0,196	- 4,705	20,224
Havaalanıservisi	1	0	1		0,494	0,34	-1,893
Odaservisi	1	0	1		0,41	- 1,401	-0,038
Mağazalar	1	0	1		0,357	1,976	1,911
Sesyalıtımlıodalar	1	0	1		0,389	- 1,629	0,657
VIPodalar	1	0	1		0,343	2,133	2,56
Aileodaları	1	0	1		0,352	- 2,026	2,114
Asansör	1	0	1		0,155	- 6,172	36,259
TV	1	0	1		0,414	- 1,369	-0,127
Otopark	1	0	1		0,454	- 0,931	-1,138
Engellileriçinotopark	1	0	1		0,494	0,331	-1,899
Ücretsizinternet	1	0	1		0,067	- 14,93 3	221,98 2
Bebekbakımıçoçukhizme tleri	1	0	1		0,489	0,434	-1,819
Masaoyunları	1	0	1		0,434	1,148	-0,685
Türkçekonuşulması	1	0	1		0,168	5,637	29,914

Çizelge 4.3. İşletmelerin web sitesindeki yıldız sayı

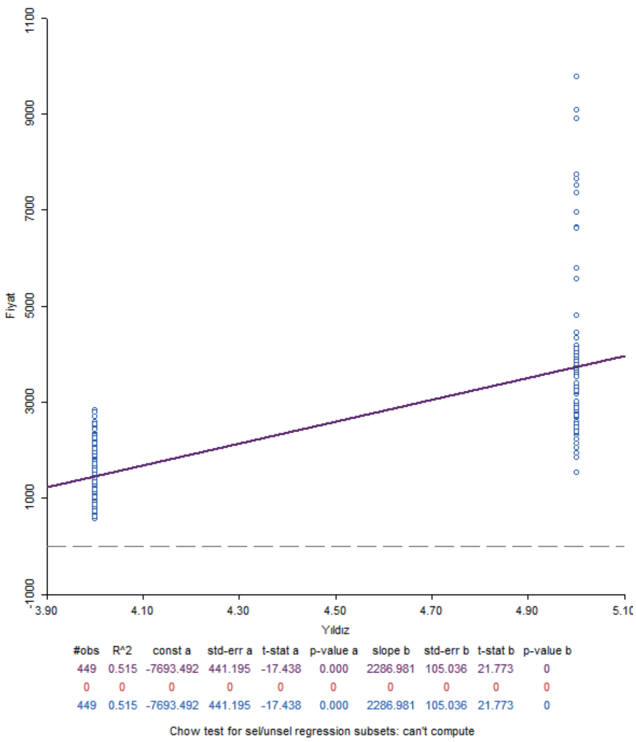
İşletmelerin yıldızı	İşletme sayı
4 yıldızlı	366
5 yıldızlı	83

Mekânsal analiz incelemelerinde ilk bakılması gereken mekânsal otokorelasyonlu dağılım haritasıdır. Otellere ait özellikler ve konumları Excel dosyasında düzenlenmiş ve ArcGIS programında shape file uzantılı dosya haline dönüştürülmüştür. Oluşturulan bu dosya ile fiyat-konum ilişkisini belirleyen dağılım haritası yapılmıştır (Şekil 4.2). Bu harita yapılırken harita tabanı olarak özellikle Metro hatları alınmıştır. Sarı renkli nokta ile belirtilen otelle diğerlerine göre en düşük fiyatlılardır. Koyu mavi olanlar diğerlerine göre daha yüksek fiyatlı olanlardır. Beklenildiği gibi metro istasyon hattı üzerinde ve merkeze yakın olan oteller diğerlerine göre daha yüksek fiyatlıdır. Görsel olarak aynı renklerin kümelendiği gözlenebilmektedir.



