

T.C.  
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ



**NANO ÖLÇEKLİ ÇUBUK SİSTEMLERİN  
TİTREŞİM FREKANSLARININ BELİRLENMESİ**

**Furkan KATI**

**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ**

**ANABİLİM DALI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**OCAK 2023**

**ANTALYA**

T.C.  
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ



**NANO ÖLÇEKLİ ÇUBUK SİSTEMLERİN  
TİTREŞİM FREKANSLARININ BELİRLENMESİ**

**Furkan KATI**

**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ**

**ANABİLİM DALI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**OCAK 2023**

**ANTALYA**

**T.C.  
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**NANO ÖLÇEKLİ ÇUBUK SİSTEMLERİN  
TİTREŞİM FREKANSLARININ BELİRLENMESİ**

**Furkan KATI  
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ  
ANABİLİM DALI  
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**OCAK 2023**

T.C.  
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

NANO ÖLÇEKLİ ÇUBUK SİSTEMLERİN  
TİTREŞİM FREKANSLARININ BELİRLENMESİ

Furkan KATI  
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ  
ANABİLİM DALI  
YÜKSEK LİSANS TEZİ

Bu tez 30/12/2022 tarihinde jüri tarafından Oybirliği / Oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Ömer CİVALEK (Danışman)

Doç. Dr. Mehmet AVCAR

Doç. Dr. Bekir AKGÖZ



## ÖZET

# NANO ÖLÇEKLİ ÇUBUK SİSTEMLERİN TİTREŞİM FREKANSLARININ BELİRLENMESİ

Furkan KATI

Yüksek Lisans Tezi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Ocak 2023; 49 sayfa

Bu tez çalışması kapsamında nano boyuttaki eksenel çubukların serbest titreşimi incelenmiştir. Nano boyutta incelenen malzemelerin mekanik etkiler altındaki durumları, nano boyuttaki malzemenin iç karakteristik boyutları da hesaplara katılacağı için klasik elastisite teorisi ile açıklanamayacaktır. Bu nedenle nano boyuttaki çubukların serbest titreşim hesapları boyut etkisi altında yerel olmayan elastisite teorisi ile incelenecektir.

Klasik elastisite teorisi ve yerel olmayan elastisite teorisi ile elde edilen denklemler, farklı mesnet koşullarına göre Karbon Nanotüp (CNT), Altın Nanotüp (AuNT), Gümüş Nanotüp (AgNT) ve Nikel Nanotüp (NiNT) malzemeleri ile incelenmiştir. Farklı uzunluk, kesit alanı ve mesnet koşullarına sahip malzemeler kullanılarak titreşim frekansı üzerindeki etkileri tablo ve grafikler ile incelenmiştir.

İncelenen sonuçlara göre çubuk uzunluğu arttıkça titreşim frekansının düştüğü gözlemlenmiştir. Yerel olmayan ifade arttıkça titreşim frekansının düştüğü, mod sayısındaki artış ise yerel olmayan ifadenin frekans yükseltici etkisini arttırdığı elde edilmiştir. Çubuk uzunluğundaki artışın yerel olmayan ifadenin frekans yükseltici etkisini arttırdığı gözlemlenmiştir. Sonuç olarak nano boyutta modellenen cihazların tasarımında boyut etkisinin dikkate alınması gerektiği elde edilmiştir.

**ANAHTAR KELİMELELER:** Altın nanotüp, Boyut etkisi, Burulmalı titreşim, Gümüş nanotüp, Karbon nanotüp, Klasik elastisite teorisi, Nanoteknoloji, Nano çubuklar, Nikel nanotüp, Serbest titreşim, Yerel olmayan (nonlokal) elastisite teorisi.

**JÜRİ:** Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Doç. Dr. Mehmet AVCAR

Doç. Dr. Bekir AKGÖZ

## ABSTRACT

### DETERMINATION OF VIBRATION FREQUENCIES OF NANOSCALE ROD SYSTEMS

Furkan KATI

MSc Thesis in Civil Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Ömer CİVALEK

January 2023; 49 pages

In this thesis study, free vibration of nano-sized axial rods was investigated. The states of the materials studied at nanoscale under mechanical effects cannot be explained by classical elasticity theory since the internal characteristic dimensions of the nanoscale material will also be included in the calculations. For this reason, free vibration calculations of nano-sized rods will be examined with the non-local elasticity theory under the effect of size.

The equations obtained by the classical theory of elasticity and the nonlocal elasticity theory were investigated with Carbon Nanotube (CNT), Gold Nanotube (AuNT), Silver Nanotube (AgNT) and Nickel Nanotube (NiNT) materials according to different support conditions. Using materials with different lengths, cross-sectional areas and support conditions, their effects on vibration frequency are examined with tables and graphics.

According to the results examined, it was observed that the vibration frequency decreased as the rod length increased. It was found that as the nonlocal expression increased, the vibration frequency decreased, and the increase in the number of modes increased the frequency amplifying effect of the nonlocal expression. It has been observed that the increase in rod length increases the frequency amplifying effect of the nonlocal expression. As a result, it has been obtained that the size effect should be taken into account in the design of devices modeled in nanoscale.

**KEYWORDS:** Carbon nanotube, Classical theory of elasticity, Dimensional effect, Free vibration, Gold nanotube, Nickel nanotube, Nanorods, Nanotechnology, Nonlocal elasticity theory, Silver nanotube, Torsional vibration.

**COMMITTEE:** Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Assoc. Prof. Dr. Mehmet AVCAR

Assoc. Prof. Dr. Bekir AKGÖZ

## ÖNSÖZ

Günümüz teknolojisindeki gelişmeler sayesinde insanların yaşam kalitesini arttırmak ve ihtiyaçlarına çözüm aramak için önemli adımlar atılmış olup teknolojik imkanların her geçen gün iyileştirilmesi ile nano ve mikro boyutta yapılan çalışmalar hız kazanmıştır. Gelecek yıllarda üretilen malzemelerin daha sağlam, ekonomik, hafif ve uzun ömürlü olması için nanoteknoloji biliminden yararlanılmaktadır.

Nanoteknoloji bilimine duyulan önemin her geçen gün artması ile toplumların bu alanda ön plana çıkma yarışı da hız kazanmıştır. Gelişmiş ülkelerin ciddi bütçeler ayırarak desteklediği nanoteknoloji biliminin uygulama alanları arasında malzeme ve üretim sektörü, elektrik-elektronik ve bilgisayar ürünleri, havacılık ve uzay malzemeleri, savunma sanayi, sağlık sektörü ve inşaat sektörleri gösterilebilir.

Bu alanda yapılan araştırmalar ve elde edilen sonuçlar değerlendirildiğinde klasik fizik teorilerinden yararlanılarak bulunan sonuçların gerçekçi olmadığı görülmüş ve farklı yöntemler ile daha gerçekçi sonuçların elde edilmesi gerektiği düşüncesi ortaya çıkmıştır. Bu yüksek lisans tezinde nanoteknoloji bilimi hakkında bilgi verilmiş olup nanoteknolojinin günümüzde ve gelecekteki kullanım alanlarından bahsedilmiştir. Klasik fizik teorileri ile elde edilen sonuçlar boyut etkisi dikkate alınarak farklı sınır koşulları altında yerel olmayan elastisite teorisi ile incelenmiştir. Karbon nanotüp, altın, nikel ve gümüş malzemeleri ile modellenmiş çubukların aksenal ve burulmalı titreşim analizleri yapılmıştır.

Bu çalışmanın her aşamasında destek olan ve yol gösteren değerli hocam Sayın Prof. Dr. Ömer CİVALEK'e ve her konuda maddi ve manevi yanımda olan aileme ve arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunarım.

## İÇİNDEKİLER

ÖZET .....	i
ABSTRACT .....	ii
ÖNSÖZ .....	iii
AKADEMİK BEYAN .....	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	xi
1. GİRİŞ .....	1
2. KAYNAK TARAMASI .....	3
2.1. Nanoteknoloji ve Nanoteknoloji Bilimi Kavramı .....	3
2.2. Nanoteknoloji Kavramının Tarihçesi .....	3
2.3. Nanoteknolojinin Gelecekteki Uygulama Alanları .....	3
2.3.1. Malzeme ve üretim sektörü .....	4
2.3.2. Elektronik ürünler ve bilgisayar teknolojisi .....	4
2.3.3. Sağlık sektörü .....	4
2.3.4. Havacılık ve uzay çalışmaları .....	4
2.3.5. Çevre ve tarım .....	4
2.3.6. Savunma sektörü.....	5
2.3.7. İnşaat sektöründe nanoteknoloji .....	5
2.4. Daha Önceden Yapılmış Çalışmalar .....	5
3. MATERYAL VE METOT .....	7
3.1. Çubuk Elemanlarda Eksenel Titreşim.....	7
3.1.1. Eksenel titreşim hareket denkleminin elde edilmesi .....	7
3.1.2. Hareket denkleminin değişkenlere ayırma metodu ile çözümü.....	8
3.1.3. Farklı sınır koşulları için titreşim denklemi eldesi .....	10
3.1.3.1. Her iki ucun da tutulu (ankastre mesnetli) olması hali .....	10
3.1.3.2. Bir ucu tutulu (ankastre) diğer ucu serbest olması durumu .....	11
3.1.3.3. Ankastre mesnetli (tutulu uç) – kütle eklentili uç olması durumu.....	12
3.1.3.4. Her iki ucun serbest olması durumu .....	14
3.2. Çubuk Elemanların Burulmalı Titreşimi .....	15
3.3. Yerel Olmayan Elastisite Teorisinin İncelenmesi .....	16



3.3.1. Yerel olmayan elastisite teorisi denkleminin elde edilmesi .....	17
3.4. Eksenel Çubuk Elemanların Yerel Olmayan Titreşim Hesabı.....	18
3.4.1. Yerel olmayan teoriye göre hareket denkleminin eldesi .....	18
3.4.2. Hareket denkleminin çözüm aşamaları.....	20
3.4.3. Yerel olmayan titreşimde eksenel çubuklara uygulanacak sınır koşullar....	21
3.4.3.1. Ankastre mesnetli uç – serbest uç olması durumu.....	22
3.4.3.2. Ankastre mesnetli uç – ankastre mesnetli uç olması durumu.....	23
3.4.3.3. Ankastre mesnetli uç – kütle eklentili uç olması durumu.....	24
3.4.3.4. İki tarafı serbest uç olması durumu.....	25
3.5. Çubukların Burulmalı Titreşimi .....	26
4. BULGULAR VE TARTIŞMA .....	28
4.1. Malzeme Özellikleri .....	28
4.2. Eksenel Çubuk Elemanların Titreşim Hesapları ve Sonuçların Grafikler Üzerinden Yorumlanması.....	28
4.3. Burulmalı Titreşim .....	39
5. SONUÇLAR .....	47
6. KAYNAKLAR .....	48
ÖZGEÇMİŞ	

## AKADEMİK BEYAN

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Nano Ölçekli Çubuk Sistemlerin Titreşim Frekanslarının Belirlenmesi” adlı bu çalışmanın, akademik kurallar ve etik değerlere uygun olarak yazıldığını belirtir, bu tez çalışmasında bana ait olmayan tüm bilgilerin kaynağını gösterdiğimi beyan ederim.

30.../12.../2022  
Furkan KATI



## SİMGELER VE KISALTMALAR

### Simgeler

A	: Malzemenin kesit alanı
$B_n, C_n$	: Mod şekli denklemindeki katsayılar
c	: Denklemlerde kullanılan sönüm sabiti
d	: Dairesel kesitlerde çap simgesi
$e_0$	: Denklemlerde kullanılacak malzeme sabiti
E	: Elastisite modülü
$\rho$	: Birim hacimdeki kütle yoğunluğu
f	: Frekans
F	: Kuvvet ifadesi
I	: Atalet momenti
K	: Kinetik enerji
u	: Eksenel yer değiştirme
L	: Çubuk uzunluğu
m	: Çubuk kütlesi
$m_0$	: Malzeme birim uzunluğunun kütlesi
M	: Eğilme Momenti
n	: Mod Sayısı
$N_x$	: Yerel olmayan eksenel kuvvetler
P	: Düğüm noktasına etkiyen iç kuvvetler
t	: Zaman sabiti
$t_{ij}$	: Yerel olmayan gerilme
T, T(x)	: Periyot, Harmonik hareket şekil denklemi
V	: Cismin kapladığı hacim
x	: Öteleme koordinatı
X	: Genlik
$\alpha, \beta, \mu$	: Frekans denklemleri parametreleri
$\mu$	: Yerel olmayan parametre
$\theta$	: Euler dönüşümü değişkeni
$\lambda, \mu$	: Lamé sabitleri

$\omega$	: Titreşim frekansı
$\omega_c$	: Klasik frekans
$\omega_n$	: Doğal açısal frekans
$\omega_{nl}$	: Yerel olmayan frekans
$\bar{\omega}$	: Boyutsuz frekans
$\delta$	: Varyasyon operatörü
$\varepsilon_{ij}$	: Şekil değiştirme tansörü

### **Kısaltmalar**

AKM	: Atomik Kuvvet Mikroskobu
CNT	: Karbon nanotüp
AUNT	: Altın nanotüp
AGNT	: Gümüş nanotüp
NINT	: Nikel nanotüp
C-C	: İki ucu ankastre mesnetli çubuk eleman
C-F	: Bir ucu ankastre diğer ucu serbest çubuk eleman
F-F	: İki ucu serbest çubuk eleman
C-MA	: Bir ucu ankastre mesnetli diğer ucu kütle eklentili çubuk eleman
EKT	: Euler – Bernoulli Kiriş Teorisi
TKT	: Timoshenko Kiriş Teorisi
kg	: Kilogram
m	: Metre
nm	: Nanometre
MPa	: Megapascal
TPa	: Terapascal

Bu tezde sayıların ondalık kısmı nokta işareti (.) ile ayrılmıştır.

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. William McLellan'ın yaptığı ilk mikromotor inceleniyor.....	3
Şekil 3.1. $A(x)$ kesit alanı ve $L$ uzunluğuna sahip çubuk eleman.....	7
Şekil 3.2. Uzunluğu $dx$ olan elemanın serbest cisim diyagramı .....	7
Şekil 3.3. Her iki ucu da tutulu (ankastre mesnet) eksenel çubuk .....	10
Şekil 3.4. Bir ucu tutulu diğer ucu serbest olan eksenel çubuk .....	11
Şekil 3.5. Bir ucu ankastre (tutulu), diğer ucunda kütle olan çubuk.....	12
Şekil 3.6. Her iki ucu serbest olan eksenel çubuk .....	14
Şekil 3.7. Elastik ortamda bulunan burulmaya maruz çubuk ve serbest cisim diyagramı .....	15
Şekil 3.8. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest eksenel çubuk .....	22
Şekil 3.9. İki ucu tutulu (ankastre mesnet) olan eksenel çubuk.....	23
Şekil 3.10. Bir ucu ankastre mesnetli diğer ucu kütle eklentili olan eksenel çubuk.....	24
Şekil 3.11. İki tarafı serbest uç olan eksenel çubuk.....	25
Şekil 4.1. Farklı sınır koşullarına göre Karbon Nanotüp malzemesinin temel frekanslarının grafiği (THz) .....	29
Şekil 4.2. Farklı sınır koşullarına göre Altın Nanotüp malzemesinin temel frekanslarının grafiği (THz) .....	30
Şekil 4.3. Farklı sınır koşullarına göre Gümüş Nanotüp malzemesinin temel frekanslarının grafiği (THz) .....	30
Şekil 4.4. Farklı sınır koşullarına göre Nikel Nanotüp malzemesinin temel frekanslarının grafiği (THz) .....	31
Şekil 4.5. Farklı sınır şartlarındaki malzemelerin mod sayısına göre temel frekans değerlerinin grafiği (THz).....	32
Şekil 4.6. Bir ucu ankastre diğer ucu boşta olan malzemelerin frekans değerlerinin grafiği (THz) .....	33
Şekil 4.7. İki ucu da serbest olan malzemelerin frekans değerlerinin grafiği (THz).....	33
Şekil 4.8. Bir ucu ankastre diğer ucunda kütle olan malzemelerin frekans değerlerinin grafiği (THz).....	34

<b>Şekil 4.9.</b> Nano çubukların farklı sınır şartlarda ve atomik parametrelere göre yerel olmayan temel frekanslarının grafiği (THz) .....	36
<b>Şekil 4.10.</b> İki ucu ankastre nano çubukların farklı uzunluklarda yerel olmayan frekans değerlerinin grafiği (THz) .....	37
<b>Şekil 4.11.</b> İki ucu ankastre nano çubukların farklı atomik parametreler ile elde edilen frekans değerlerinin mod sayısına göre değişim grafiği grafiği (THz).....	38
<b>Şekil 4.12.</b> İki ucu ankastre nano çubukların farklı uzunluk ve atomik parametrelerde elde edilen yerel olmayan frekanslarının grafiği (THz).....	39
<b>Şekil 4.13.</b> Projede analizleri gerçekleştirilecek olan nano/mikro eksenel çubuk modelleri (a) C–C (b) C–F (c) C–M (d) F–M (e) C–S (f) F–S (g) C–MS (h) F–F .....	41
<b>Şekil 4.14.</b> Projede analizleri gerçekleştirilecek olan nano/mikro burulma çubuğu modelleri (a) C–C (b) C–F (c) F–F (d) C–S (e) F–S.....	41

## ÇİZELGELER DİZİNİ

<b>Çizelge 4.1.</b> Titreşim hesaplarında kullanılacak olan malzemelerin elastisite modülü ve birim hacim kütleleri .....	28
<b>Çizelge 4.2.</b> Titreşim hesapları yapılacak olan sınır koşullar .....	28
<b>Çizelge 4.3.</b> Farklı sınır koşullarına göre Karbon Nanotüp malzemesinin temel frekansları (THz).....	29
<b>Çizelge 4.4.</b> Farklı sınır koşullarına göre Altın Nanotüp malzemesinin temel frekansları (THz).....	29
<b>Çizelge 4.5.</b> Farklı sınır koşullarına göre Gümüş Nanotüp malzemesinin temel frekansları (THz).....	30
<b>Çizelge 4.6.</b> Farklı sınır koşullarına göre Nikel Nanotüp malzemesinin temel frekansları (THz).....	31
<b>Çizelge 4.7.</b> Farklı sınır şartlar altındaki malzemelerin temel frekansları (THz) .....	31
<b>Çizelge 4.8.</b> İki ucu ankastre olan malzemelerin frekans değerleri (THz) .....	32
<b>Çizelge 4.9.</b> Bir ucu ankastre diğer ucu boşta olan malzemelerin frekans değerleri (THz) .....	32
<b>Çizelge 4.10.</b> İki ucu da serbest olan malzemelerin frekans değerleri (THz).....	33
<b>Çizelge 4.11.</b> Bir ucu ankastre diğer ucunda kütle olan malzemelerin frekans değerleri (THz).....	34
<b>Çizelge 4.12.</b> Nano çubukların farklı sınır şartlarda iki farklı uzunluk ve atomik parametrede elde edilen yerel olmayan frekanslar ve yüzdesel olarak yakınsaklık değerleri (THz).....	35
<b>Çizelge 4.13.</b> Nano çubukların farklı sınır şartlarda ve atomik parametrelere göre yerel olmayan temel frekansları (THz) .....	35
<b>Çizelge 4.14.</b> Nano çubukların farklı sınır şartlarda iki farklı atomik parametreye göre farklı malzemeler için elde edilen yerel olmayan frekans değerleri (THz) .....	36
<b>Çizelge 4.15.</b> İki ucu ankastre olan nano çubukların farklı malzemeler ve atomik parametreler için yerel olmayan frekansları (THz).....	37
<b>Çizelge 4.16.</b> İki ucu ankastre nano çubukların farklı uzunluklarda yerel olmayan frekans değerleri (THz).....	37
<b>Çizelge 4.17.</b> İki ucu ankastre nano çubukların farklı atomik parametreler ile elde edilen frekans değerleri (THz) .....	38

<b>Çizelge 4.18.</b> İki ucu ankastre nano çubukların farklı uzunluk ve atomik parametrelerde elde edilen yerel olmayan frekansları (THz).....	39
<b>Çizelge 4.19.</b> Mikrotüpçüklerin geometrik ve mekanik özellikleri .....	40
<b>Çizelge 4.20.</b> Mikrotüpçük tiplerine göre çap ve kalınlık değerleri (Donhauser vd. 2010) .....	40
<b>Çizelge 4.21.</b> Silika karbür nanotellerin geometrik ve mekanik özellikleri (Makeev vd. 2009) .....	40
<b>Çizelge 4.22.</b> Karbon nanotüplerin mekanik özellikleri (Selim vd. 2009) .....	40
<b>Çizelge 4.23.</b> Bir ucu tutulu diğer ucu serbest nano/mikro eksenel çubukların ilk beş mod yerel olmayan eksenel titreşim boyutsuz frekansları .....	42
<b>Çizelge 4.24.</b> Her iki ucu tutulu nano/mikro eksenel çubukların ilk beş mod yerel olmayan eksenel titreşim boyutsuz frekansları .....	43
<b>Çizelge 4.25.</b> Elastik ortama gömülü bir ucu tutulu ve diğer ucu serbest nano/mikro eksenel çubukların ilk beş mod yerel olmayan eksenel titreşim boyutsuz frekansları ...	43
<b>Çizelge 4.26.</b> Elastik ortama gömülü her iki ucu tutulu nano/mikro eksenel çubukların ilk beş mod yerel olmayan eksenel titreşim boyutsuz frekansları .....	44
<b>Çizelge 4.27.</b> Kütle/yay eklentili nano/mikro çubukların klasik eksenel titreşim boyutsuz frekanslarının ilgili referanslarla karşılaştırma çalışması ( $L = 20$ nm, $e_0a = 0$ nm, $\beta_m = \beta_k = 10$ ) .....	44
<b>Çizelge 4.28.</b> Kütle/yay eklentili nano/mikro çubukların yerel olmayan eksenel titreşim boyutsuz frekanslarının ilgili referanslarla karşılaştırma çalışması ( $L = 20$ nm, $e_0a = 5$ nm, $\beta_m = \beta_k = 10$ ) .....	45
<b>Çizelge 4.29.</b> İki farklı sınır şartlı nano/mikro çubukların birinci ve ikinci mod yerel olmayan burulma titreşimi boyutsuz frekanslarının ilgili referans ile karşılaştırılması..	46



## 1. GİRİŞ

İnsanlar yaşam standartlarını yükseltmek için bazı arayışlara başlamıştır. Bu nedenle teknolojik çalışmalar hız kazanmış olup teknolojik imkanların her geçen gün gelişmesi ile kullandığımız malzemelerin boyutları da küçülmeye başlamıştır. Boyutların giderek azalmasına rağmen malzemelerin kapasite ve çalışma hızı artmakta olup verimlilik yükselmektedir. Günümüzde de birçok araştırmacı az enerji kullanarak daha verimli ve diğer ürünlere göre hız kazandıracak cihazlar üretmek için çalışmaktadır.

Nanoteknoloji bilimi, atomik boyutlardaki malzemeleri inceleyip aynı olmayan özelliklere sahip yeni malzeme veya bir mühendislik sistemi üreterek insanların hayatlarını kolaylaştırmayı hedeflemektedir. Bu çalışmaların sorunsuz ilerlemesi için, malzemenin mekanik davranışlarının çok iyi incelenmesi ve bulguların değerlendirilmesi gerekmektedir. Bu nedenle günümüzde nanoteknoloji bilimi önemli bir yer edinmiştir.

Kullanım alanlarına göre nano boyuttaki malzemelerin (nanomalzemeler) seçimi alınacak performansta çok büyük öneme sahiptir. Geçmişten günümüze kadar çok sayıda nanomalzeme genellikle önce teorik olarak çalışılmış daha sonra ise üretilmiştir. Üretimi yapılan nano boyuttaki malzemelerin zamanla üretim yöntemleri de geliştirilmiş, çeşitli üretim yöntemleri bulunmuş ve sonuç olarak daha ekonomik biçimde, daha saf halde, daha büyük miktarlarda nano malzemeler elde edilmiştir.

Nanomalzemeler kullanım alanlarına göre bazen nanotüp bazen de nanotel olarak üretilip kullanılmaktadır. Kısaca ifade edilecek olursa nanoteller çok sayıda nanotüpün aynı eksen üzerinde iç içe geçmiş biçimde elde edilmiş halidir. Aynı element atomları kullanılarak elde edilen nanotüp ve nanotellerde benzer elektriksel ve mekaniksel özellikler gözlemlense de bu nanotüp ve nanotellerin elde edilme biçimleri genellikle birbirlerinden çok farklıdır.

Kullanım alanlarına göre nanotüpler ve nanoteller yüksek basınç, yüksek sıcaklık, düşük sıcaklık, yüksek elektrik akımı gibi zorlayıcı dış etkenlere bazen sürekli olarak bazen de değişken bir biçimde maruz kalmaktadır. Bu zorlayıcı dış etkenlerin nanotüpler ve nanoteller üzerinde genellikle sürekli etki göstermesi nanomalzemenin kullanıldığı bu sistemlerin önceden iyi analiz edilmesini ve sınırlarının belirlenmesini gerektirmektedir. Örneğin uzay teknolojisinde kullanılan cihazların kalkış ve atmosferden çıkışa kadar çok yüksek basınç ve sıcaklık altında yüksek performansta çalışması beklenirken atmosferden çıkıldıktan sonra düşük basınç ve düşük sıcaklıkta yine aynı performansta çalışması beklenmektedir. Bunun gibi zorlayıcı koşulların öngörülerek teorik olarak analizlerin yapılması uzay örneğinde olduğu gibi uzun yıllar boyunca tam performansta çalışması istenilen cihazların verimli olarak tasarlanmasında büyük önem taşımaktadır.

Bütün bu bahsedilenlerin bir sonucu olarak, nano boyutlara sahip malzemelerin ve bu malzemelerden oluşturulan elektro-mekanik sistemlerin performansının bilinebilmesi ve tasarımlarının yapılabilmesi için öncelikle doğru bir mekanik model kurularak mekanik analizlerinin yapılabilir olması oldukça önemlidir. Ayrıca, bilindiği üzere nanomalzemeler üzerindeki deneysel çalışmalardan, bu malzemelerin mekanik davranışlarının klasik elastisite teorileriyle belirlenemediği bilinmektedir. Bahsedilen bu zorluk, nano ölçek etkisini (atomik parametre) içeren yenilenmiş elastisite teorilerinin kullanılmasıyla aşılır. İşte bu yüksek lisans tez çalışması, nanotel ve nanotüp yapılarının

tek doğrultulu (uzunlamasına) bir yapıda olduğu göz önüne alındığında, bu yapıların düz çubuk modelinin aksenal ve burulmalı serbest titreşim frekanslarının hesaplanmasına odaklanacaktır. Elde edilen sonuçların, nanomalzemeler üzerinde dinamik karakteristiklerin belirlenerek bu malzemelerin temel oluşturacağı sistem ve cihazların doğru tasarımlarına yol göstereceği ümit edilmektedir.

## 2. KAYNAK TARAMASI

### 2.1. Nanoteknoloji ve Nanoteknoloji Bilimi Kavramı

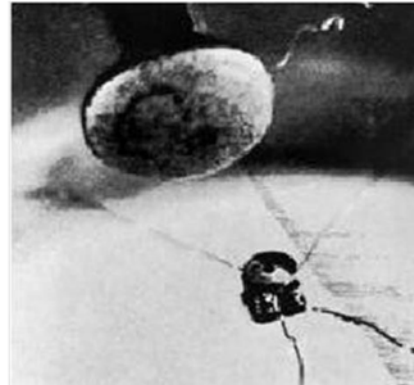
Nano kelimesi bilimsel olarak teknik bir ölçü birimidir. Herhangi bir ölçü biriminin milyarda birini gösteren nano kelimesi Yunanca’da yaşlı veya cüce anlamında kullanılan ‘nannos’ kelimesinden gelmektedir. Birim çevirme yapıldığında 1 metre yaklaşık 1 milyar nanometreye karşılık gelmektedir ( $1m = 1.000.000.000nm$ ).

Nanoteknoloji biliminin fizik, kimya ve mühendislik disiplinleri ile doğrudan, uzay, endüstri, elektronik, sağlık ve tarım alanlarına ise dolaylı olarak etkisi bulunmakta olup birçok ülke tarafından bu alanda destekler verilmektedir. Nanoteknoloji bilimi, boyutları 1 nanometreden 100 nanometreye kadar olan malzemelerin incelenip atomik boyutlarda daha işlevsel hale getirilmesi olarak açıklanabilir.

### 2.2. Nanoteknoloji Kavramının Tarihçesi

Fizikçi Richard Feynman yaptığı bir konuşmada malzemelerin moleküler boyutlarda üretilmesinden bahsetmiş (1959) ve Nanoteknoloji’nin ortaya çıkmasında öncü olmuştur. Katıldığı bir konferansta yaptığı konuşmada nano boyutta henüz keşfedilemeyen kısımlara dikkat çekmiştir. Nano boyuttaki ölçme ve imalat yöntemleri geliştirilirse atomik ve moleküler büyüklüklerdeki imalatların yapılabileceğinden bahsetmiştir.

Ancak nano boyutlarda geleneksel malzeme özellikleri değişmekte ve kuantum gibi farklı fizik kuralları işlemeye başlamaktadır. Ayrıca boyutlar küçüldükçe gözlem yapmak zorlaştığı için yeni yöntemler aranmaktadır.



**Şekil 2.1.** William McLellan’ın yaptığı ilk mikromotor inceleniyor.

Şekil 2.1’de üretilen ilk mikromotorun görüntüsü ve onu inceleyen araştırmacılar gösterilmiştir.

### 2.3. Nanoteknolojinin Gelecekteki Uygulama Alanları

Araştırmacı ve bilim insanlarının son zamanlardaki popüler ilgi alanlarından olan nanoteknolojinin gelecekte büyük bir uygulama alanına sahip olma potansiyeli bulunmaktadır. Nanoteknoloji bilimi ile yaşam kalitesinin arttırılacağı ve daha küçük

boyuttaki malzemeler ile daha işlevsel ve dayanıklı ürünler elde edileceği düşünülmektedir.

### **2.3.1. Malzeme ve üretim sektörü**

Nano boyutta üretilen ürünlerin daha küçük olmasına rağmen daha sağlam olup üretim aşamasında konvansiyonel metotlar ile üretilen malzemelere kıyasla daha az enerjiye ihtiyaç duyulması belirgin olarak farklılık oluşturmaktadır. Bu yönden incelendiğinde, düşük hata oranları ile dayanıklı malzemeler üretilmesi birçok endüstriyel alanda yenilikler getirecektir.

### **2.3.2. Elektronik ürünler ve bilgisayar teknolojisi**

Nano ölçeklerde üretilen elektronik malzemeler mevcut sistemlere oranla yüksek işlem gücü ve kapasitelere sahip olacaktır. Kuantum bilgisayarların geliştirilmesi ile günümüzde kullanılan bilgisayarlara göre yüksek derece işlem gücü elde edilebilecektir. Nano boyuttaki devre elemanlarının daha az enerji harcaması ve günümüzdeki bilgisayar sistemlerine kıyasla daha küçük boyutta olacağı, enerji tüketiminin daha az olması nedeniyle daha ekonomik olmasına rağmen hız ve kapasitelerinin yüksek olacağı düşünülmektedir.

### **2.3.3. Sağlık sektörü**

Nanoteknoloji sayesinde hücrelere moleküler düzeylerde müdahale edilerek nano ölçekteki cihazlar ile çalışmadaki zorluklar giderilebilir. Bu sayede sadece hastalıklı olan hücrelere müdahale edebilen aygıtlar, vücut tarafından reddedilmeye dayanıklı yapay doku üretimi ve insan vücudunda hareket edebilen hastalık teşhis araçları gelecekteki uygulama alanlarından bazıları olarak gösterilmektedir.

### **2.3.4. Havacılık ve uzay çalışmaları**

Günümüzde yüksek maliyetlere sahip olan havacılık ve uzay sektöründe nanoteknoloji bilimi sayesinde malzemelerin ağırlığı azaltılabilir ve bu sayede maliyetlerin düşmesi sağlanabilir. Çekme direnci çeliğe göre yüksek olan nanotüpler ile dünyadan atmosfere uzanan yapılar inşa edilmesi gelecekteki potansiyel uygulama alanlarındandır. Az enerji ile yüksek verimlilikte çalışan aletler, radyasyona ve ısıya dayanıklı uçuş sistemleri yapımı gelecekteki uygulama alanları arasında gösterilmektedir.

### **2.3.5. Çevre ve tarım**

Nano boyutta üretilen malzemelerin kullanılmaya başlaması ile yüksek verimliliğe sahip, temiz ve çevre dostu ulaşım sistemlerinin geliştirilme potansiyeli bulunmaktadır. Tarım sektöründe ise yetiştirilen bitkileri dış etkenlere karşı korumak için atomik boyutta kimyasal maddeler ve hayvanlar için çeşitli ilaçların geliştirilmesi sağlanabilir.

### 2.3.6. Savunma sektörü

Nanoteknoloji bilimi sayesinde daha gelişmiş silah sistemleri ve akıllı elektronik teknolojilerin geliştirilmesi gibi çeşitli askeri uygulamalar gelecek için potansiyel vaat etmektedir.

### 2.3.7. İnşaat sektöründe nanoteknoloji

Nanoteknolojinin inşaat sektöründe çeşitli uygulamaları olup mevcut sistemlerin iyileştirilmesi ve yeni ürünlerin geliştirilmesi için çeşitli çalışmalar yapılmaktadır. Bunlara örnek olarak; mukavemeti ve plastik özelliği yüksek çelik üretimi, hafif ve dayanıklı alçıpan üretimi, yanmaya dayanıklı ısı ve ses yalıtımı yüksek malzemelerin üretimi gösterilebilir.

## 2.4. Daha Önceden Yapılmış Çalışmalar

Bu alanda yapılan en önemli çalışmalardan biri Reddy (2007) tarafından gerçekleştirilmiştir. Reddy, kendi geliştirmiş olduğu teori, Euler-Bernoulli, Timoshenko ve Levinson Kiriş teorilerini kullanarak serbest titreşim, burkulma ve statik hesapları yapmıştır. Tekil ve yayılı yük altında serbest titreşim frekanslarını, çökme değerlerini ve burkulma yükü değerlerini elde etmiştir.

Aydoğdu (2009) Nano boyuttaki çubukların yerel olmayan elastisite teorisi ile titreşim hesaplarını yapmıştır. Yaptığı hesaplar ile farklı mesnet koşullarına göre nano ölçekli çubukların frekans denklemlerini elde etmiş olup yerel olmayan parametreleri değiştirerek titreşim frekansının, yerel olmayan titreşim frekansına oranının çubuk uzunluğu ile değişim grafiklerini oluşturmuştur.

Civalek ve Demir (2011), mikrotüpler üzerinde tekil ve yayılı yük için eğilme analizini yaparak yönetici denklemi elde etmiştir. İki ucu ankastre ve basit mesnetli kirişlerin eğilme momenti diyagramları ve deformasyon eğrilerini oluşturmuşlardır. Yerel olmayan parametrenin tekil yüklü sistemlerde eğilme momentini değiştirdiği sonucu elde edilmiştir.

Hsu vd. (2011) tek bir çatlağa sahip nano çubukların yerel olmayan eksenel serbest titreşim analizini gerçekleştirmişlerdir. İki farklı sınır şartlı çubuk modelinin çubuk uzunluğu, boyutsuz atomik parametre ve çatlak konumu gibi farklı parametreler altındaki frekans oranı boyutsuz frekans parametresi oranlarını vermişlerdir.

Lim vd. (2012) nanoçubukların lineer olmayan termal burkulma analizini sunmuşlardır. Sıcaklık dağılımı lineer olarak düşünülmüştür. Çözüm bir seri açılımı ile gerçekleştirilmiştir. Çubuk elemanın yerel olmayan kritik burkulma yükü oranları dört farklı sınır şart için sunulmuştur.

Thai (2012) çalışmalarında nonlokal kiriş teorisi sunmuş olup titreşim, burkulma ve eğilme için elde edilen değerler bu teori ile karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlara incelendiğinde daha çok kesme teorisi ile benzerlikler olduğu gözlemlenmiştir.

Akgöz ve Civalek (2013) değiştirilmiş şekil değiştirme değişimi teorisine (DŞDDT) dayanarak yüksek mertebeden kiriş teorisi (YMKT) ile statik ve mikro-kirişin

serbest titreşimini incelemiştir. Basit mesnetli kirişin, yönetici denklemi ve sınır şartları Hamilton prensibine göre elde etmiştir. Tekil yük, yayılı yük etkisi ve boyut etkili mikro kirişin temel frekans değerleri altında statik dönme analitik çözüm değerini bulmak için Navier yaklaşımı kullanmıştır. Mikro kirişin eğilme ve doğal frekans değerleri üzerinde en boy oranı ve malzeme uzunluk ölçek parametresi gibi çeşitli parametrelerini sunmuştur.

Adhikari vd. (2013) eksenel çubukların yerel olmayan serbest titreşim analizini sunmuşlardır. Normalize edilmiş uzunluk ve frekans değerlerine karşılık olarak dinamik şekil fonksiyonları, dalga sayısına karşılık normalize edilmiş doğal frekanslar ve analitik ve sonlu elemanlar yöntemleri ile karşılaştırmalı normalize edilmiş frekanslar sunulmuştur. Öte yandan çubukların burulma ve eksenel titreşim analizleri yerel olmayan sonlu elemanlar formülasyonuna göre Demir ve Civalek (2013) tarafından ele alınmıştır.

Numanoğlu vd. (2018) yapmış oldukları çalışmada uçta kütle veya eksenel yay eklentili eksenel çubukların yerel olmayan serbest titreşim analizlerini sunmuşlardır. Denge denklemleri ile elde etmiş oldukları yerel olmayan serbest titreşim denklemini değişkenlere ayırma yöntemi ile çözmüşlerdir ve 8 farklı çubuk modeli için boyutsuz serbest titreşim frekansı parametrelerini farklı atomik parametre ve eklenti şiddetleri için vermişlerdir.