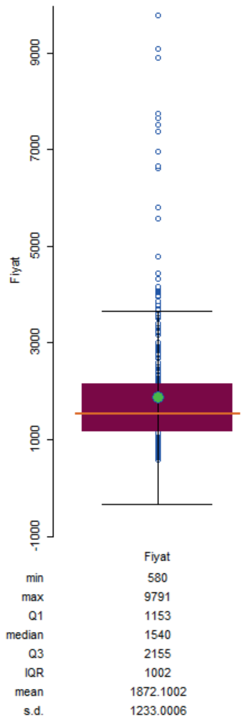
Şekil 4.2. Fiyat konum ilişkisi

Oluşturduğumuz shape file dosyasını Geoda programında açarak mekânsal istatistik çalışmaları yapılmıştır. Otellerin yıldız değerleri ile konaklama fiyatları arasındaki ilişki grafiği Şekil 4.3 de verilmiştir. Şekilde de görüldüğü gibi yıldız sayısı arttıkça konaklama fiyatları artmaktadır. Dikkat çeken bazı oteller aynı yıldıza sahip oldukları halde oldukça yüksek fiyatlıdır. Burada konum önemi ortaya çıkmaktadır.



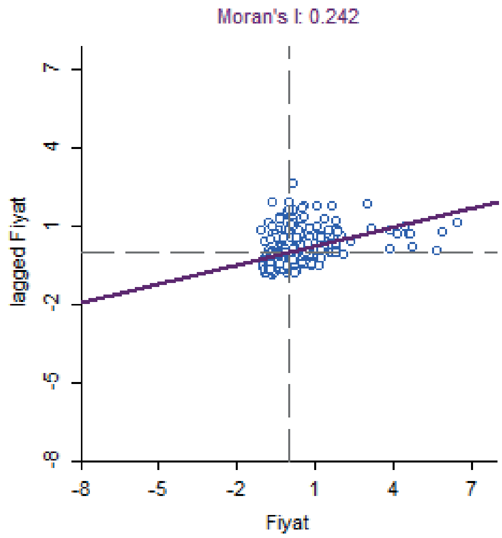
Şekil 4.3. Fiyat ve yıldız sayısı ilişkisini gösteren grafik

GeoDa programı ile elde edilen otel konaklama fiyatlarının kutu-çizgi grafiği Şekil 4.4'de verilmiştir. Buna göre minimum konaklama fiyatı 580 ₺ ve maksimum konaklama fiyatı 9791₺ şeklindedir. Ortalama konaklama fiyatı 1872 ₺'dir.



Şekil 4.4. Otel fiyatlarının kutu-çizgi grafiği

Mekânsal analizin ikinci önemli aşaması Moran I istatistik değerinin belirlenmesidir. Bu aşama için Paris otel konaklama fiyatlarının komşuluk matrisleri oluşturmuştur. En uygun ağırlık matrisi olarak vezir (queen) komşuluğu seçilmiştir. Bu komşuluk matrisi ile hesaplanan Moran’s I istatistiği 0.242 olarak bulunmuştur (Şekil 4.5).



Şekil 4.5. Fiyat konum Moran's I indeks grafiği

Bu değer bize konaklama fiyatlarında otelin bulunduğu konumun etkisinin var olduğunu göstermiştir. Mekânsal etkinin varlığını hem dağılım haritası ile hem de Moran's I istatistik değeri ile gördükten sonra otellerin özelliklerinin fiyatlarına etkisini belirlemek için regresyon analizi yapılmıştır. Klasik en küçük kareler (EKK) regresyonu ile model oluşturulmuştur. Bu modelin belirlilik katsayısı (R^2) 0,614 olarak bulunmuş ve istatistiksel olarak anlamlı bir model olduğu belirlenmiştir. Mekânsal bağımlılık testleri (LM testleri) incelendiğinde mekânsal etkinin hata terimlerinden değil gecikmeden olduğu anlaşılmıştır. Bu nedenle mekânsal gecikme modeli tahminleri yapılmıştır. Mekânsal gecikme modelinde ρ (rho) katsayısı 0,267 olarak bulunmuş ve istatistiksel olarak anlamlıdır. Ayrıca modelin belirlilik katsayısı (R^2) 0,642 olarak bulunmuştur. Bu değer en küçük kareler tahmini ile oluşturulan modelin belirlilik katsayısından daha yüksektir. Bu sonuç bize mekânsal etkinin olduğunu düşündüğümüz veri grubunda mekânsal modellemenin daha iyi sonuç verdiğini göstermektedir. EKK yapılmadan normallik testi yapılmıştır. Veriler normal dağılmaktadır. Ayrıca değişen varyans ve varyans şişirme faktörü incelenmiştir. Değişen varyans yoktur. Varyans şişirme faktörü 10'dan küçüktür.

Her iki model ile tahmin edilen katsayılar çizelge 4.4'da ayrıntıları ile verilmiştir.

Çizelge 4.4. EKK ve SLM modelin katsayıları ve mekânsal ilişki değerleri

Değişkenler	EKK	SLM	Mekânsal İlişki değerleri	Değer	Olasılık değeri
ρ		0,267***			
CONSTANT	-4515.52***	-4524.68***			
Yıldız	1624.8***	1465.82***	Moran’s I(error)	3.404	0.000
Sigara içilmeyen odalar	-2.113	-74.887***	LM (lag)	32.974	0.000
Engelli konuklar için olanaklar	-102.085	-49.151	Robust LM (lag	23.907	0.000
Fitness merkezi	56.081	56.92	LM (error)	10.363	0.001
Yüzme havuzu	617.627***	626.357***	Robust LM (error)	1.295	0.255
24 saat güvenlik	158.975	155.004*	LM (SARMA)	34.270	0.000
Emanet kasası	96.706	63.740			
Yangın söndürücüler	-210.14**	-205.706			
Teras	4.986	38.789			
Bahçe	-40.389	-47.301			
Çamaşırhane	-147.176	-159.836			
Kuru temizleme	77.165	90.605			
Ütü hizmeti	-67.520	-65.618			
Çalışma alanı	160.361	135.156			
Kütüphane	57.4089	54.998			
Canlı müzik	79.075	78.417			
Araba kiralama	-3.779	-46.921			
Bisiklet kiralama	9.911	26.723			
Turlar	349.993**	332.577**			
Gece kulübü	234.239	130.205			
Türk hamamı	-199.609	-164.322			
Kuaför	436.624***	440.248***			
Spa ve saglık merkezi	197.561	180.955			
Evcil hayvan girebilir	-42.270	-41.065			
Bar	-55.904	-79.443			
Minibar	101.119	71.840			
Snack bar	-56.215	-33.410			
Restoran	171.413	185.578**			
Mutfak	-118.762	-93.789			
Hızlı check-in/-out	49.988	77.726			
Döviz	189.352	147.393			
Bagaj muhafazası	-285.006	-247.196			
Havaalanı servisi	-69.976	-83.882			
Oda servisi	107.167	75.268			
Mağazalar	122.836	145.83			
Ses yalıtımlı odalar	-3.188	28.347			
VIP odalar	61.580	28.584			

Çizelge 4.4'ün devamı

Aile odaları	-22.906	-43.806			
Asansör	-266.445	-128.793			
TV	-21.543	-2.185			
Otopark	-125.382	-106.796			
Engelliler için otopark	99.027	97.099			
Ücretsiz internet	-100.233	-23.296			
Bebek bakımı/çoçuk hizmetleri	94.826	60.052			
Masa oyunları	-34.397	-26.487			
Türkçe konuşulması	340.44	334.931			

*: %10 significant; **: %5 significant; ***: %1 significant

Çizelge 4.4'da verilen sonuçlara göre Moran's I değeri 3.404 elde edilmiş ve istatistiksel olarak %99 güven aralığında anlamlıdır. SLM modelde elde edilen ρ (rho) katsayısı 0,267 olarak bulunmuş ve istatistiksel olarak anlamlıdır. Bu sonuç otel konaklama fiyatları üzerine konumun etkisinin olduğunu gösterir. Diğer tüm değişkenler sabitken konumun otel konaklama fiyatı üzerine etkisi yaklaşık %28'dir. Bu oldukça yüksek bir orandır. Her iki modelde de otellerin özelliklerinden sabit katsayı, yıldız sayısı, yüzme havuzu, turlar ve kuaför istatistiksel olarak anlamlı çıkmıştır. Bu özellikler Paris otelleri için önemli özellikler olarak alınabilir. 24 saat güvenlik, sigara içilmeyen odalar ve restoran özellikleri EKK modelde istatistiksel olarak anlamlı değilken SLM modelde anlamlı çıkmıştır. Bu ise bize konum söz konusu olduğunda restoran ve güvenliğin önemini ortaya koymamıza yardımcı olmaktadır. EKK modelde yangın söndürücü değişkeni anlamlı iken SLM modelde anlamlı çıkmamıştır.