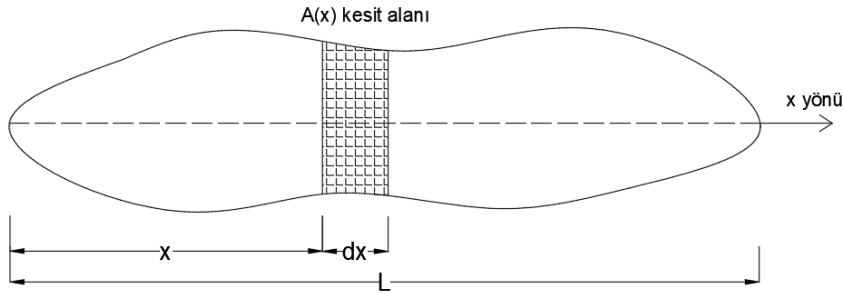
### 3. MATERYAL VE METOT

#### 3.1. Çubuk Elemanlarda Eksenel Titreşim

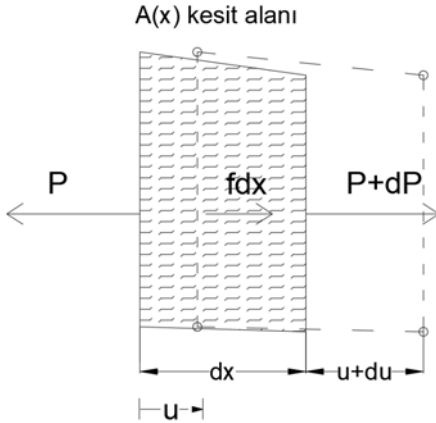
Bu bölümde çubuk (rod) elemanların eksenel titreşim hareket denklemi elde edilecek daha sonra farklı sınır koşulları uygulanacaktır.

##### 3.1.1. Eksenel titreşim hareket denkleminin elde edilmesi

Hareket denklemini elde etmek için L uzunluğundaki ve kesit alanı A(x) olan elastik çubuk belirlenerek hesaplara devam edilecektir.



Şekil 3.1. A(x) kesit alanı ve L uzunluğuna sahip çubuk eleman



Şekil 3.2. Uzunluğu dx olan elemanın serbest cisim diyagramı

Denklem eldesi için kullanacağımız L uzunluğundaki çubuk elemandan dx uzunluğuna sahip bir parça çıkarılıp aşağıdaki dış yük bağıntısı yazılır:

$$P = \sigma A = \varepsilon E A = E A \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.1)$$

Oluşturulan bağıntıda P kuvveti,  $\sigma$ ; eksenel gerilmeyi, A kesit alanını, E elastisite modülü ve  $\varepsilon$  eksenel yer değiştirmeyi, ifade etmektedir. Çubuk (rod) eleman dış kuvvetler etkisi altında dengede olduğuna göre net kuvvet aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$(P + dP) - P + f dx = dP + f dx \quad (3.2)$$

Bu denklemde  $f$  birim uzunluktaki dış yükü ve  $f dx$  ise yayılı yükü ifade etmektedir. Newton'un İkinci Hareket Yasası'na göre aşağıdaki denklem yazılır:

$$dF = dm \times a \quad (3.3)$$

Bu ifadede; diferansiyel eleman kütlesi olan  $dm = \rho A dx$ , diferansiyel eleman ivmesi ise  $a = \partial^2 u / \partial t^2$  'dir. Dış yük bağıntısı ise  $dP = \partial P / \partial x * dx$  olarak yazılır. Belirlenen bu kütle ve hareket denklemleri denklem 4.2'ye uygulanırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\rho A dx \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial P}{\partial x} dx + f dx \quad (3.4a)$$

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial P}{\partial x} + f \quad (3.4b)$$

Oluşturulan denklem uniform olmayan çubuklar için düzenlenerek;

$$\rho A(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial P}{\partial x} + f \quad (3.5)$$

elde edilir. Bu ifadede 1.1 denklemini kullanarak aşağıdaki denklem elde edilip uniform çubuklar için gerekli düzenlemeler yapılırsa;

$$\rho A(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ EA(x) \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \right] + f(x,t) \quad (3.6)$$

$$EA \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t) = \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (3.7)$$

Eksenel titreşim için genel hareket denklemi elde edilmiş olur.

### 3.1.2. Hareket denkleminin değişkenlere ayırma metodu ile çözümü

Bir önceki bölümde elde edilen genel hareket denkleminin serbest titreşim denklemi değişkenlere ayırma metodu ile elde edilecektir. Genel hareket denkleminde  $f(x, t) = 0$  ifadesi yerine yazılarak gerekli sadeleştirmeler yapılırsa;

$$EA \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t) = \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (3.8a)$$

$$\frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (3.8b)$$

Elde edilir. Bu denklemde  $c^2 = E/\rho$  ifadesi kullanılarak genel hareket denklemini aşağıdaki gibi yazılır;



$$c^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3.9)$$

Denklemin çözümü için  $x$ 'e bağlı  $W(x)$  ve  $t$ 'ye bağlı  $T(t)$  kullanılarak değişkenlere ayırma metodunun aşağıdaki kalıbı kullanılacaktır:

$$w(x,t) = W(x) * T(t) \quad (3.10)$$

$$c^2 \frac{d^2 w(x,t)}{dx^2} = \frac{d^2 w(x,t)}{dt^2} \quad (3.11)$$

Oluşturulan denklemde iki tarafı sabit bir sayı olan  $-\omega^2$  terimine eşitleyerek denklemleri aşağıdaki gibi ayırabiliriz:

$$\frac{c^2}{W} \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{1}{T} \frac{d^2 T}{dt^2} = -\omega^2 \quad (3.12a)$$

$$\frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{\omega^2}{c^2} W = 0 \quad (3.12b)$$

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \omega^2 T = 0 \quad (3.12c)$$

Elde edilen bağıntılara Euler dönüşüm formülü uygulanarak elde edilen denklemler;

$$W(x) = A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \quad (3.13a)$$

$$T(t) = C \cos \omega t + D \sin \omega t \quad (3.13b)$$

Bu denklemlerde  $\omega$  titreşim frekansını,  $A, B, C$  ve  $D$  ise başlangıç ve sınır koşulu sabitleridir. Elde edilen denklemler değişkenlere ayırma metodunun aşağıdaki kalıbında yerine yazılırsa;

$$w(x,t) = W(x) * T(t) \quad (3.14)$$

$$w(x,t) = \left( A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \right) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) \quad (3.15)$$

Denklemin elde edilir. Bu denklemden yararlanılarak ve sınır koşulları uygulanarak çözüme devam edilecektir.

### 3.1.3. Farklı sınır koşulları için titreşim denklemi eldesi

Bir önceki bölümde elde edilen aksel titreşim hareket denklemi farklı sınır koşullar için uygulanacak ve denklemler elde edilecektir.

#### 3.1.3.1. Her iki ucun da tutulu (ankastre mesnetli) olması hali



**Şekil 3.3.** Her iki ucu da tutulu (ankastre mesnet) aksel çubuk

Her iki ucu tutulu (ankastre mesnetli) L uzunluğundaki çubuk sistemlerin başlangıç  $u(0,t) = 0$  ve bitiş noktalarında  $u(l,t) = 0$  çökme ve yer değiştirme sıfırdır.

Başlangıç noktası için geçerli olan sınır koşulu  $u(0,t)=0$  aksel titreşim hareket denkleminde uygulanırsa;

$$U(x) = A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \quad (3.16a)$$

$$A \cos 0 + B \sin 0 = 0 \quad (3.16b)$$

$$A = 0 \quad (3.16c)$$

Elde edilir. Bitiş noktası için geçerli olan sınır koşulu  $u(l,t)=0$  aksel titreşim denkleminde uygulanırsa;

$$A \cos \frac{\omega l}{c} + B \sin \frac{\omega l}{c} = 0 \quad (3.17a)$$

$$B \sin \frac{\omega l}{c} = 0 \quad (3.17b)$$

Burada  $B=0$  veya  $\sin \frac{\omega l}{c} = 0$  olmalıdır. İkinci denklem frekans olarak, bu denklem köklere ayrıldığında elde edilen  $\omega$  değerleri ise özdeğer (eigenvalue) olarak ifade edilir. Elde edilen denklemin n. dereceden kökleri yazılıp doğal titreşim frekansı aşağıdaki gibi yazılabilir;

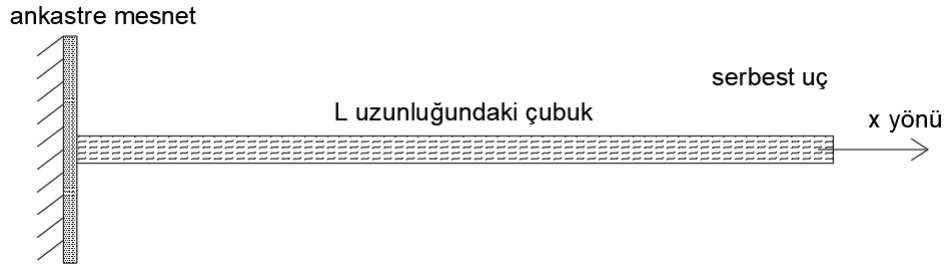
$$\frac{\omega_n l}{c} = n\pi, \quad n=1,2,3\dots \quad (3.18)$$

$$\omega_n = \frac{n\pi c}{l}, \quad n=1,2,3\dots \quad (3.19)$$

İfadeler kullanılarak normal mod şekli denklemi aşağıda gösterildiği gibi elde edilir.

$$W(x) = B_n \sin \frac{n\pi x}{l}, \quad n=1,2,3\dots \quad (3.20)$$

### 3.1.3.2. Bir ucu tutulu (ankastre) diğer ucu serbest olması durumu



**Şekil 3.4.** Bir ucu tutulu diğer ucu serbest olan aksel çubuk

Bir ucu tutulu (ankastre mesnetli), diğer ucu boşta olan L uzunluğundaki çubuk sistemlerin başlangıç noktasında yer değiştirme  $u(0,t)=0$ , bitiş noktasında şekil değiştirme  $\frac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0$  'dır

Başlangıç noktası için geçerli olan sınır koşulu  $u(0,t)=0$  aksel titreşim hareket denkleminde uygulanırsa;

$$U(x) = A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \quad (3.21a)$$

$$A \cos 0 + B \sin 0 = 0 \quad (3.21b)$$

$$A = 0 \quad (3.21c)$$

Elde edilir. Bitiş noktası için geçerli olan sınır koşulu  $\frac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0$  aksel titreşim denkleminde uygulanırsa;

$$A \cos \frac{\omega l}{c} + B \sin \frac{\omega l}{c} = 0 \quad (3.22)$$

Burada  $B \sin \frac{\omega l}{c} = 0$  denkleminin türevi alınır;

$$B \frac{\omega}{c} \cos \frac{\omega l}{c} = 0 \quad (3.23)$$

Elde edilir. Burada  $\cos \frac{\omega l}{c} = 0$  olmalıdır. Denklemin kökleri yazılıp doğal titreşim frekansı aşağıdaki gibi yazılabilir;

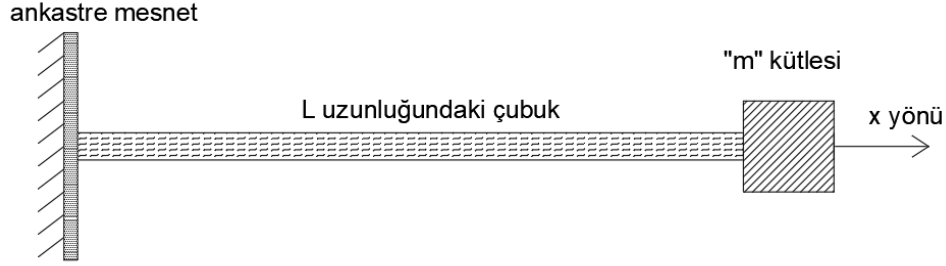
$$\frac{\omega_n l}{c} = \left( \frac{2n-1}{2} \right) \pi \quad (3.24a)$$

$$\omega_n = \left( \frac{2n-1}{2l} \right) \pi c \quad (3.24b)$$

Normal mod şekli denklemini elde etmek için sınır koşullar kullanılarak aşağıdaki denklem elde edilir;

$$W(x) = B_n \sin \left( \frac{2n-1}{2l} \right) nx \quad n=1,2,3\dots \quad (3.25)$$

### 3.1.3.3. Ankastre mesnetli (tutulu uç) – kütle eklentili uç olması durumu



**Şekil 3.5.** Bir ucu ankastre (tutulu), diğer ucunda kütle olan çubuk

Bir ucu ankastre mesnetli (tutulu), diğer ucu serbest L uzunluğundaki sistemlerin başlangıç noktasında yer değiştirme  $u(0,t)=0$ , bitiş noktasında şekil değiştirme  $\frac{\partial u(l,t)}{\partial x} = 0$  'dır.

Başlangıç noktası için geçerli olan sınır koşulu  $u(0,t)=0$  eksenel titreşim hareket denkleminde uygulanırsa;

$$U(x) = A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \quad (3.26a)$$

$$A \cos 0 + B \sin 0 = 0 \quad (3.26b)$$

$$A = 0 \quad (3.26c)$$

Elde edilir. Bitiş noktası için geçerli olan sınır koşulunun eksenel titreşim denkleminde uygulanması için dinamik sınır koşul aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$P(l,t)=-M \frac{\partial^2 w(l,t)}{\partial t^2} \quad (3.27)$$

$$P(l,t)=\sigma(l,t)A=AE \frac{\partial w(l,t)}{\partial x} \quad (3.28)$$

Buradaki P(l,t) değerleri birbirine eşitlenerek aşağıdaki denklem ilişkisi kurulur:

$$AE \frac{\partial w(l,t)}{\partial x} = -M \frac{\partial^2 w(l,t)}{\partial t^2} \quad (3.29)$$

Elde edilen ifade kütle eklentisi olan uçta dinamik koşul olarak yazılabilir. Genel denklemin türevlerini gerekli parametrelere göre alırsak;

$$U(x)=A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \quad (3.30)$$

$$w(x,t)=(A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c}) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) \quad (3.31)$$

Burada koşullardan A=0 yerine konulur ve türevler (x ve t'ye göre) alınır;

$$w(x,t)=(B \sin \frac{\omega x}{c}) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) \quad (3.32a)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = (B \frac{\omega}{c} \cos \frac{\omega x}{c}) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) \quad (3.32b)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = (B \sin \frac{\omega x}{c}) * (-\omega C \sin \omega t + \omega D \cos \omega t) \quad (3.32c)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (B \sin \frac{\omega x}{c}) * (-\omega^2 C \cos \omega t - \omega^2 D \sin \omega t) \quad (3.32d)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = (-\omega^2 B \sin \frac{\omega x}{c}) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) \quad (3.32e)$$

Elde edilir. Bunlar 2. sınır koşuluna uygulanırsa;

$$AE(B \frac{\omega}{c} \cos \frac{\omega l}{c}) * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) = M \omega^2 B \sin \frac{\omega l}{c} * (C \cos \omega t + D \sin \omega t) \quad (3.33)$$

Elde edilir. Bu ifade düzenlenerek;

$$\tan \frac{\omega l}{c} = \frac{AE}{M \omega c} \quad (3.34)$$

Elde edilen bu ifadede; Çubuk kütlesi olan  $m=\rho A l$  'den A ve c sabiti alınıp yazılırsa;

$$\tan \frac{\omega l}{c} = \frac{mE}{M\rho l \omega \sqrt{\frac{E}{\rho}}} = \frac{mc}{Ml\omega} \quad (3.35)$$

$$\frac{\omega l}{c} \tan \frac{\omega l}{c} = \frac{m}{M} \quad (3.36)$$

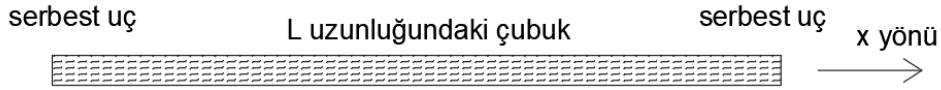
Elde edilir. Buradaki ifadeler  $\alpha = \omega l/c$  ve  $\beta = m/M$  şeklinde düzenlenirse; frekans denklemi  $\alpha \tan \alpha = \beta$  şeklinde yazılır. Denklemin kökleri yazılıp doğal titreşim frekansı aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\alpha_n = \frac{\omega_n l}{c} \Rightarrow \omega_n = \frac{\alpha_n c}{l} \quad (3.37)$$

Mod şekli denklemini elde etmek için sınır koşullar yerine yazılırsa aşağıdaki denklem elde edilir;

$$W_n(x) = B_n \sin \frac{\alpha_n x}{l}, \quad n=1,2,3,\dots \quad (3.38)$$

### 3.1.3.4. Her iki ucun serbest olması durumu



**Şekil 3.6.** Her iki ucu serbest olan aksenal çubuk

İki ucu da serbest olan L uzunluğundaki çubuk sistemlerin başlangıç ve bitiş noktasında şekil değiştirme  $\frac{\partial u(0vel,t)}{\partial x} = 0$  'dır

Sınır koşullarının uygulanabilmesi için öncelikle aksenal titreşim hareket denkleminin türevi alınır;

$$W(x) = A \cos \frac{\omega x}{c} + B \sin \frac{\omega x}{c} \quad (3.39a)$$

$$W'(x) = -A \frac{\omega}{c} \sin \frac{\omega x}{c} + B \frac{\omega}{c} \cos \frac{\omega x}{c} = 0 \quad (3.39b)$$

Başlangıç noktası için geçerli olan sınır koşulu  $\frac{\partial w(0,t)}{\partial x} = 0$  aksenal titreşim denklemine uygulanırsa;

$$W'(x) = -A \frac{\omega}{c} \sin 0 + B \frac{\omega}{c} \cos 0 = 0 \quad (3.40)$$

Buradan  $B=0$  elde edilir. İkinci sınır koşulu yerine konularak aşağıdaki denklem elde edilir;

$$W'(x) = -A \frac{\omega}{c} \sin \frac{\omega l}{c} = 0 \quad (3.41)$$

Burada açısal frekans, A ve c değerleri sıfır olamayacaktır. Bu nedenle;

$$\sin \frac{\omega l}{c} = 0 \quad (3.42)$$

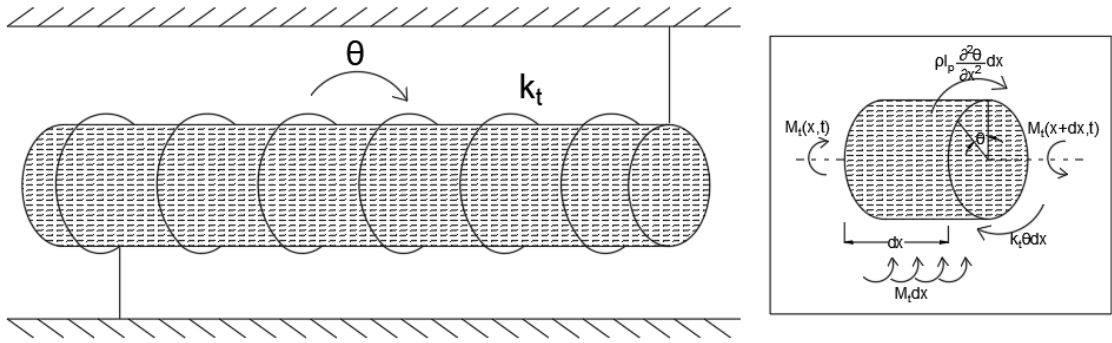
denklemini elde edilir.