SLM model dikkate alındığında Paris için otel konaklama fiyatlarına en çok etki eden değişkenler sırası ile Sabit katsayı, yıldız, yüzme havuzu, kuaför, turlar, restoran, sigara içilmeyen odalar ve 24 saat güvenliktir. Diğer değişkenler istatistiksel olarak anlamlı çıkmamıştır.

5. SONUÇLAR

Mühendislik, doğa bilimleri ve iktisat gibi pek çok bilim alanının temeli matematik üzerine kuruludur. Uygulamalı matematik ise matematik bilgisinin diğer disiplinlere uygulanması ile ilgilidir. Gelişen uygulamalı matematik sayesinde istatistik ve çizgi kuramı gibi daha spesifik çalışma alanları doğmuştur. Gerçek hayat problemlerinin modellenmesi son yıllarda araştırmacıların yoğunlaştığı bir konudur. Lineer denklem modelleri birçok disiplinlerde sıklıkla kullanılmaktadır. Açıklayıcı (bağımsız değişken) değişkenler ile açıklanmaya çalışılan (bağımlı değişken) problem lineer ya da lineer olmayan modeller ile modellenebilir. Buna araştırmacı verilerin saçılım grafiğine bakarak karar verebilir. Konum bilgisinin veri grubuna dâhil edilmesi ile mekânsal lineer modeller oluşturulmaktadır. Bu çalışmada özellikle mekânsal lineer modeller incelenmiştir.

Örnek bir uygulama için internet ortamından www.booking.com üzerinden Paris şehrine ait olan 4 ve 5 yıldızlı 449 otele ait 49 özellik seçilmiştir. Otel konaklama fiyatı açıklanan değişken olarak yazılmıştır. Otele ait diğer 48 değişken açıklanan değişken olarak seçilerek otel konaklama fiyatını etkileyen özellikler belirlenmeye çalışılmıştır. Mekânsal analizin temel bileşenlerinden mekânsal dağılım haritası ile otel konaklama fiyatlarının dağılımı incelenmiştir. Görsel olarak kümelemenin yoğun olduğu gözlemlendiği için mekânsal lineer bir model seçilebileceği düşünülmüştür. Mekânsal analizin ikinci bileşeni Moran's I istatistiği hesaplanmış ve fiyat değişkeninin Moran's I değeri 0,242 bulunmuştur. Bu değer bize mekânsal etkileşimin olduğunu göstermektedir. Mekânsal analizin üçüncü aşamasında EKK metodu ile lineer bir model oluşturulmuştur. EKK oluşturulan modelle otel fiyatlarını seçilen bağımsız değişkenler % 61 oranında açıklamaktadır. Mekânsal etkinin mekânsal hata teriminden mi yoksa mekânsal gecikme den mi olduğuna LM testleri ile karar verilmiştir. LM testlerine göre Mekânsal gecikme modeli seçilmiştir. Bu modelde ρ (rho) katsayısı 0,267 olarak bulunmuştur. Bu katsayı bize otel fiyatlarına konumun etkisinin yaklaşık %27 olduğunu göstermektedir. Ayrıca açıklayıcı bazı değişkenler istatistiksel olarak EKK da anlamlı değilken SLM modelde anlamlı çıkmış bazıları ise tam tersi durumdadır. Bu değişkenler bulgular kısmında değinilmiştir. Paris için özellikle otelin konumu yüzme havuzunun bulunması ve restoran olması fiyatları oldukça etkilemektedir. Modelde sabit katsayı oranı oldukça yüksek çıkmıştır. Bu bize eklenmesi gereken başka özelliklere de dikkat edilmesi gerektiğini göstermektedir.

Bu tez çalışmasında İstatistik konularından mekânsal istatistik üzerine yoğunluk verilmiştir. Bu amaç doğrultusunda mekânsal lineer modeller incelenmiş ve fiyat modellemesi üzerine bir örnek verilmiştir. Lineer cebir uygulamalarına örnek teşkil edecek bir çalışmadır. Ayrıca fiyat belirleme çalışmalarına model oluşturma konusunda bir öneri vermektedir. Bu kapsamda yapılan çalışmalara paralel sonuçlar elde edilmiştir (Yalcin, F., Mert, M. 2018), (Scott, L. M., Janikas, M. V. 2010), (Christensen, R. 1991), (Fackler, P. L., & Goodwin, B. K. 2001), (Hoffmann, K., Kunze, R. A. 1971).

7. KAYNAKLAR

Anonymous 1: https://www.booking.com/index.html?aid=376386;label=bookings-name-lO9ne8CLb_o7ijml9UoG0QS267778037992:pl:ta:p1:p22.563.000:ac:ap:neg:fi:tikwd-65526620:lp1012764:li:dec:dm:ppccp=UmFuZG9tSVYkc2RlIyh9YcX_GyndjDE1ljcv9tcUssY;ws=&gclid=EAIaIQobChMIiY3Ato_69wIVlmxvBB3XlQ0FEAAYASAAEgLgz_D_BwE [Son erişim tarihi: 25.05.2022].

Akbulut F.1985. Lineer Cebir, Cilt:1, Birsen Yayınevi, İstanbul.

Aksoy, Yavuz. 2011. “Diferansiyel Denklemler”, Cilt 1, Yıldız Üniversitesi Yayını, Yayın No. : 839, 5.Baskı, İstanbul.

Anselin, L. 1992. Space and applied econometrics. Special Issue, Regional Science and Urban Economics 22.

Anselin, L. and Bera, A.K. 1998. Spatial Dependence in Linear Regression Models with an Introduction to Spatial Econometrics. In: A. ULLAH and D. GILES, eds, Handbook of Applied Economic Statistics. New York: Marcel Dekker, pp. 237-289.

Anselin, L. and S. Rey. 1997. Introduction to the special issue on spatial econometrics. International Regional Science Review 20, 1–7.

Banu, L. 2006. Representation Theory of Lie Algebra sln(£). Queen’s Unıversity, Department of Mathematics and Statistics Kingston, Ontario, Canada, Master Tez 33s.

Basu, S. and Thibodeau, T. G. 1998. Analysis of Spatial Autocorrelation in House Prices. *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 17(1): 61-85.

Bavaud, Francois. 1998, “Models for Spatial Weights: A Systematic Look,” Geographical Analysis, Volume 30, pp. 153-171.

Bowen, W.M., Mikelbank, A. and Prestegaard, D.M. 2001. Theoretical and Empirical Considerations Regarding Space in Hedonic Housing Price Model Applications. Growth and Change, 32(4): 466-490.

Brockett R.W. 1970. "Finite dimensional linear systems". Wiley

Bulgak A., Bulgak H. 2001. Lineer Cebir, Selçuk Üniversitesi Yayınları, Konya.

Bulgakov A. Y., Godunov S.K. 1978. The stability of stable matrices, Theory of cubature formulas and numerical mathematics, Pap. Conf. Differential equations and numerical mathematics, Novosibirsk 13-28.

Carter, C.C. and Haloupek, W.J. 2000. Spatial Autocorrelation in a Retail Context. International Real Estate Review, 3(1): 34-48.

Carter, R.W. 2005. Lie Algebras of Finite and Affine type. Cambridge University Press, Cambridge, 632

Christensen, R. (1991). Linear models for multivariate, time series, and spatial data (Vol. 1). New York: Springer-Verlag.

Cliff, A. D., Ord, J. K., Haggett, P., & Versey, G. R. (1981). Spatial diffusion: an historical geography of epidemics in an island community (Vol. 14). CUP Archive.

Cressie, N. 1993. Statistics for Spatial Data. New York: Wiley.

Cochrane, D., & Orcutt, G. H. (1949). Application of least squares regression to relationships containing auto-correlated error terms. *Journal of the American statistical association*, 44(245), 32-61.

Darmofal D. 2006. “Spatial Econometrics and Political Science, (çevrimiçi) htt p://polmeth.wustl.edu/retrieve.php?id=575, 13.03.2008.

Erdmann, K.,Wildon, M.J. 2006. Introduction to Lie Algebras. SpringerVerlag, London,251s.

Fackler, P. L., & Goodwin, B. K. (2001). Spatial price analysis. Handbook of agricultural economics, 1, 971-1024.