### 3.2. Çubuk Elemanların Burulmalı Titreşimi

Çubuk elemanlar, aksel kuvvetler dışında kendi ekseninde dönmeye neden olacak zorlamaya maruz kalabilir. Bu şekilde bir moment etkisindeki çubukların yapacağı açısal dönme hareketi burulma olarak ifade edilir.

Dairesel kesitli malzemelerin burulma denklemleri kolayca çözümlenebilirken farklı kesitteki malzemelerde çarpılma etkileri de olduğu için çözümlenmeleri daha karmaşıktır. Genellikle dairesel yapıda olan nano çubuklar için burulma analizlerinin yapılması önem taşımaktadır.

Bernoulli-Navier yaklaşımı dairesel kesitli çubukların burulmasını açıklamaktadır. Buna göre dairesel kesite sahip çubuklar, burulma sonrasında yine dairesel kalır. Çubuk eksenine paralel olan ipçikler ise burulmadan sonra yay halini almaktadır.



**Şekil 3.7.** Elastik ortamda bulunan burulmaya maruz çubuk ve serbest cisim diyagramı

Çubuk elemanların burulmasını incelemek için Şekil 3.7’de gösterilen dairesel kesitli, dx uzunluğunda ve polar atalet momenti  $I_p$  olan diferansiyel eleman belirlenmiştir. Çubuğun serbest cisim diyagramına göre dinamik dönme dengesi yazılırsa aşağıdaki bağıntı elde edilir:

$$\sum dM_z = \rho I_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} dx \quad (3.43)$$

$$-M_t(x, t) + mdx - k_t \theta dx + M_t(x + dx, t) = \rho I_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} dx \quad (3.44)$$

Denklem Taylor Serisi'ne açılırsa;

$$-M_t + mdx - k_t \theta dx + M_t + \frac{\partial M_t}{\partial x} dx = \rho I_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} dx \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial M_t}{\partial x} = -m + k_t \theta + \rho I_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (3.46)$$

elde edilir. Denklemdeki polar atalet momenti olan  $I_p$  aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$I_p = \int_A (y^2 + z^2) dA \quad (3.47)$$

Yerel olmayan elastisite teorisinin yönetici denklemi, kayma gerilmelerinin olduğu durum için yazılıp türevi alınırsa;

$$M_t - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 M_t}{\partial x^2} = G I_p \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (3.48)$$

$$\frac{\partial M_t}{\partial x} \left( 1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) = G I_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (3.49)$$

elde edilir. Denklem (3.46), Denklem (3.49)'de yerine konursa yerel olmayan burulma titreşiminin yönetici denklemi aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{aligned} & \left( G I_p + (e_0 a)^2 k_t \right) \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} - \rho I_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + (e_0 a)^2 \rho I_p \frac{\partial^4 \theta}{\partial x^2 \partial t^2} \\ & - k_t \theta + m = 0 \end{aligned} \quad (3.50)$$

Burulmalı titreşim için dinamik sınır şartı ise aşağıdaki gibi yazılır:

$$M_t = \left( G I_p + (e_0 a)^2 k_t \right) \frac{\partial \theta}{\partial x} - (e_0 a)^2 \frac{\partial m}{\partial x} + (e_0 a)^2 \rho I_p \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial t^2} \quad (3.51)$$

### 3.3. Yerel Olmayan Elastisite Teorisinin İncelenmesi

Makro boyuttaki yapıların tasarımı için kullanılan klasik elastisite teorisi, mikro boyuttaki yapılar için geçerliliğini kaybetmektedir. Mikro boyuttaki malzemelerin karakteristik iç etkileri nedeniyle klasik elastisite teorisi ile bulunan sonuçların gerçekçi olmadığı gözlemlenmiştir.



Klasik elastisite teorisi incelendiğinde oluşturulan denklemlerin malzemenin her noktasında aynıdır fakat mikro yapılarda diğer noktalardaki gerilme-şekil değiştirme durumlarının incelenmesi gerekmektedir. Malzemede oluşan yer değiştirmeler gerilme meydana getirir. Bu nedenle sonsuza giden gerilme enerjisinin ortadan kaldırılması için yerel olmayan (non lokal) elastisite teorisi kullanılmaktadır.

### 3.3.1. Yerel olmayan elastisite teorisi denkleminin elde edilmesi

Denklem eldesinde kullanılacak homojen ve izotrop malzemenin Cauchy hareket denklemini aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$\sigma_{ij} + \rho(f_j - \ddot{u}_j) = 0 \quad (3.52)$$

Yerel olmayan (non lokal) yer değiştirme ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{ij} + u_{ji}) \quad (3.53)$$

Bünye denklemini aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\sigma_{ij}(x') = \int_V C_{klmn}(x'-x) \varepsilon_{mn} dv(x') \quad (3.54)$$

Bu ifadelerde, yoğunluk  $\rho$ , yerel olmayan gerilme tansörü  $\sigma_{ij}$ , kuvvet  $f_j$  ve yer değiştirme ifadesinin ikinci mertebeden türevi  $\ddot{u}_j$ , yerel olmayan şekil değiştirme  $\varepsilon_{ij}$ , konumu  $x'$ , dördüncü mertebeden elastisite tansörü  $C_{klmn}$ , cismin kapladığı hacim ise  $V$  olarak ifade edilir.

Çift notasyonlu alt indisi yazılıp izotropik cisimlerde gerilme tansörü ve cisimlerdeki şekli aşağıdaki denklemler ile ifade edilebilir;

$$u_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3.55)$$

$$\sigma_{ij}(x') = \int_V \alpha(|x' - x|) \sigma_{ij}^c(x') dv(x') \quad (3.56)$$

$$\sigma_{ij}^c(x') = \lambda \varepsilon_{rr} \sigma_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (3.57)$$

Öklidyen formdaki uzaklık ise aşağıdaki bağıntı ile nonlokal elastisite teorisinin denklemini ifade eder;

$$L_0 \alpha(|x'-x|, \phi) = \delta(|x'-x|) \quad (3.58)$$

Bu ifadelerde bazı sabitler aşağıdaki gibi yazılır;

$$L_0 = 1 - l^2 \phi^2 \nabla^2 \quad (3.59)$$

$$\phi = e_0 \frac{a}{l} \quad (3.60)$$

$\sigma_{ij}^c(x')$  klasik gerilmeyi,  $\alpha(|x' - x|)$  Öklidyen formdaki uzaklığı,  $\lambda$  ve  $\mu$  ise Lamé sabitlerini,  $\delta(|x' - x|)$  Dirac fonksiyonunu,  $L_0$  doğrusal diferansiyel operatörü ve  $\phi$  ise bir malzeme sabitini,  $a$  karakteristik iç uzunluğu,  $l$  karakteristik dış uzunluğu ve  $e_0$  ise malzeme tipine bağlı deneysel belirlenen bir sabit olarak belirtilir. Bu ifadeyi daha sade bir şekilde yazarsak;

$$L_0 \sigma_{ij} = \sigma_{ij}^c \quad (3.61)$$

(3.57) ve (3.55) ifadesi (3.59)'da yerine yazılırsa;

$$(1 - l^2 \phi^2 \nabla^2) \sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{rr} \sigma_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (3.62)$$

elde edilir. Yada;

$$(1 - (e_0 a)^2 \nabla^2) \sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{rr} \sigma_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (3.63)$$

ifadesine ulaşırız. Bu bağıntı en genel halde;

$$\left(1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{ij}^c \quad (3.64)$$

olarak elde edilir. Farklı gerilme bileşenleri için denklem düzenlenirse yerel olmayan elastisite teorisinin en temel gerilme denklemi;

$$\left(1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \sigma_{xx} = E \varepsilon_{xx} \quad (3.65a)$$

$$\left(1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \sigma_{xz} = 2G \varepsilon_{xz} \quad (3.65b)$$

olarak elde edilir. Bu ifadede  $(e_0 a)^2$  yerel olmayan parametre olarak tanımlanır.

### 3.4. Eksenel Çubuk Elemanların Yerel Olmayan Titreşim Hesabı

Bu kısımda eksenel çubukların boyut etkisine göre enine titreşimi incelenecek ve hareket denklemleri elde edilecektir. Elde edilen hareket denklemleri ile grafikler oluşturularak daha sonra yorumlanacaktır.

#### 3.4.1. Yerel olmayan teoriye göre hareket denkleminin eldesi

Hareket denklemini elde etmek için diferansiyel uzunlukta eleman seçilecek ve bu elemana  $P$  ve  $P+dP$  yüklerinin etki ettiği düşünülecek olup birim uzunlukta eksenel bir zorlama olmayacaktır. Bu koşullar altında aşağıdaki ifade yazılır;

$$\rightarrow + \sum dF_{net} = dm \times a$$

$$\left[ P + \frac{\partial P}{\partial x} dx \right] - P = dm \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.66)$$

Bu ifadede  $dm = \rho A dx$  (Diferansiyel elemanın kütlesi) yerine konularak  $dx$  (Diferansiyel uzunluk) sadeleştirilirse aşağıdaki ifade elde edilir;

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.67)$$

Denklemden  $\rho A = m_0$  (Birim uzunluk kütlesi) olup denklem (3.65a)'nın iki tarafının integrali  $dA$  alınarak aksenal yük ve birim şekil değiştirme ifadeleri yerine yazılırsa;

$$\int_A \sigma_{xx} dA - \int_A (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \sigma_{xx} dA = \int_A E \varepsilon_{xx} dA \quad (3.68)$$

$$\text{Eksenel Yük:} \quad N = \int_A \sigma_{xx} dA \quad (3.69a)$$

$$\text{Birim Şekil Değiştirme:} \quad \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.69b)$$

$$N - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} N = EA \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.70)$$

denklemini elde edilir. Bu ifadenin konuma göre türevi alınarak;

$$\left[ 1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \frac{\partial N}{\partial x} = EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.71)$$

elde edilir. (3.67) denklemini burada yerine yazılarak;

$$\left[ 1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.72)$$

elde edilir. (3.67) ifadesi yerel olmayan aksenal yükün türevine eşittir. Bu ifade parantez içine dağıtılıp  $\mu = (e_0 a)^2$  eşitliği ile düzenlenirse yerel olmayan hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilir;

$$m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \mu m_0 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} = EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.73a)$$

$$m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu m_0 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} \quad (3.73b)$$

Daha önce klasik durum için aşağıdaki ifade elde edilmiştir;

$$m_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.74)$$

Bu ifadeler karşılaştırıldığında malzeme parametresi olan  $\mu = (e_0 a)^2 = 0$  olması durumunda klasik teori ile aynı sonuçlar elde edilecektir.

### 3.4.2. Hareket denkleminin çözüm aşamaları

Eksenel çubuk elemanların yerel olmayan hareket denklemlerinin çözümlenmesi için aşağıdaki ifade kullanılacaktır;

$$u(x, t) = W(x) \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.75)$$

Bu ifadenin türevleri aşağıdaki gibidir;

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial W}{\partial x} \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.76a)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.76b)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \omega W \cos(\omega t - \alpha) \quad (3.76c)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\omega^2 W \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.76d)$$

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} = -\omega^2 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.76e)$$

Türev ifadeleri Denklem (3.73b)'de yerine konulup denklemin sağ tarafı  $\partial^2 W / \partial x^2$  parantezine alınırsa;

$$-m_0 \omega^2 W \sin(\omega t - \alpha) = EA \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \sin(\omega t - \alpha) - \mu m_0 \omega^2 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.77)$$

$$(EA - \mu m_0 \omega^2) \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + m_0 \omega^2 W = 0 \quad (3.78)$$

elde edilir. Burada ikinci mertebe türevli ifade yalnız bırakılarak denklem formu düzenlenirse;

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \left( \frac{m_0 \omega^2}{EA - \mu m_0 \omega^2} \right) W = 0 \quad (3.79)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \eta^2 W = 0 \quad (3.80a)$$

elde edilir. Burada  $\eta^2$  ifadesi aşağıdaki gibidir;

$$\eta^2 = \frac{m_0 \omega^2}{EA - \mu m_0 \omega^2} \quad (3.80b)$$

Denklem (3.80b)'de  $\rho A = m_0$  yerine yazılıp sadeleştirmeler yapıldıktan sonra klasik teorideki  $E / \rho = c^2$  ifadesi yerine konulursa;

$$\eta^2 = \frac{\omega^2}{c^2 - \mu \omega^2} \quad (3.81)$$

elde edilir. İkinci mertebeden diferansiyel bir denklem olan (3.80b) denkleminin çözümü için aşağıdaki ifade kullanılacaktır;

$$W = e^{mx} \quad (3.82)$$

Bu ifade ve ikinci türevi Denklem (3.80b)'da yerleştirildiği zaman karakteristik denklem ve çözümleri;

$$m^2 + \eta^2 = 0 \quad (3.83a)$$

$$m_1 = i\eta \quad , \quad m_2 = -i\eta \quad (3.83b)$$

olarak yazılır. (3.80b) denkleminin genel çözümü;

$$W = C_1 e^{i\eta x} + C_2 e^{-i\eta x} \quad (3.84)$$

olarak ifade edilir. Burada Euler dönüşüm uygulanırsa;

$$W = C_1 (\cos \eta x + i \sin \eta x) + C_2 (\cos \eta x - i \sin \eta x) \quad (3.85)$$

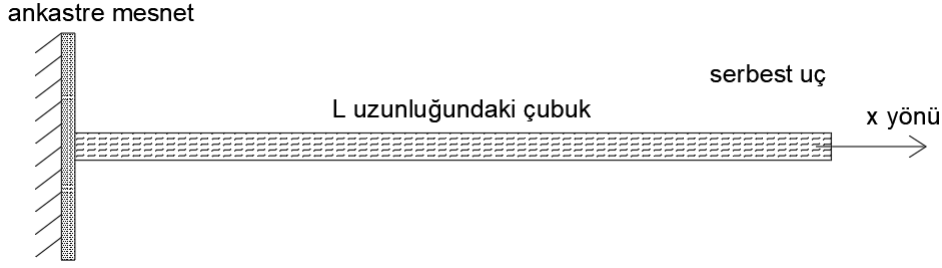
elde edilir. Mod şekli denklemi ise aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$W = A \cos \eta x + B \sin \eta x \quad (3.86)$$

### 3.4.3. Yerel olmayan titreşimde aksenal çubuklara uygulanacak sınır koşullar

İncelenen tüm sınır şartları için çözüm esaslı yeni denklemler elde edilecektir.

### 3.4.3.1. Ankastre mesnetli uç – serbest uç olması durumu



**Şekil 3.8.** Bir ucu ankastre diğer ucu serbest eksenel çubuk

Başlangıç noktasında eksenel yer değiştirme 0'dır ( $W(0)=0$ ), L uzunluğundaki telin sonunda ise şekil değiştirme 0'dır ( $\frac{\partial W(l)}{\partial x}=0$ ).

İlk sınır koşulu mod şekli denkleminde yerine konulursa,  $A=0$  olarak bulunur. İkinci sınır koşulu için hareket denkleminin  $x$ 'e göre türevi alınacaktır.

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \eta B \cos \eta x \quad (3.87)$$

Bu denklemdaki sabit parametrelerin sıfır olması titreşim olmadığı anlamına geldiği için anlamlı olan çözüm aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\cos \eta l = 0 \quad (3.88)$$

Bu trigonometrik denklemin çözümü aşağıdaki gibi düzenlenir;

$$\eta l = \frac{(2n-1) \pi}{2} \quad (3.89a)$$

$$\eta = \frac{(2n-1) \pi}{2l} \quad (3.89b)$$

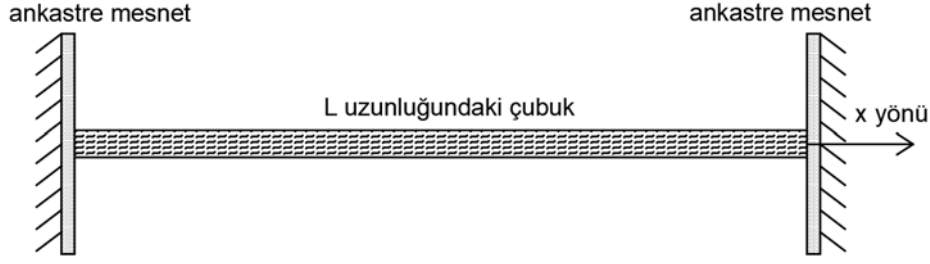
Elde edilen ifade mod şekli denkleminde yerine konursa aşağıdaki ifade yazılır;

$$\left( \frac{(2n-1) \pi}{2l} \right)^2 = \frac{\omega^2}{c^2 - \mu \omega^2} \quad (3.90)$$

Bu ifade düzenlendiğinde frekans denklemi aşağıdaki gibi elde edilir;

$$\omega^2 = \frac{[(2n-1) \pi c]^2}{[(2n-1) \pi (e_0 a)]^2 + 4l^2} \quad (3.91)$$

### 3.4.3.2. Ankastre mesnetli uç – ankastre mesnetli uç olması durumu



**Şekil 3.9.** İki ucu tutulu (ankastre mesnet) olan aksenal çubuk

Başlangıç noktasında aksenal yer değiştirme 0'dır ( $W(0)=0$ ), L uzunluğundaki telin sonunda ise şekil değiştirme 0'dır ( $W(l)=0$ ).