Gauss Carl Friedrich 1903. Werke (Almanca), 9.

Gillen, K., Thibodeau, T.G. and Wachter, S. 2001. Anisotropic Autocorrelation in House prices. *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 23(1): 5-30.

Green, R.M. 2007. Full Heaps and Representations of Affine Kac–Moody Algebras. *International Electronic Journal of Algebra*, 2: 138–188

Griffith, D.A. 1984. Theory of Spatial Statistics. In: G.L. Gaile and C.J. Willmott, eds, Spatial Statistics and Models. Dordrect: D. Reidel Publishing Company. S.10

Griffith, D.A. 1992. What is Spatial Autocorrelation? Reflections on the Past 25 Years of Spatial Statistics. L’Espace Geographique, 21(3): 265-280.

Haining, R. 1990. Spatial Data Analysis in the Social and Environmental Sciences. Cambridge: Cambridge University Press

Hamid, A.M. 2001. Incorporating A Geographic Information System in Hedonic Modelling of Farm Property Values. Phd edn. Lincoln university.

Herrero, M. P. 2000. Strategies and Computer Projects for Teaching Linear Algebra, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(2), 181-186.

Hoffmann, K., & Kunze, R. A. (1971). Linear algebra. New Jersey: Prentice-Hall.

Jovanović, V. and Njeguš, A. 2008. The application of GIS and its components in tourism. *Yugoslav journal of operations research*, 18(2), 261-272.

Kac, V.G. 1990. Infinite dimensional Lie algebras. Third edition. Cambridge University Press, Cambridge,400s.

Keskin T. 2005. Lineer denklem sistemleri için boyut indirgeme algoritması, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi.

Kim, C.W. 1997. Measuring the Benefits of Air Quality Improvement: A Spatial Hedonic Approach. PhD edn. West Virginia University.

Kuiper,N.H. 1963. Linear Algebra and Geometry, North-Holland Publ.Comp. Inc., Amsterdam.

Latinopoulos, D. 2018. Using a spatial hedonic analysis to evaluate the effect of sea view on hotel prices. Tourism Management, 65, 87-99.

Legendre, P. 1993. Spatial Autocorrelation: Trouble or New Paradigm? Ecology, 74(6): 1659-1673.

Longley, P.A., Goodchild, M.F., Maguire, D.J. and Rhind, W.W. 2011. Geographic Information Systems & Science. Third Edition, John Wiley & Sons, USA.

Mok, H. M., Chan, P. P., & Cho, Y. S. 1995. A hedonic price model for private properties in Hong Kong. *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, 10(1), 37-48.

Mostow, G.D. and Sampson, J.H. 1969. LinearAlgebra, McGraw-Hill BookComp., 1, New York, America

Neşe, A. R. A. L., & Aytaç, M. 2018. Türkiye'de işsizliğin mekânsal analizi.*Öneri Dergisi*,13(49), 1-20.

Noreen Jamil 2012. "direct and indirect solvers for linear system equations".

Odland, J. 1988. Spatial Autocorrelation. Newbury Park, California: Sage Publication.

Ord, J.K. 1975. "Estimation Methods for Models of Spatial Interaction," *Journal of the American Statistical Association*, Volume 70, pp. 120-126.

Pace, R., Kelley, and James P. LeSage 2001. “Spatial Estimation Using Chebyshev Approximation”, unpublished manuscript available at: www.econ.utoledo.edu/faculty/lesage/workingp.html

Pace, R., Kelley, and Ronald Barry 1997. “Quick computation of spatial autoregressive estimators,” Geographical Analysis, Volume 29, pp. 232-246.

Paelinck, J., and L. Klaassen 1979. Spatial Econometrics. Farnborough: Saxon House.

Pearce, D. G. 1998. Tourism development in Paris: public intervention. Annals of Tourism Research, 25(2), 457-476.

Peng Y.X., Hu X.Y., Zhang L. 2005. An iteration method fort he symmetric solutions and the optimal approximation solution of the matrix equation A X B = C, Applied Mathematics and Computation 160:763-777.

Preiner, J. 2008. Introducing Dynamic Mathematics Software to Mathematics Teacher: The Case of GeoGebra. Dissertation in Mathematics Education, University of Salzburg.

Rao, C.R. 1973. Linear Statistical Inference and its Applications (2nd edn). New York: Wiley.

Rao, C.R., Mitra, S.K. 1971. Generalized inverse if matrices and its Applications, Wiley, New York.

Roman,S. 1984. An Introduction to Linear Algebra with Applications, CBSCollege Publishing, Philadelphia.

Samarsky, A.A. 1997. Matematiksel modelleme / A.A. Samarsky, A.P. Mikhailov. - Moskova: Kararname. Fizmatlit, - 320 s.

Scott, L. M., Janikas, M. V. (2010). Spatial statistics in ArcGIS. In Handbook of applied spatial analysis (pp. 27-41). Springer, Berlin, Heidelberg.

Sheng X., Chen G. 2007. A finite iterative method for solving a pair of linear matrix equation (AXB,CXD)=(E,F)., Applied Mathematics and Computation 189:1350-1358.

Smirnov, Oleg, and Luc Anselin 2001. “Fast Maximum Likelihood Estimation of Very Large Spatial Autoregressive Models: a Characteristic Polynomial Approach,” Computational Statistics and Data Analysis, Volume 35, p. 301-319.

Sun, D., R.K. Tsutakawa, P.L. Speckman 1999. “Posterior distribution of hierarchical models using car(1) distributions”, Biometrika, Volume 86, pp. 341-350.

Taşçı D. 1999. Lineer Cebir, Selçuk Üniversitesi Vakfı Yayınları No:9,Konya.

Tian, Y. 2004. Upper and lower bounds for ranks of matrix expressions using generalized inverses, Linear Algebra and its Appl. 355, 187-214

Tiefelsdorf M. 2000. Modelling spatial processes – the identification and analysis of spatial relationships in regression residuals by means of Moran's I. Lecture notes in earth sciences, vol 87. Springer, Berlin

Tiefelsdorf, Michael 1998. « Modelling spatial processes: The identification and analysis of spatial relationships in regression residuals by means of Moran's I (Germany) ». PhD thesis. Université Wilfrid Laurier

Tu, Y., Yu, S. and Sun, H. 2004. Transaction-Based Office Price Indexes: A Spatiotemporal Modeling Approach. Real Estate Economics, 32(2): 297-328.

Yalcin, F., Mert, M. (2018). Determination of hedonic hotel room prices with spatial effect in Antalya. Economía, sociedad y territorio, 18(58), 697-734.

Yalçın, F. 2016. Antalya ili otellerinin konaklama fiyatlarını etkileyen faktörlerin mekânsal analizi.

Zeren, F., Yılancı, V., & İşlek, H. 2021. İtalya'da covıd-19'un bölgeler arası yayılımı: *Keşfedici mekânsal veri analizi. Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 20(79), 1432-1442.

Zhang J. 2002. Comments on 'Solution of the system of linear algebraic equations by decreasing dimension', Applied Mathematics and Computation 128:95-98.

Zhang, H., Zhang, J., Lu, S., Cheng, S. 2011. "Modeling hotel room price with geographically weighted regression", *International Journal of Hospitality Management* 30: 1036-1043.

Wang H., Jiang J. 2000. Solution of the system of linear algebraic equations by decreasing dimension, Applied Mathematics and Computation 109:51-57.

Xu, M. 2021. A study on spatial distribution characteristics of city hotels based on GIS method: a date analysis based on POI data of Zhejiang hotels. In 2021 International Conference on E-Commerce and E-Management (ICECEM) (pp. 296-301). IEEE.

ÖZGEÇMİŞ

PARVANA MAMMADLİ

maparvana14105@sabah.edu.az

ÖĞRENİM BİLGİLERİ

Yüksek Lisans 2018-2022	Akdeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik A.B.D, Antalya
Lisans 2013-2018	Azerbaycan Devlet Pedagoji Üniversitesi Matematik Bölümü, Bakü

ESERLER

Ulusal bilimsel toplantılarda sunulan ve bildiri kitaplarında basılan bildiriler

1- Mammadli P. ve Yalcin F. (2022). Determination Of The Effect Of Smart Telephones On Humans By Expolarity Factor Analysis, ISADET 2022 (Özet Bildiri)