İlk sınır koşulu mod şekli denkleminde yerine konulursa,  $A=0$  olarak elde edilir. İkinci sınır koşulu hareket denkleminde yerine konulursa aşağıdaki ifade elde edilir;

$$B \sin \eta l = 0 \quad (3.92)$$

Titreşimin gerçekleşmesi için B ifadesinin sıfırdan farklı olması gerekmektedir. Bu nedenle;

$$\sin \eta l = 0 \quad (3.93)$$

olur. Bu trigonometrik denklemin çözümü aşağıdaki gibi olmalıdır;

$$\eta l = n \pi \quad (3.94a)$$

$$\eta = \frac{n \pi}{l} \quad (3.94b)$$

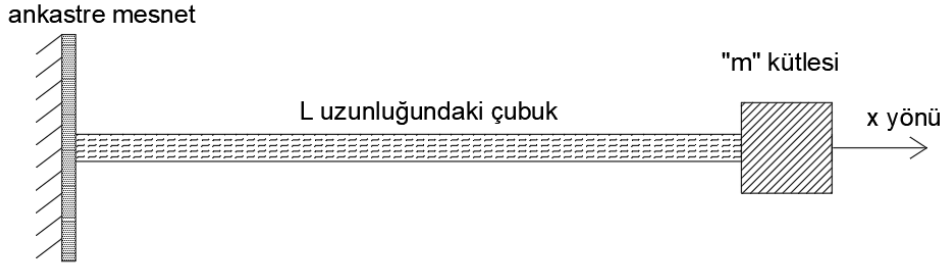
Elde edilen ifadeler hareket denkleminde yerine konulursa;

$$\left( \frac{n \pi}{l} \right)^2 = \frac{\omega^2}{c^2 - \mu \omega^2} \quad (3.95)$$

olacaktır. Bu ifade düzenlenerek frekans denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\omega^2 = \frac{(n \pi c)^2}{[n \pi (e_0 a)]^2 + l^2} \quad (3.96)$$

### 3.4.3.3. Ankastre mesnetli uç – kütle eklentili uç olması durumu



**Şekil 3.10.** Bir ucu ankastre mesnetli diğer ucu kütle eklentili olan aksenal çubuk

Başlangıç noktasında aksenal yer değiştirme 0'dır ( $W(0)=0$ ). İlk sınır koşulu olan ( $x=0$  noktası) mod şekli denkleminde yerine konulursa,  $A=0$  olarak bulunur. İkinci sınır koşulundaki kütle eklentili ucun hesapları için dinamik sınır şartı gerekmektedir. Burada sınır şartı uçtaki aksenal yük ile elde edilmektedir. Buna göre;

$$-M \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (EA - \mu \rho A \omega^2) \frac{\partial W}{\partial x} \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.97)$$

olarak yazılır. İlgili ifade yerine konulursa aşağıdaki denklem elde edilir;

$$M \omega^2 W \sin(\omega t - \alpha) = (EA - \mu \rho A \omega^2) \frac{\partial W}{\partial x} \sin(\omega t - \alpha) \quad (3.98)$$

Gerekli sadeleştirmelerden sonra mod şekli denklemini ve aşağıdaki türevsel ifadeler denkleminde yerine konulursa;

$$W = B \sin \eta x \quad (3.99a)$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = B \eta \cos \eta x \quad (3.99b)$$

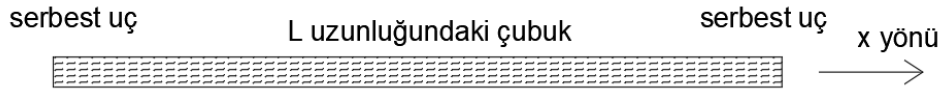
$$M \omega^2 B \sin \eta x = (EA - \mu \rho A \omega^2) B \eta \cos \eta x \quad (3.100)$$

elde edilir. Sadeleştirmeler yapılsa, frekans denklemini aşağıdaki gibi elde edilir;

$$\tan \eta l = \frac{(EA - \mu \rho A \omega^2) \eta}{M \omega^2} \quad (3.101)$$



### 3.4.3.4. İki tarafı serbest uç olması durumu



**Şekil 3.11.** İki tarafı serbest uç olan aksenal çubuk

Başlangıçta her iki tarafı serbest uç olan durumda çubukta uzama görülemeyeceğinden dolayı aksenal şekil değiştirme 0'dır ( $\frac{\partial W(0)}{\partial x}=0$ ), L uzunluğundaki telin sonunda her iki tarafı serbest uç olan durumda çubukta uzama görülemeyeceğinden dolayı aksenal şekil değiştirme 0'dır ( $\frac{\partial W(l)}{\partial x}=0$ ).

İlk sınır koşulu mod şekli denkleminde yerine konulursa  $B=0$  olarak bulunur. Mod şekli denklemi ve konuma göre türevi aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$W = A \cos \eta x \quad (3.102a)$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = -A\eta \sin \eta x \quad (3.102b)$$

Burada A ve  $\eta$  sıfır olamayacağı için;

$$\sin \eta l = 0 \quad (3.103)$$

olmalıdır. Trigonometrik denklemin çözümünü yazarsak aşağıdaki ifadeler elde edilir;

$$\eta l = n \pi \quad (3.104a)$$

$$\eta = \frac{n \pi}{l} \quad (3.104b)$$

Sonuç olarak aşağıdaki eşitlik elde edilir;

$$\left(\frac{n \pi}{l}\right)^2 = \frac{\omega^2}{c^2 - \mu \omega^2} \quad (3.105)$$

Bu ifade düzenlenirse frekans denklemi aşağıdaki gibi elde edilir;

$$\omega^2 = \frac{(n \pi c)^2}{[n \pi (e_0 a)]^2 + l^2} \quad (3.106)$$

### 3.5. Çubukların Burulmalı Titreşimi

Çubukların burulmalı titreşiminde de varyasyonel cebre dayalı olarak hareket ve sınır şart denklemlerini aksenal titreşime benzer biçimde elde edebiliriz. Dairesel ve düz bir çubuğun burulma deformasyonu bileşenleri (Rao, 2007)

$$u(x,t) = 0, \quad v(x,t) = -z\theta(x,t), \quad w(x,t) = y\theta(x,t) \quad (3.107)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = -\frac{z}{2} \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \frac{y}{2} \frac{\partial \theta}{\partial x},$$

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{yz} = 0 \quad (3.108)$$

Gerilme denklemlerini elde etmeden önce dinamik diferansiyel denge denklemlerini vermeliyiz. Bunlar aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = -\rho z \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - \frac{k_t z}{I_p} \theta, \quad \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} = \rho y \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + \frac{k_t y}{I_p} \theta \quad (3.109)$$

burada  $\tau_{xy}$  ve  $\tau_{xz}$  burulma momentinden doğacak olan yerel olmayan kayma gerilmeleridir. Bu ifadeler yerel olmayan gerilme denkleminde yerine konursa,

$$\tau_{xy} = -(e_0 a)^2 \rho z \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial t^2} - Gz \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{(e_0 a)^2 k_t z}{I_p} \frac{\partial \theta}{\partial x},$$

$$\tau_{xz} = (e_0 a)^2 \rho y \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial t^2} + Gy \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{(e_0 a)^2 k_t y}{I_p} \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (3.110)$$

olarak yerel olmayan gerilme bileşenlerini elde edebiliriz. Hamilton İlkesi'nin uygulanabilmesi için gereken ifadeler aşağıda verilmiştir:

$$U = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \varepsilon_{yy} + \sigma_{zz} \varepsilon_{zz} + 2\tau_{xy} \varepsilon_{xy} + 2\tau_{xz} \varepsilon_{xz} + 2\tau_{yz} \varepsilon_{yz}) dV$$

$$+ \frac{1}{2} \int_0^L k_t \theta^2 dx + \frac{1}{2} k_a [\theta(L,t)]^2 \quad (3.111)$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^L \left[ (e_0 a)^2 \rho I_p \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial t^2} \frac{\partial \theta}{\partial x} + G I_p \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + (e_0 a)^2 k_t \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + k_t \theta^2 \right] dx$$

$$+ \frac{1}{2} k_a [\theta(L,t)]^2 \quad (3.112)$$

$$T = \frac{1}{2} \int_V \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dV = \frac{1}{2} \int_0^L \rho I_p \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2 dx$$

$$W = \int_0^L m \theta dx \quad (3.113)$$

Enerji bağıntılarının varyasyonu aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} \delta U = \frac{1}{2} \int_0^L \left[ (e_0 a)^2 \rho I_p \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial t^2} \delta \frac{\partial \theta}{\partial x} + (e_0 a)^2 \rho I_p \frac{\partial \theta}{\partial x} \delta \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial t^2} \right. \\ \left. + 2 G I_p \frac{\partial \theta}{\partial x} \delta \frac{\partial \theta}{\partial x} + 2 (e_0 a)^2 k_t \frac{\partial \theta}{\partial x} \delta \frac{\partial \theta}{\partial x} + 2 k_t \theta \delta \theta \right] dx + 2 k_a \theta \delta \theta \Big|_{x=L} \end{aligned} \quad (3.114)$$

$$\delta T = \int_0^L \rho I_p \frac{\partial \theta}{\partial x} \delta \frac{\partial \theta}{\partial x} dx \quad (3.115)$$

$$\delta W = \int_0^L m \delta \theta dx \quad (3.116)$$

Denklem (3.83)'te görülmekte olan  $k_a$  burulma yayı eklentisinin burulma rijitliğidir. Bu ifadeler temel denklem de yerine konursa oluşacak olan ifadenin tüm parçalarının 0'a eşit olması gerekliliğinden dolayı yazılabilecek olan

$$\begin{aligned} G I_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \rho I_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + (e_0 a)^2 \rho I_p \frac{\partial^4 \theta}{\partial x^2 \partial t^2} + (e_0 a)^2 k_t \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \\ - k_t \theta + m = 0 \end{aligned} \quad (3.117)$$

$$\left( \left[ G I_p + (e_0 a)^2 k_t \right] \frac{\partial \theta}{\partial x} + (e_0 a)^2 \rho I_p \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial t^2} \right) \Big|_{x=0} = 0 \quad (3.118)$$

$$\left( \left[ G I_p + (e_0 a)^2 k_t \right] \frac{\partial \theta}{\partial x} + (e_0 a)^2 \rho I_p \frac{\partial^3 \theta}{\partial x \partial t^2} + k_a \theta \right) \Big|_{x=L} = 0 \quad (3.119)$$

Eklenti durumu, yine çubuğun sadece sağ ucunda göz önüne alınacaktır.

#### 4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde, eksenel çubukların klasik, yerel olmayan titreşimi ve burulmalı titreşimi incelenecek olup farklı malzemeler ve özellikler için değerler elde edilip yorumlanacaktır. Farklı sınır koşullar, malzeme özellikleri ve mod sayıları için frekans değerleri elde edilerek karşılaştırılacaktır.

##### 4.1. Malzeme Özellikleri

Karbon nanotüp, altın nanotüp, gümüş nanotüp ve nikel nanotüpler 4 farklı sınır koşulu için incelenecektir. Seçilen malzemelerin kesit alanı, uzunluk ve farklı sınır koşullarındaki frekans değerleri elde edilerek karşılaştırılacaktır.

**Çizelge 4.1.** Titreşim hesaplarında kullanılacak olan malzemelerin elastisite modülü ve birim hacim kütleleri

Malzeme	Elastisite Modülü (MPa)	Birim Hacim Ağırlığı (kg/m <sup>3</sup> )
Karbon Nanotüp (CNT)	1*10 <sup>6</sup>	1340
Altın Nanotüp (AuNT)	0.079*10 <sup>6</sup>	19320
Gümüş Nanotüp (AgNT)	0.083*10 <sup>6</sup>	10490
Nikel Nanotüp (NiNT)	0.2*10 <sup>6</sup>	8902

Aşağıdaki tabloda belirtilen sınır koşulları için yapılacak hesaplarda, 10nm ile 100nm arası uzunluk, 1nm<sup>2</sup> ile 20nm<sup>2</sup> arasında kesit alanına sahip malzemeler incelenecektir. Yerel olmayan titreşim hesapları yapılırken boyutsuz olarak 0-0.5 arası değerler alınacaktır.

**Çizelge 4.2.** Titreşim hesapları yapılacak olan sınır koşullar

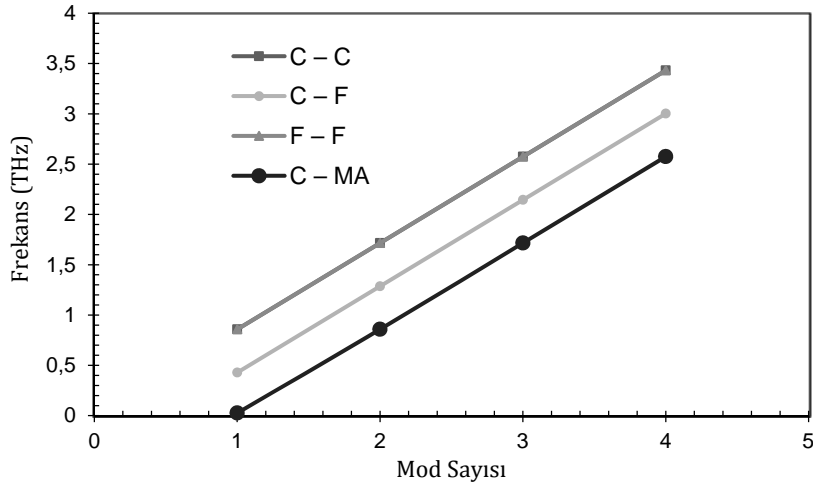
Malzeme:	İncelenecek sınır şartı:	Kısaltması
<i>Eksenel</i>	İki ucu ankastre mesnetli	<i>C – C</i>
	Bir ucu ankastre diğer ucu serbest	<i>C – F</i>
<i>Çubuk</i>	İki ucu da serbest	<i>F – F</i>
	Bir ucu ankastre mesnetli diğer ucu kütle eklentili	<i>C – MA</i>

##### 4.2. Eksenel Çubuk Elemanların Titreşim Hesapları ve Sonuçların Grafikler Üzerinden Yorumlanması

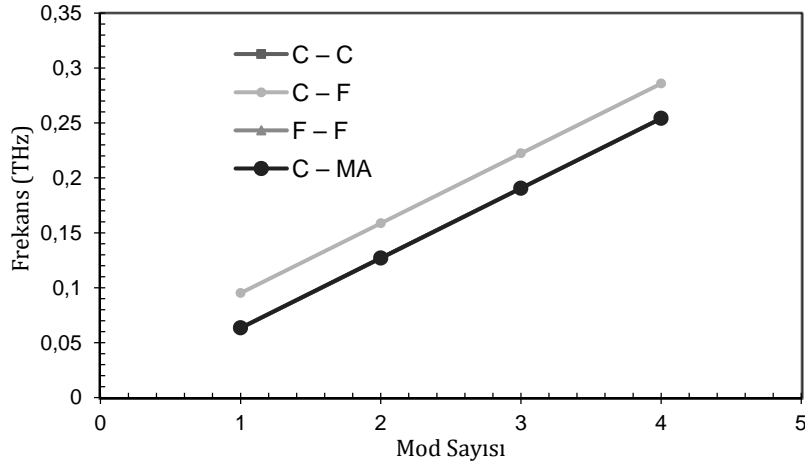
Öncelikle eksenel çubukların klasik çözüm yöntemi ile analizleri yapılarak sonuçlar incelenecek ve grafikler elde edilecek. Ardından yerel olmayan çözüm yöntemi ile elde edilecek sonuçlar karşılaştırılacaktır.

**Çizelge 4.3.** Farklı sınır koşullarına göre Karbon Nanotüp malzemesinin temel frekansları (THz)

<i>Sınır Şartı</i>	<i>Karbon Nanotüp (CNT)</i>			
	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 100 \text{ nm}$			
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<i>C – C</i>	0.85821	1.71643	2.57465	3.43287
<i>C – F</i>	0.42910	1.28732	2.14554	3.00376
<i>F – F</i>	0.85821	1.71643	2.57465	3.43287
<i>C – MA</i>	0.02727	0.85908	1.71687	2.57494

**Şekil 4.1.** Farklı sınır koşullarına göre Karbon Nanotüp malzemesinin temel frekanslarının grafiği (THz)**Çizelge 4.4.** Farklı sınır koşullarına göre Altın Nanotüp malzemesinin temel frekansları (THz)

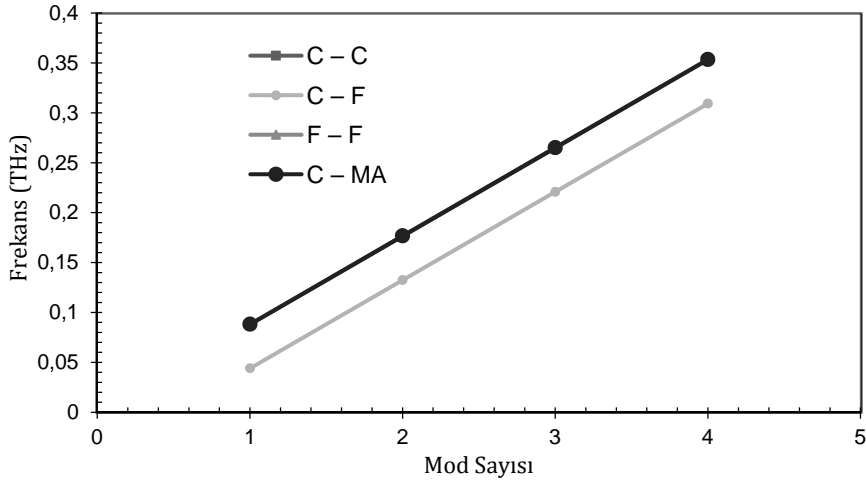
<i>Sınır Şartı</i>	<i>AuNT</i>			
	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 100 \text{ nm}$			
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<i>C – C</i>	0.06352	0.12705	0.19058	0.25410
<i>C – F</i>	0.09529	0.15881	0.22234	0.28587
<i>F – F</i>	0.06352	0.12705	0.19058	0.25410
<i>C – MA</i>	0.06352	0.12705	0.19058	0.25410



**Şekil 4.2.** Farklı sınır koşullarına göre Altın Nanotüp malzemesinin temel frekanslarının grafiği (THz)

**Çizelge 4.5.** Farklı sınır koşullarına göre Gümüş Nanotüp malzemesinin temel frekansları (THz)

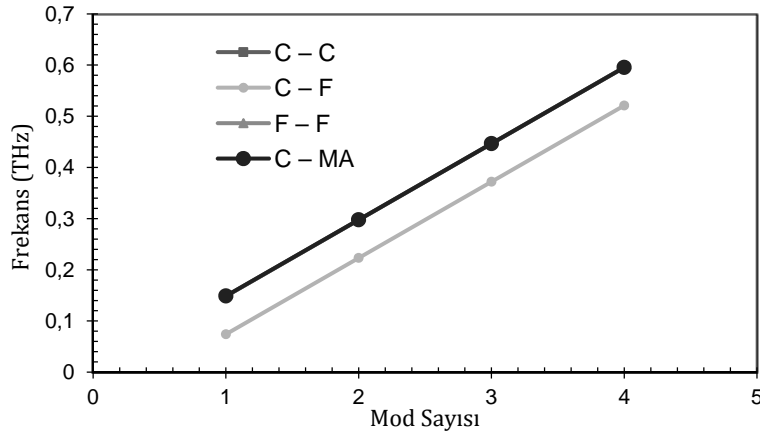
Sınır Şartı	<i>AgNT</i>			
	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 100 \text{ nm}$			
	1	2	3	4
<i>C - C</i>	0.08823	0.17673	0.26510	0.35347
<i>C - F</i>	0.04418	0.13255	0.22092	0.30929
<i>F - F</i>	0.08823	0.17673	0.26510	0.35347
<i>C - MA</i>	0.08823	0.17673	0.26510	0.35347



**Şekil 4.3.** Farklı sınır koşullarına göre Gümüş Nanotüp malzemesinin temel frekanslarının grafiği (THz)

**Çizelge 4.6.** Farklı sınır koşullarına göre Nikel Nanotüp malzemesinin temel frekansları (THz)

<i>Sınır Şartı</i>	<i>NiNT</i>			
	<i>A = 10 nm<sup>2</sup>, L = 100 nm</i>			
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<i>C – C</i>	0.14890	0.29781	0.44672	0.59563
<i>C – F</i>	0.07445	0.22336	0.37227	0.52118
<i>F – F</i>	0.14890	0.29781	0.44672	0.59563
<i>C – MA</i>	0.14905	0.29789	0.44677	0.59567

**Şekil 4.4.** Farklı sınır koşullarına göre Nikel Nanotüp malzemesinin temel frekanslarının grafiği (THz)

Aynı kesit alanı ve uzunluktaki dört farklı malzemenin farklı sınır koşullar altında elde edilen temel frekansları aşağıdaki tablodaki gibi elde edilmiştir;

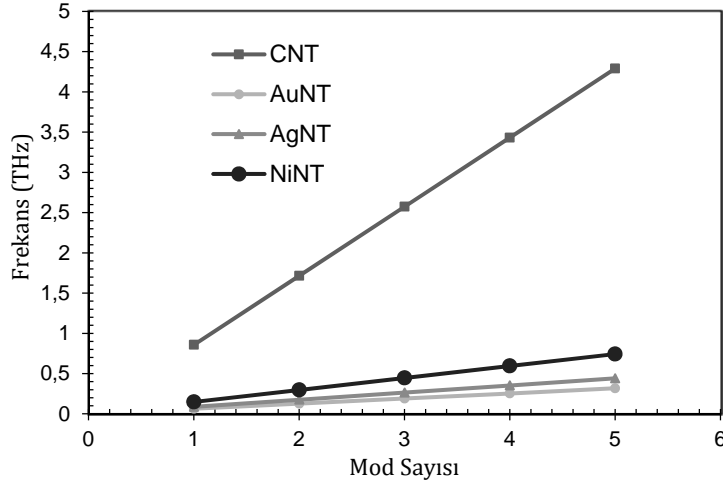
**Çizelge 4.7.** Farklı sınır şartları altındaki malzemelerin temel frekansları (THz)

<i>Sınır Şartı</i>	<i>A = 10 nm<sup>2</sup>, L = 100 nm</i>			
	<b>CNT</b>	<b>AuNT</b>	<b>AgNT</b>	<b>NiNT</b>
<i>C – C</i>	0.85821	0.06352	0.08823	0.14890
<i>C – F</i>	0.42910	0.09529	0.04418	0.07445
<i>F – F</i>	0.85821	0.06352	0.08823	0.14890
<i>C – MA</i>	0.02727	0.06352	0.08823	0.14905

Nano çubuklar için farklı sınır koşullarına göre dört farklı malzeme için elde edilen frekans değerleri ile tablo ve grafikler oluşturulmuştur. Grafiklerde karbon nanotüp malzemesinin elastisite modülü yüksek olduğu için frekans değerleri diğer malzemelere göre daha yüksek elde edilmiştir. Ayrıca en yüksek frekans değerleri iki ucu ankastre mesnetli ve iki ucu serbest olma durumlarında elde edilmiştir.

**Çizelge 4.8.** İki ucu ankastre olan malzemelerin frekans değerleri (THz)

<i>Mod Sayısı</i>	<i>A = 10 nm<sup>2</sup>, L = 100 nm</i>			<i>C-C</i>
	<b>CNT</b>	<b>AuNT</b>	<b>AgNT</b>	<b>NiNT</b>
<i>1</i>	0.85821	0.06352	0.08823	0.14890
<i>2</i>	1.71643	0.12705	0.17673	0.29781
<i>3</i>	2.57465	0.19058	0.26510	0.44672
<i>4</i>	3.43287	0.25410	0.35347	0.59563
<i>5</i>	4.29108	0.31764	0.44184	0.74454

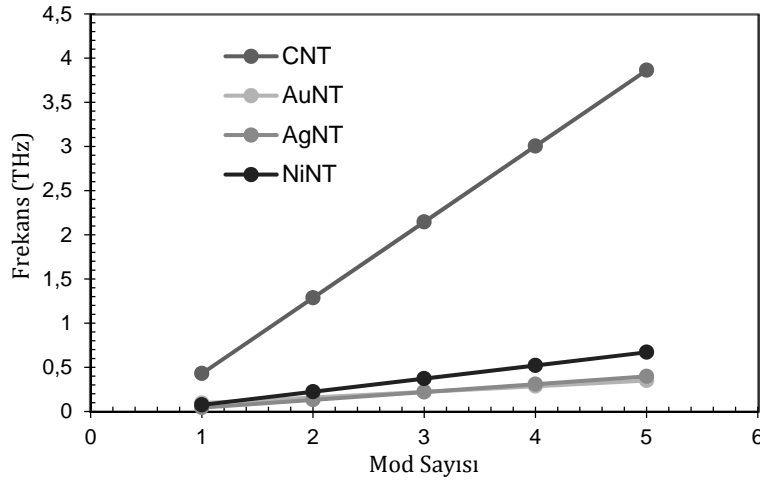
**Şekil 4.5.** Farklı sınır şartlarındaki malzemelerin mod sayısına göre temel frekans değerlerinin grafiği (THz)

Her iki ucu da ankastre olan farklı malzemeler için elde edilen temel frekans değerleri yukarıdaki tabloda verilmiştir.

**Çizelge 4.9.** Bir ucu ankastre diğer ucu boşta olan malzemelerin frekans değerleri (THz)

<i>Mod Sayısı</i>	<i>A = 10 nm<sup>2</sup>, L = 100 nm</i>			<i>C-F</i>
	<b>CNT</b>	<b>AuNT</b>	<b>AgNT</b>	<b>NiNT</b>
<i>1</i>	0.42910	0.09529	0.04418	0.07445
<i>2</i>	1.28732	0.15881	0.13255	0.22336
<i>3</i>	2.14554	0.22234	0.22092	0.37227
<i>4</i>	3.00376	0.28587	0.30929	0.52118
<i>5</i>	3.86197	0.34939	0.39766	0.67009



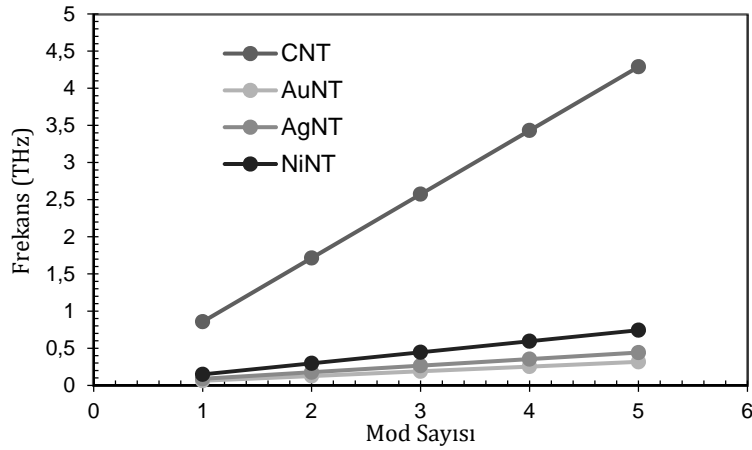


**Şekil 4.6.** Bir ucu ankastre diğer ucu boşta olan malzemelerin frekans değerlerinin grafiği (THz)

Bir ucu ankastre diğer ucu boşta olan farklı malzemeler için elde edilen temel frekans değerleri yukarıdaki tabloda verilmiştir.

**Çizelge 4.10.** İki ucu da serbest olan malzemelerin frekans değerleri (THz)

Mod Sayısı	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 100 \text{ nm}$			$F-F$
	CNT	AuNT	AgNT	NiNT
1	0.85821	0.06352	0.08823	0.14890
2	1.71643	0.12705	0.17673	0.29781
3	2.57465	0.19058	0.26510	0.44672
4	3.43287	0.25410	0.35347	0.59563
5	4.29108	0.31764	0.44184	0.74454

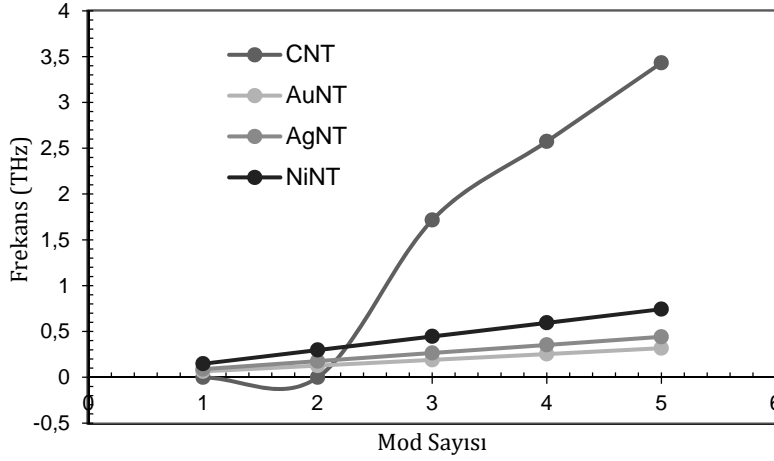


**Şekil 4.7.** İki ucu da serbest olan malzemelerin frekans değerlerinin grafiği (THz)

İki ucu da serbest olan farklı malzemeler için elde edilen temel frekans değerleri yukarıdaki tabloda verilmiştir.

**Çizelge 4.11.** Bir ucu ankastre diğer ucunda kütle olan malzemelerin frekans değerleri (THz)

Mod Sayısı	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 100 \text{ nm}$			$C-MA$
	CNT	AuNT	AgNT	NiNT
1	0,02727	0,06352	0,08823	0,14905
2	0,85908	0,12705	0,17673	0,29789
3	1,71687	0,19058	0,26510	0,44677
4	2,57494	0,25410	0,35347	0,59567
5	3,43308	0,31764	0,44184	0,74457



**Şekil 4.8.** Bir ucu ankastre diğer ucunda kütle olan malzemelerin frekans değerlerinin grafiği (THz)

Bir ucu ankastre diğer ucunda kütle olan farklı malzemeler için elde edilen temel frekans değerleri yukarıdaki tabloda verilmiştir.

Elde edilen sonuçlara göre mod sayısının değişiminin frekans üzerinde etkisinin önemli olduğu gözlemlenmiştir. En büyük frekans değerleri 2. Moddan sonra karbon nanotüp için elde edilmiştir. Ancak ilk iki mod değeri diğerlerine göre düşüktür.

Bu problemde incelenirse de yerel olmayan parametre artışı farklı sınır koşullarına sahip çubuklar arasındaki frekans değeri farkının azalmasına yine neden olmaktadır. Ayrıca malzeme değişiminin klasik teoriden sapma oranına etkisi olmadığı gözlemlenmiştir.

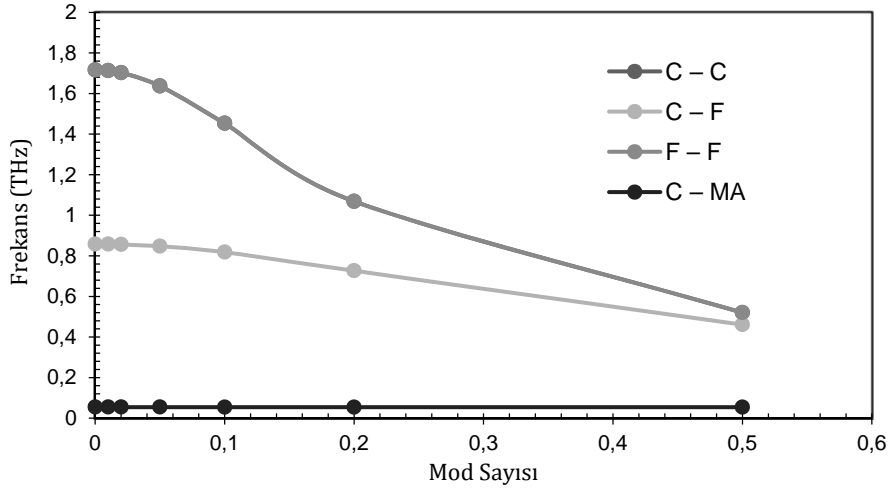
**Çizelge 4.12.** Nano çubukların farklı sınır şartlarda iki farklı uzunluk ve atomik parametrede elde edilen yerel olmayan frekanslar ve yüzdesel olarak yakınsaklık değerleri (THz)

$e_0a/L = 0.1$								
Sınır Şartı	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 50 \text{ nm}$				Yüzde yakınsaklık $\omega_{nl}/\omega_c$			
	1	2	3	4	1	2	3	4
$C - C$	1.45336	2.13756	2.41322	2.53824	95.40	84.67	72.77	62.27
$C - F$	0.81876	1.87364	2.30444	2.48676	98.79	90.46	78.64	67.28
$F - F$	1.45336	2.13756	2.41322	2.53824	95.40	84.67	72.77	62.27
$C - MA$	0.05453	1.45441	2.13777	2.41328	99.96	95.32	84.61	72.73
Sınır Şartı	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 100 \text{ nm}$				Yüzde yakınsaklık $\omega_{nl}/\omega_c$			
	1	2	3	4	1	2	3	4
$C - C$	0.81876	1.45336	1.87364	2.13756	95.40	84.67	72.77	62.27
$C - F$	0.42391	1.16450	1.68733	2.02099	98.79	90.46	78.64	67.28
$F - F$	0.81876	1.45336	1.87364	2.13756	95.40	84.67	72.77	62.27
$C - MA$	0.02727	0.81951	1.45362	1.87375	99.96	95.32	84.61	72.73
$e_0a/L = 0.2$								
Sınır Şartı	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 50 \text{ nm}$				Yüzde yakınsaklık $\omega_{nl}/\omega_c$			
	1	2	3	4	1	2	3	4
$C - C$	1.06878	1.26912	1.32024	1.38481	84.67	62.27	46.86	36.94
$C - F$	0.72668	1.20661	1.30154	1.36329	95.40	72.77	53.70	41.39
$F - F$	1.06878	1.26912	1.32024	1.38481	84.67	62.27	46.86	36.97
$C - MA$	0.05450	1.06920	1.26916	1.32024	99.80	84.43	62.17	46.82
Sınır Şartı	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 100 \text{ nm}$				Yüzde yakınsaklık $\omega_{nl}/\omega_c$			
	1	2	3	4	1	2	3	4
$C - C$	0.72668	1.06878	1.20661	1.26912	84.67	62.27	46.86	36.94
$C - F$	0.40938	0.93682	1.15222	1.24338	95.40	72.77	53.70	41.39
$F - F$	0.72668	1.06878	1.20661	1.26912	84.67	62.27	46.86	36.97
$C - MA$	0.02726	0.72720	1.06888	1.20664	99.80	84.43	62.17	46.82

Karbon nanotüplerin farklı uzunluk ve yerel olmayan parametreye göre elde edilen frekans değerleri tabloda gösterilmiştir. Elde edilen frekans değerleri klasik elastisite teorisi ile elde edilen değerler ile karşılaştırılıp yakınsaklık değerleri eklenmiştir. Elde edilen sonuçlara göre uzunluk değişiminin frekans üzerinde etkisinin düşük olduğu gözlemlenmiştir. Yerel olmayan parametre arttıkça yakınsaklık değerinin azaldığı ve klasik teori ile elde edilen sonuçlardan uzaklaştığı görülmüş olup parametre değerinin yüksek olduğu durumda en uzak sonuçlar elde edilmiştir. Yakınsaklık değerleri incelendiğinde en uzak sonuçlar iki ucu ankastre mesnetli ve iki ucu serbest olan durumlarda elde edilmiştir.

**Çizelge 4.13.** Nano çubukların farklı sınır şartlarda ve atomik parametrelere göre yerel olmayan temel frekansları (THz)

$e_0a/L$	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 50 \text{ nm}$						
	0	0.01	0.02	0.05	0.1	0.2	0.5
$C - C$	1.71643	1.71305	1.70304	1.63752	1.45336	1.06878	0.52061
$C - F$	0.85821	0.85779	0.85652	0.84782	0.81876	0.72668	0.46088
$F - F$	1.71643	1.71305	1.70304	1.63752	1.45336	1.06878	0.52061
$C - MA$	0.05454	0.05454	0.05454	0.05454	0.05453	0.05450	0.05427



**Şekil 4.9.** Nano çubukların farklı sınır şartlarında ve atomik parametrelere göre yerel olmayan temel frekanslarının grafiği (THz)

**Çizelge 4.14.** Nano çubukların farklı sınır şartlarında iki farklı atomik parametreye göre farklı malzemeler için elde edilen yerel olmayan frekans değerleri (THz)

$e_0a/L = 0.1$							
Sınır Şartı	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 100 \text{ nm}$				Yüzde yakınsaklık $\omega_{n1}/\omega_c$		
	CNT	AgNT	AuCNT	NiCNT	1	2	3
C - C	0.81876	0.08431	0.06061	0.14206	95.40	95.40	95.40
C - F	0.42391	0.04364	0.03138	0.07355	98.79	98.79	98.79
F - F	0.81876	0.08431	0.06061	0.14206	95.40	95.40	95.40
C - MA	0.02727	0.08438	0.06066	0.14219	99.96	100	99.98
$e_0a/L = 0.2$							
Sınır Şartı	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 100 \text{ nm}$				Yüzde yakınsaklık $\omega_{n1}/\omega_c$		
	CNT	AgNT	AuCNT	NiCNT	1	2	3
C - C	0.72668	0.07482	0.07911	0.12608	84.67	84.67	84.67
C - F	0.40938	0.04215	0.06934	0.07103	95.40	95.40	95.40
F - F	0.72668	0.07482	0.07911	0.12608	84.67	84.67	84.67
C - MA	0.02726	0.07487	0.07912	0.12617	99.81	99.82	99.82

Çizelge 4.13'te karbon nanotüplerin farklı sınır koşulları ve yerel olmayan parametrelere göre elde edilen frekans değerleri verilmiştir. Sonuçlara göre yerel olmayan parametrenin artması frekans değerlerinin düşmesine neden olmuştur. İki ucu ankastre mesnetli ve serbest olması durumunda en yüksek frekans düşüşü olmuş, kütle eklentili çubukta ise frekans düşüşü çok daha az olmuştur.

Farklı sınır koşulları altındaki malzemelerin yerel olmayan parametreye göre frekans değişimi yukarıdaki tabloda verilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre en fazla sapma ve en yüksek frekans değerleri iki ucu ankastre ve serbest olması durumunda elde edilmiştir. Yerel olmayan parametre artışı farklı sınır koşullarına sahip çubuklar arasındaki frekans değeri farkının azalmasına neden olmaktadır. Ayrıca malzeme değişiminin klasik teoriden sapma oranına etkisi olmadığı gözlemlenmiştir.

**Çizelge 4.15.** İki ucu ankastre olan nano çubukların farklı malzemeler ve atomik parametreler için yerel olmayan frekansları (THz)

Mod	$e_0a/L = 0.1$						
	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 100 \text{ nm}$				Yüzde yakınsaklık $\omega_{nl}/\omega_c$		
	CNT	AgNT	AuCNT	NiCNT	1	2	3
1	0.81876	0.08417	0.06060	0.14205	95.40	95.40	95.40
2	1.45336	0.14964	0.10757	0.25215	84.67	84.67	84.67
3	1.87364	0.19291	0.13869	0.32507	72.77	72.77	72.77
4	2.13756	0.22011	0.15823	0.37089	62.27	62.27	62.27
5	2.30444	0.27515	0.19780	0.46364	53.70	53.70	53.70

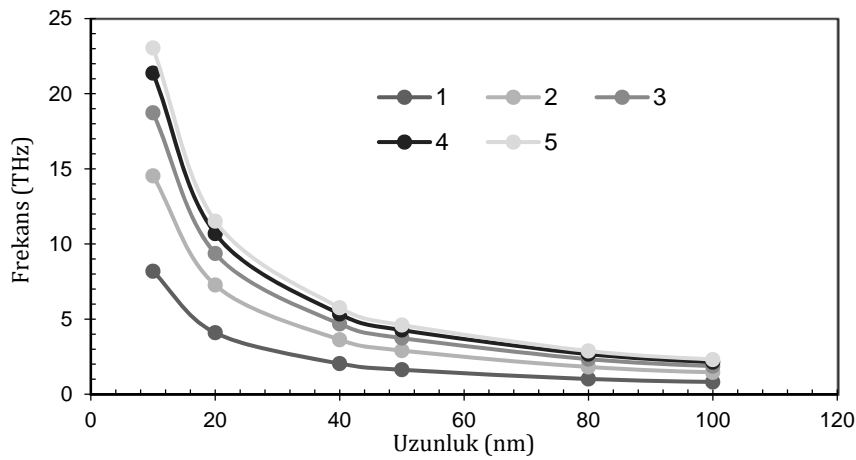
  

Mod	$e_0a/L = 0.2$						
	$A = 10 \text{ nm}^2, L = 100 \text{ nm}$				Yüzde yakınsaklık $\omega_{nl}/\omega_c$		
	CNT	AgNT	AuCNT	NiCNT	1	2	3
1	0.72668	0.07470	0.05378	0.12607	84.67	84.67	84.67
2	1.06878	0.11005	0.07911	0.18545	62.27	62.27	62.27
3	1.20661	0.12423	0.08931	0.20933	46.86	46.86	46.86
4	1.26912	0.13068	0.09394	0.22020	36.97	36.97	36.97
5	1.58642	0.16335	0.11743	0.27526	30.33	30.33	30.33

Farklı malzemelerin, farklı yerel olmayan parametre değerleri için ilk 5 mod frekans değerleri tabloda verilmiştir. Sonuçlara göre mod sayısı arttıkça klasik teoriden uzaklaştığı gözlemlenmiştir.

**Çizelge 4.16.** İki ucu ankastre nano çubukların farklı uzunluklarda yerel olmayan frekans değerleri (THz)

Mod sayısı	$e_0a/L = 0.1, C - C \text{ Nanoçubuğu}$					
	10nm	20nm	40nm	50nm	80nm	100nm
1	8.1876	4.0938	2.0469	1.63752	1.02345	0.81876
2	14.5336	7.2668	3.6334	2.90672	1.81670	1.45336
3	18.7364	9.3682	4.6841	3.74728	2.34205	1.87364
4	21.3756	10.6878	5.3439	4.27512	2.67195	2.13756
5	23.0444	11.5222	5.7611	4.60888	2.88055	2.30444

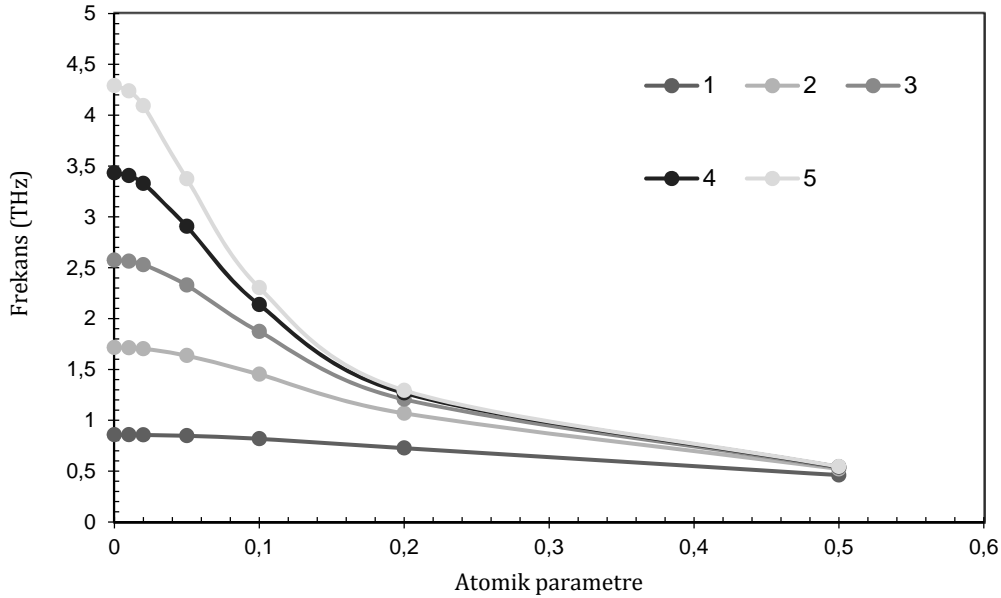


**Şekil 4.10.** İki ucu ankastre nano çubukların farklı uzunluklarda yerel olmayan frekans değerlerinin grafiği (THz)

Karbon nanotüp malzemesinin farklı uzunluklarda ilk 5 mod frekans değerleri tabloda verilmiştir. Grafik ve tablo incelendiğinde uzunluk artışının aynı mod değeri için frekans değerini düşürdüğü gözlemlenmiş olup mod sayısındaki artışın bu oranda etkisinin olmadığı gözlemlenmiştir.

**Çizelge 4.17.** İki ucu ankastre nano çubukların farklı atomik parametreler ile elde edilen frekans değerleri (THz)

Mod No.	$L = 100 \text{ nm}, C - C \text{ Nanoçubuğu } e_0 a/L$						
	0	0.01	0.02	0.05	0.1	0.2	0.5
1	0.85821	0.85779	0.85652	0.84782	0.81876	0.72668	0.46088
2	1.71643	1.71305	1.70304	1.63752	1.45336	1.06878	0.52062
3	2.57465	2.56329	2.53009	2.32901	1.87364	1.20661	0.53444
4	3.43287	3.40608	3.32933	2.90672	2.13756	1.26912	0.54197
5	4.29108	4.23910	4.09381	3.37467	2.30444	1.29456	0.54410

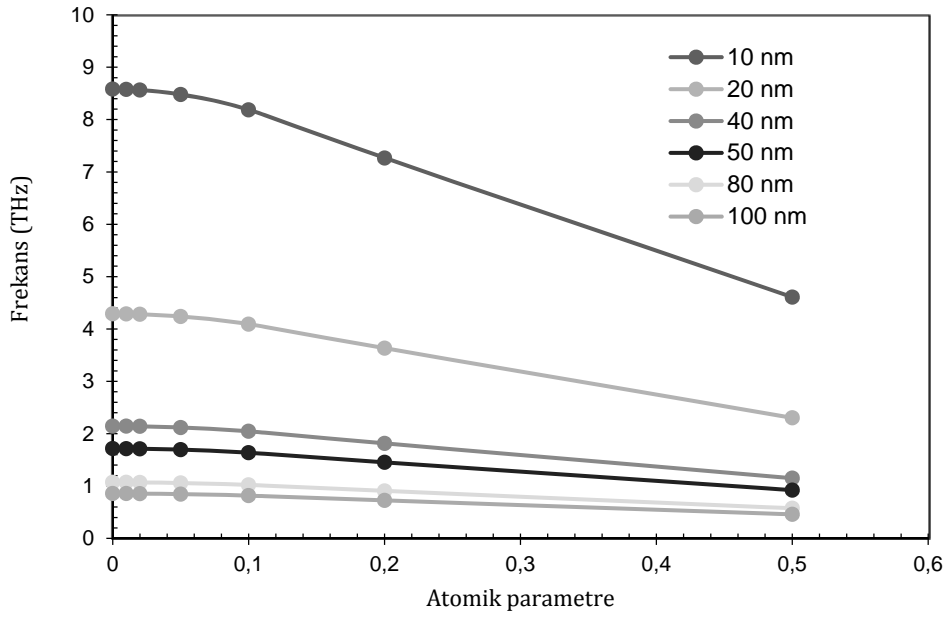


**Şekil 4.11.** İki ucu ankastre nano çubukların farklı atomik parametreler ile elde edilen frekans değerlerinin mod sayısına göre değişim grafiği (THz)

$L=100 \text{ nm}$  uzunluğundaki çubuğun ilk 5 mod frekans değerlerinin atomik parametreye göre değişimi yukarıdaki tabloda verilmiştir. Mod sayısı arttıkça yerel olmayan parametredeki artışın frekansı düşürücü etkisinin büyük oranda arttığı gözlemlenmiştir. Aynı mod sayısı için atomik parametredeki artışın frekansı düşürücü etkisi olduğu sonucuna varılmıştır.

**Çizelge 4.18.** İki ucu ankastre nano çubukların farklı uzunluk ve atomik parametrelerde elde edilen yerel olmayan frekansları (THz)

Uzunluk	<i>C – C Nanoçubuğu <math>e_0a/L</math></i>						
	0	0.01	0.02	0.05	0.1	0.2	0.5
10 nm	8.5821	8.5779	8.5652	8.4782	8.1876	7.2668	4.6088
20 nm	4.29105	4.28895	4.2826	4.2391	4.0938	3.6334	2.3044
40 nm	2.14552	2.14447	2.1413	2.11955	2.0469	1,8167	1.1522
50 nm	1.71642	1.71558	1.71304	1.69564	1.63752	1.45336	0.92176
80 nm	1.07276	1.07223	1.07065	1.05977	1.02345	0.90835	0.5761
100 nm	0.85821	0.85779	0.85652	0.84782	0.81876	0.72668	0.46088



**Şekil 4.12.** İki ucu ankastre nano çubukların farklı uzunluk ve atomik parametrelerde elde edilen yerel olmayan frekanslarının grafiği (THz)

Karbon nanotüplerin farklı uzunluk değerleri için yerel olmayan parametreye göre frekans değişimi tabloda verilmiştir. Aynı uzunluktaki malzemelerde yerel olmayan parametrenin artması frekansı düşürdüğü, aynı parametrede ise uzunluk artışının frekansı daha yüksek oranda düşürdüğü gözlemlenmiştir.

### 4.3. Burulmalı Titreşim

Bu bölümde mikrotüpçük, karbon nanotüp ve silika karbür nanotel malzemeleri kullanılmıştır. Mikrotüpçük malzemesinin mekanik ve geometrik özellikleri Çizelge 4.19 ve Çizelge 4.20’de sunulmuştur. Silika karbit nanotellerin mekanik özellikleri Çizelge 4.21’de görülmektedir. Karbon nanotüplerin mekanik özellikleri Çizelge 4.22’de verilmiştir.

**Çizelge 4.19.** Mikrotüpçüklerin geometrik ve mekanik özellikleri.

Parametre	Adı	Değerleri
G	Kayma modülü	$1 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
E	Elastisite modülü	$2 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
$\rho$	Birim hacim kütlesi	$1470 \text{ kg/m}^3$
$\nu$	Poisson oranı	0.3

**Çizelge 4.20.** Mikrotüpçük tiplerine göre çap ve kalınlık değerleri (Donhauser vd. 2010).

Mikrotüpçük tipi	t (nm)	Ravg (nm)	Rin (nm)
10_2	2.75	8.27	6.90
11_2a	2.82	8.82	7.42
11_2b	2.80	8.89	7.50
12_2	2.76	10.01	8.64
12_3	2.73	10.18	8.81
13_3	2.79	10.72	9.32
14_4	2.83	11.35	9.94
14_3	2.79	11.59	10.19
15_4	2.83	12.17	10.75
15_3	2.84	12.19	10.78

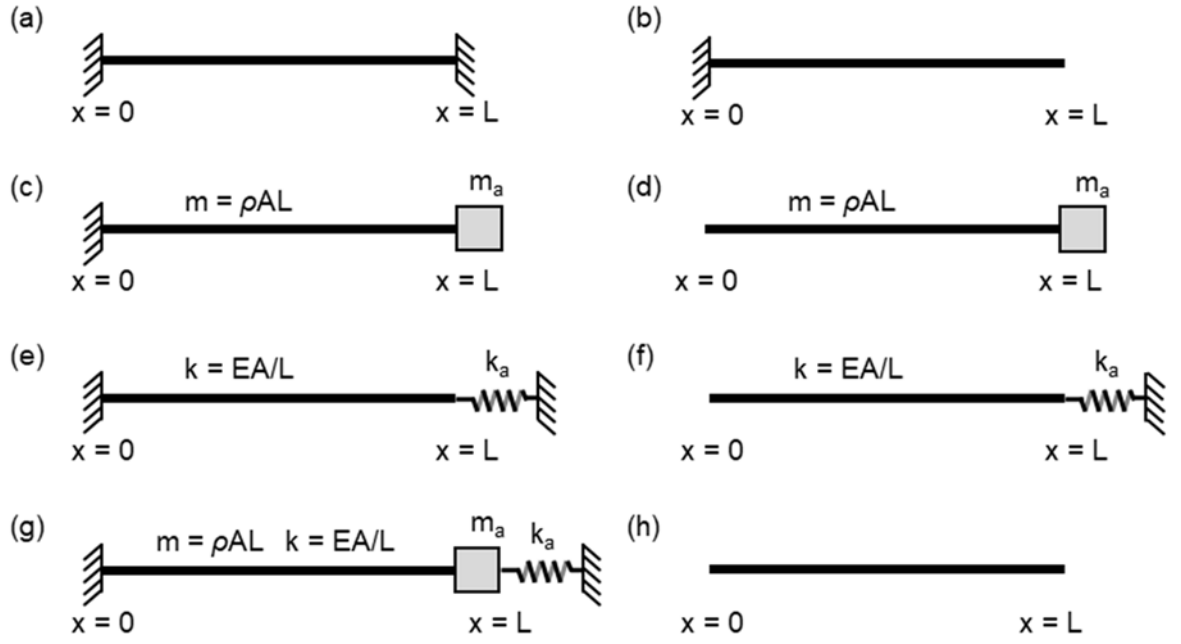
**Çizelge 4.21.** Silika karbür nanotellerin geometrik ve mekanik özellikleri (Makeev vd. 2009).

Parametre	Adı	Değerleri
E	Elastisite modülü	$504.8 \text{ N/m}^2$
$\rho$	Birim hacim kütlesi	$3100 \text{ kg/m}^3$

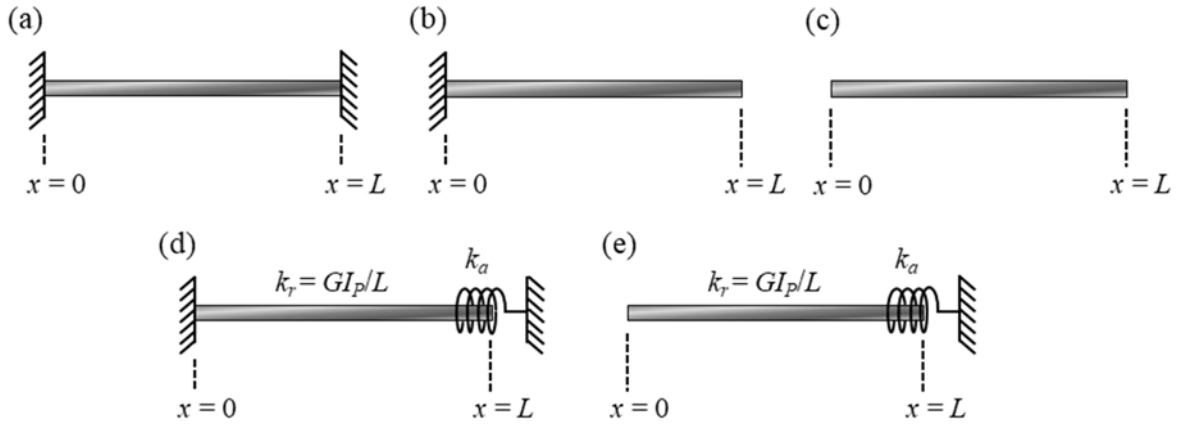
**Çizelge 4.22.** Karbon nanotüplerin mekanik özellikleri (Selim vd. 2009).

Parametre	Adı	Değerleri
G	Kayma modülü	$0.34 \times 10^{12} \text{ N/m}^2$
E	Elastisite modülü	$1 \times 10^{12} \text{ N/m}^2$
$\rho$	Birim hacim kütlesi	$1340 \text{ kg/m}^3$
$\nu$	Poisson oranı	0.27





**Şekil 4.13.** Analizleri gerçekleştirilecek olan nano/mikro eksenel çubuk modelleri  
 (a) C-C (b) C-F (c) C-M (d) F-M (e) C-S (f) F-S (g) C-MS (h) F-F



**Şekil 4.14.** Analizleri gerçekleştirilecek olan nano/mikro burulma çubuğu modelleri  
 (a) C-C (b) C-F (c) F-F (d) C-S (e) F-S

**Çizelge 4.23.** Bir ucu tutulu diğer ucu serbest nano/mikro eksenel çubukların ilk beş mod yerel olmayan eksenel titreşim boyutsuz frekansları.

$e_0a/L$	Mod	Xu vd. (2017)	Bu çalışma	Sonlu elemanlar modeli							
				$n = 30$	$n = 20$	$n = 15$	$n = 10$	$n = 5$	$n = 4$	$n = 3$	$n = 2$
0	1	1.57080	1.57080	1.57098	1.57120	1.57151	1.57241	1.57726	1.58091	1.58880	1.61142
	2	4.71239	4.71239	4.71724	4.72330	4.73179	4.75610	4.88814	4.98720	5.19615	5.62930
	3	7.85398	7.85398	7.87643	7.90454	7.94398	8.05708	8.66025	9.05940	9.42658	–
	4	10.9955	10.9955	11.0572	11.1345	11.2431	11.5541	12.9864	13.1006	–	–
	5	–	14.1371	14.2683	14.4330	14.6644	15.3202	16.7033	–	–	–
0.1	1	1.55177	1.55177	1.55194	1.55216	1.55246	1.55333	1.55800	1.56152	1.56911	1.61136
	2	4.26279	4.26279	4.26637	4.27086	4.27713	4.29507	4.39156	4.46297	4.61084	5.62707
	3	6.17668	6.17668	6.18758	6.20118	6.22017	6.27401	6.54654	6.71393	6.85936	–
	4	7.39805	7.39805	7.41674	7.43994	7.47207	7.56130	7.92317	7.94890	–	–
	5	–	8.16401	8.18903	8.21981	8.26187	8.37398	8.57992	–	–	–
0.2	1	1.49858	1.49858	1.49874	1.49893	1.49921	1.49999	1.50420	1.50736	1.51419	1.61121
	2	3.42933	3.42933	3.43120	3.43353	3.43679	3.44607	3.49531	3.53100	3.60288	5.62040
	3	4.21782	4.21782	4.22128	4.22559	4.23159	4.24842	4.33013	4.37754	4.41711	–
	4	4.55152	4.55152	4.55586	4.56122	4.56860	4.58876	4.66610	4.67134	–	–
	5	–	4.71386	4.71866	4.72453	4.73248	4.75326	4.79000	–	–	–
0.4	1	–	1.33005	1.33015	1.33029	1.33048	1.33103	1.33396	1.33617	1.34092	1.35443
	2	–	2.20846	2.20896	2.20958	2.21045	2.21291	2.22579	2.23492	2.25282	2.28482
	3	–	2.38223	2.38285	2.38362	2.38470	2.38770	2.40192	2.40992	2.41646	–
	4	–	2.43778	2.43845	2.43927	2.44040	2.44346	2.45492	2.45569	–	–
	5	–	2.46180	2.46249	2.46332	2.46444	2.46736	2.47246	–	–	–

Belirtilmiş mekanik ve geometrik özellikler altında nano ve mikro yapıları farklı malzemelerin eksenel ve eğilme çubuğu modellerinin yerel olmayan elastisite teorisine dayanan boyut etkili mekanik analizleri gerçekleştirilecektir. Çubuk modellerinin eksenel ve burulma titreşimleri, eğilme çubuğu modellerinin titreşim, burkulma ve eğilme analizlerinin yanı sıra, bu yapıların kafes ve çerçeve modellerinin de titreşimleri gerçekleştirilecektir. Mekanik analizler, sürekli modele yani analitik metotlara hem de sayısal modele yani yerel olmayan sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak yapılacaktır. Çözümü gerçekleştirilecek olan yapıların mekanik modelleri ve sınır şartlar Şekil 4.13 ve Şekil 4.14’te sunulmuştur.

Çizelge 4.23 ve 4.24’te, iki farklı tipteki eksenel çubuk için, Xu vd. (2017) tarafından elde edilmiş analitik sonuçlar, bu çalışmada kullanılan sürekli model ve yerel olmayan sonlu elemanlar metodu ile edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Genel olarak, her iki ucu tutulu çubukların frekansları bir ucu tutulu ve diğer ucu serbest çubukların frekanslarından yüksektir çünkü her iki ucu tutulu çubuk diğerine göre daha rijit uç koşullara sahiptir. Mod sayısı arttıkça titreşim frekansları yükseltirken yerel olmayan boyutsuz parametre bunları düşürücü bir etkiye sahiptir.

Yerel olmayan elastisite parametresi  $e_0a/L = 0$  olursa sonuçlar, titreşim sonuçları klasik elastisiteye döner. Sonlu eleman sayısı artırıldıkça, her mod ve her yerel olmayan boyutsuz parametre altında elde edilen titreşim frekanslarının referans çalışmaya yaklaştığı belirtilebilir. Mod sayısı arttıkça sürekli model ve sonlu elemanlar modeli sonuçları arasındaki farklılığın yani hata miktarının arttığı görülmektedir. Bunların yanı sıra, yerel olmayan boyutsuz parametre arttıkça, her mod sayısında hata parametresinin azaldığı dikkat çekmiştir. Sonuçların genel olarak yeter doğrulukta olduğunu vurgulanabilir ancak çok daha hassas sonuçlar için sonlu eleman sayısının artırılması

gerektiği vurgulanmalıdır. Öte yandan, her iki ucu tutulu çubuk için elde edilen değerler için hata miktarı, bir ucu tutulu diğer ucu serbest çubuğa göre daha fazladır.

**Çizelge 4.24.** Her iki ucu tutulu nano/mikro eksenel çubukların ilk beş mod yerel olmayan eksenel titreşim boyutsuz frekansları.

$e_0a/L$	Mod	Xu vd. (2017)	Bu çalışma	Sonlu elemanlar modeli							
				$n = 30$	$n = 20$	$n = 15$	$n = 10$	$n = 5$	$n = 4$	$n = 3$	$n = 2$
0	1	3.14159	3.14159	3.14303	3.14482	3.14734	3.15453	3.19349	3.22283	3.28634	3.46410
	2	6.28319	6.28319	6.29468	6.30905	6.32922	6.38698	6.69986	6.92820	7.34847	–
	3	9.42478	9.42478	9.46358	9.51221	9.58048	9.77627	10.7757	11.2586	–	–
	4	12.5663	12.5663	12.6584	12.7739	12.9363	13.3997	15.0943	–	–	–
	5	–	15.70796	15.88796	16.11416	16.43168	17.32051	–	–	–	–
0.1	1	2.99717	2.99717	2.99841	2.99997	3.00216	3.00839	3.04213	3.06746	3.12207	3.27327
	2	5.32018	5.32018	5.32715	5.33586	5.34804	5.38275	5.56608	5.69495	5.92157	–
	3	6.85867	6.85867	6.87358	6.89214	6.91798	6.99063	7.33000	7.47662	–	–
	4	7.82479	7.82479	7.84687	7.87416	7.91174	8.01427	8.33650	–	–	–
	5	–	8.43564	8.46318	8.49685	8.54242	8.66025	–	–	–	–
0.2	1	2.66009	2.66009	2.66096	2.66205	2.66358	2.66793	2.69138	2.70887	2.74625	2.84747
	2	3.91239	3.91239	3.91516	3.91862	3.92343	3.93708	4.00714	4.05442	4.13384	–
	3	4.41692	4.41692	4.42090	4.42582	4.43264	4.45158	4.53553	4.56963	–	–
	4	4.64576	4.64576	4.65037	4.65603	4.66376	4.68450	4.74637	–	–	–
	5	–	4.76445	4.76940	4.77540	4.78345	4.80384	–	–	–	–
0.4	1	–	1.95620	1.95654	1.95698	1.95758	1.95931	1.96854	1.97535	1.98971	2.02721
	2	–	2.32288	2.32346	2.32418	2.32518	2.32801	2.34225	2.35159	2.36678	–
	3	–	2.41643	2.41708	2.41789	2.41900	2.42206	2.43532	2.44056	–	–
	4	–	2.45195	2.45263	2.45345	2.45458	2.45759	2.46640	–	–	–
	5	–	2.46893	2.46961	2.47045	2.47156	2.47436	–	–	–	–

**Çizelge 4.25.** Elastik ortama gömülü bir ucu tutulu ve diğer ucu serbest nano/mikro eksenel çubukların ilk beş mod yerel olmayan eksenel titreşim boyutsuz frekansları.

$e_0a/l$	M od	$K_M = 5$		$K_M = 50$		$K_M = 100$				
		Sürekli Model	SE Modeli	Sürekli Model	SE Modeli	Sürekli Model	SE Modeli			
			$n = 30$		$n = 25$		$n = 30$	$n = 25$	$n = 30$	$n = 25$
0.0	1	2.7327	2.732	2.7328	7.2434	7.243	7.2435	10.122	10.122	10.122
	2	5.2160	5.2204	5.2223	8.4974	8.500	8.5013	11.054	11.056	11.057
	3	8.1661	8.1877	8.1972	10.568	10.58	10.592	12.715	12.729	12.735
	4	11.220	11.281	11.307	13.073	13.12	13.147	14.862	14.908	14.928
	5	14.312	14.442	14.499	15.806	15.92	15.976	17.316	17.423	17.471
0.2	1	2.6918	2.6919	2.6919	7.2281	7.228	7.2282	10.111	10.111	10.111
	2	4.0939	4.0955	4.0962	7.8588	7.859	7.8599	10.571	10.572	10.572
	3	4.7739	4.7769	4.7783	8.2335	8.235	8.2360	10.853	10.854	10.855
	4	5.0711	5.0750	5.0767	8.4093	8.411	8.4127	10.987	10.988	10.989
	5	5.2173	5.2217	5.2235	8.4983	8.500	8.5021	11.055	11.057	11.058
0.4	1	2.6017	2.6018	2.6018	7.1951	7.195	7.1951	10.088	10.088	10.088
	2	3.1428	3.1432	3.1433	7.4079	7.408	7.4081	10.241	10.241	10.241
	3	3.2673	3.2677	3.2679	7.4616	7.461	7.4619	10.279	10.280	10.280
	4	3.3080	3.3085	3.3087	7.4795	7.479	7.4798	10.292	10.293	10.293
	5	3.3257	3.3262	3.3265	7.4874	7.487	7.4877	10.298	10.298	10.298

Çizelge 4.25 ve 4.26’da eksenel rijit ortama tam gömülmüş olan iki farklı tipteki eksenel çubuğun sürekli model ve yerel olmayan model kullanılarak elde edilmiş yerel olmayan titreşim frekansları karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. Eksenel ortam, genel olarak titreşim frekanslarını artırıcı bir faktördür. Elastik ortam, bir ucu tutulu diğer ucu

serbest çubuğun frekanslarını diğerine göre daha çok yükseltir. Elastik ortamın rijitliği arttıkça her iki tip çubuğun frekansları birbirine yaklaşır. Öte yandan, sonlu eleman kullanılarak elde edilmiş sonuçlar sürekli model için elde edilmiş sonuçlara göre yeter doğruluktadır. Söylenbilir ki, eksenel elastik ortamın rijitlik parametresi arttıkça hata parametresi azalmaktadır.

**Çizelge 4.26.** Elastik ortama gömülü her iki ucu tutulu nano/mikro eksenel çubukların ilk beş mod yerel olmayan eksenel titreşim boyutsuz frekansları.

$e_0a/I$	$M_o$ $d$	$K_M = 5$			$K_M = 50$			$K_M = 100$		
		Sürekli Model	SE Modeli		Sürekli Model	SE Modeli		Sürekli Model	SE Modeli	
			$n = 30$	$n = 25$		$n = 30$	$n = 25$		$n = 30$	$n = 25$
0.0	1	3.8561	3.857	3.857	7.7376	7.738	7.738	10.481	10.48	10.48
	2	6.6692	6.680	6.684	9.4593	9.466	9.470	11.810	11.81	11.81
	3	9.6864	9.724	9.740	11.782	11.81	11.82	13.741	13.76	13.77
	4	12.7638	12.85	12.89	14.419	14.49	14.53	16.059	16.13	16.16
	5	15.8663	16.04	16.12	17.226	17.39	17.46	18.621	18.77	18.84
0.2	1	3.4751	3.475	3.476	7.5549	7.555	7.555	10.347	10.34	10.34
	2	4.5063	4.508	4.509	8.0813	8.082	8.083	10.738	10.73	10.73
	3	4.9507	4.954	4.955	8.3372	8.339	8.340	10.932	10.93	10.93
	4	5.1559	5.160	5.161	8.4607	8.463	8.464	11.026	11.02	11.02
	5	5.2631	5.267	5.269	8.5264	8.529	8.530	11.077	11.07	11.08
0.4	1	2.9710	2.971	2.971	7.3367	7.336	7.336	10.189	10.18	10.18
	2	3.2243	3.224	3.224	7.4428	7.443	7.443	10.266	10.26	10.26
	3	3.2923	3.292	3.293	7.4726	7.472	7.472	10.287	10.28	10.28
	4	3.3184	3.318	3.319	7.4841	7.484	7.484	10.29	10.29	10.29
	5	3.3310	3.331	3.331	7.4897	7.489	7.490	10.300	10.30	10.30

**Çizelge 4.27.** Kütle/yay eklentili nano/mikro çubukların klasik eksenel titreşim boyutsuz frekanslarının ilgili referanslarla karşılaştırma çalışması ( $L = 20$  nm,  $e_0a = 0$  nm,  $\beta_m = \beta_k = 10$ ).

Sınır Şartlar	Mod	Numanoğlu vd. (2018)	Sonlu elemanlar modeli		
			$n = 100$	$n = 20$	$n = 10$
C-M	1	0.31105	0.31105	0.31105	0.31105
	2	3.17310	3.17323	3.17636	3.18616
	3	6.29906	6.30010	6.32499	6.40310
F-M	1	1.63199	1.63201	1.63241	1.63368
	2	4.73351	4.73395	4.74447	4.77741
	3	7.86669	7.86871	7.91733	8.07007
C-S	1	2.86277	2.86287	2.86522	2.87257
	2	5.76056	5.76135	5.78051	5.84077
	3	8.70831	8.71107	8.77736	8.98721
F-S	1	1.42887	1.42888	1.42917	1.43009
	2	4.30580	4.30613	4.31413	4.33920
	3	7.22811	7.22968	7.26755	7.38707
C-MS	1	1.03044	1.03045	1.03045	1.03046
	2	3.17652	3.17665	3.17978	3.18957
	3	6.29947	6.30050	6.32540	6.40350

**Çizelge 4.28.** Kütle/yay eklentili nano/mikro çubukların yerel olmayan aksenal titreşim boyutsuz frekanslarının ilgili referanslarla karşılaştırma çalışması ( $L = 20$  nm,  $e_0a = 5$  nm,  $\beta_m = \beta_k = 10$ ).

Sınır Şartlar	Mod	Numanoğlu vd. (2018)	Bao vd. (2018)	Sonlu elemanlar modeli		
				$n = 100$	$n = 20$	$n = 10$
C–M	1	0.31012	0.31012	0.31012	0.31012	0.31012
	2	2.48591	2.48591	2.48597	2.48748	2.49217
	3	3.37671	3.37671	3.37687	3.38068	3.39245
F–M	1	1.51107	1.51107	1.51108	1.51140	1.51240
	2	3.05523	3.05523	3.05534	3.05816	3.06693
	3	3.56554	3.56555	3.56573	3.57022	3.58391
C–S	1	2.37560	2.37560	2.37566	2.37706	2.38143
	2	3.34527	3.34527	3.34544	3.34932	3.36135
	3	3.67332	3.67368	3.67353	3.67858	3.69378
F–S	1	1.35799	1.35780	1.35801	1.35827	1.35906
	2	2.99443	2.99443	2.99455	2.99736	3.00612
	3	3.54881	3.54881	3.54900	3.55359	3.56765
C–MS	1	1.02726	1.02726	1.02726	1.02726	1.02728
	2	2.48878	2.48878	2.48885	2.49035	2.49503
	3	3.25693	3.25694	3.37710	3.38092	3.39268

Çizelge 4.27 ve 4.28, kütle ve/veya elastik yay uç eklentisine sahip farklı tipteki aksenal çubukların yerel olmayan elastisite kullanılarak titreşim frekanslarını karşılaştırmalı olarak sunar. Bir ucu tutulu ve diğer ucu kütle eklentili (C-M) çubukların ve bir ucu tutulu ve diğer ucu elastik yay eklentili çubukların (C-S) frekanslarının karşılaştırması bir ucu tutulu ve diğer ucu serbest çubuklarla yapılabilir. Buna göre, bir uca kütle eklentisi ( $\beta_m = \frac{m_{eklenti}}{m_{çubuk}} = \frac{m_{eklenti}}{\rho AL}$ ) yapılırsa frekansların düşmesi beklenir çünkü topaklı kütle, frekansla ters orantılı bir faktördür. Öte yandan serbest uca elastik yay eklentisi ( $\beta_k = \frac{k_{eklenti}}{k_{çubuk}} = \frac{k_{eklenti}}{EA/L}$ ) yapılırsa elastik yay rijidite artırdığından titreşim frekanslarının da artması beklenir.

Buna ek olarak, bir ucu serbest diğer ucu kütle eklentili (F–M) ve bir ucu serbest ve diğer ucu yay eklentili çubukların (F–S) titreşim frekansları her iki ucu tutulu çubukla mukayese edilmelidir çünkü her iki tutulu çubuğun frekans denklemi her iki ucu serbest çubuğunkiyle aynıdır. Yani, bir uca kütle eklendiğinde her iki ucu serbest çubuğa göre daha düşük frekans beklenir. Elastik yay eklentisinde, durum biraz daha farklıdır ve ileride grafik sonuçlar ele alınırken tartışılacaktır. Genel olarak, eklentili çubukların sonuçları beklendiği gibi, mukayese edildiği çubuklara göre daha düşük veya yüksek elde edilmiştir. Ek olarak, sonlu elemanlar metodunun, daha yeni bir problem olan uç eklentili çubukların yerel olmayan titreşiminde de başarılı olduğu vurgulanabilir. Hata miktarı ele alınacak olursa, F–M çubuğu için hata C–M çubuğundan ve C–S çubuğu için hata F–S’den fazladır.

**Çizelge 4.29.** İki farklı sınır şartlı nano/mikro çubukların birinci ve ikinci mod yerel olmayan burulma titreşimi boyutsuz frekanslarının ilgili referans ile karşılaştırılması.

Sınır Şartlar	Mod	$e_0a/L$	Islam vd. (2014)	Sonlu elemanlar modeli					
				$n = 30$	$n = 27$	$n = 24$	$n = 21$	$n = 18$	
C-F	1	0	1.5708	1.5710	1.5710	1.5711	1.5712	1.5713	
		0.04	1.5677	1.5679	1.5679	1.5680	1.5681	1.5682	
		0.08	1.5585	1.5587	1.5588	1.5588	1.5589	1.5590	
		0.12	1.5436	1.5438	1.5438	1.5439	1.5440	1.5441	
	2	0	4.7124	4.7172	4.7184	4.7200	4.7223	4.7259	
		0.04	4.6308	4.6354	4.6365	4.6380	4.6402	4.6436	
		0.08	4.4096	4.4134	4.4144	4.4157	4.4176	4.4205	
		0.12	4.1020	4.1052	4.1059	4.1069	4.1085	4.1108	
	C-C	1	0	3.1416	3.1430	3.1434	3.1438	3.1445	3.1456
			0.04	3.1171	3.1185	3.1188	3.1193	3.1199	3.1210
			0.08	3.0468	3.0481	3.0485	3.0489	3.0495	3.0505
			0.12	2.9396	2.9408	2.9411	2.9415	2.9420	2.9429
2		0	6.2832	6.2947	6.2974	6.3011	6.3066	6.3151	
		0.04	6.0937	6.1042	6.1066	6.1101	6.1151	6.1228	
		0.08	5.6139	5.6221	5.6240	5.6267	5.6306	5.6366	
		0.12	5.0169	5.0228	5.0242	5.0261	5.0289	5.0332	

Farklı sınır şartlı çubukların yerel olmayan burulma titreşimi sonuçları, Islam vd. (2014) tarafından verilmiş olan sürekli model sonuçlarına ek olarak, bu raporda kullanılan yerel olmayan sonlu elemanlar formülasyonuna dayanarak Çizelge 5.11’de mukayese edilmiştir. Yine mod sayısı arttıkça burulma titreşim frekansları artarken yerel olmayan parametrenin varlığı, frekansları düşürür.  $e_0a/L = 0$  için titreşim sonuçlarının klasik burulma titreşimi analizi ile belirlendiği belirtilmelidir. Her iki ucu tutulu çubuğun titreşim frekanslarının bir ucu tutulu ve diğer ucu serbest çubuktan fazla olduğu burulmada da vurgulanabilir. Yerel olmayan parametre, her iki ucu tutulu çubuğun frekansını diğerine göre daha çok düşürür. Sonlu elemanlar formülasyonunun, her iki sınır şartında, her mod sayısı ile yerel olmayan parametre altında yeter doğrulukta sonuç verdiğini belirtebiliriz

## 5. SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında eksenel çubukların klasik elastisite teorisi ve yerel olmayan elastisite teorisi ile eksenel ve burulmalı titreşim hesapları yapılmıştır. Analizlerde kullanılan malzemelerin farklı sınır koşulları, uzunluk, alan ve atomik parametrelere göre elde edilen sonuçları karşılaştırılmış olup elde edilen sonuçlar ile tablo ve grafikler oluşturulmuştur. Elde edilen sonuçlar aşağıda maddeler halinde sunulmuştur;

1. Tüm malzemeler için elde edilen sonuçlar incelendiğinde iki ucu ankastre mesnet olan sınır koşulunda frekans değeri daha yüksektir.
2. Malzemeler ve sınır koşullarının tamamında mod sayısındaki artış frekansı arttırmaktadır.
3. Aynı kesit alanı ve uzunluğa sahip malzemelerde mod sayısı arttıkça boyut etkisinin frekansı düşürücü etkisi artmaktadır.
4. Aynı kesit alanına sahip malzemelerde çubuk uzunluğundaki artış frekansı düşürücü etki göstermektedir.
5. Yerel olmayan parametredeki artışın frekansı azalttığı gözlemlenmiştir. İki ucu ankastre mesnetli çubuğun bir ucu ankastre diğer ucu serbest olan çubuğa göre parametre artışından daha fazla etkilendiği elde edilmiştir.

## 6. KAYNAKLAR

- Adhikari, S., Murmu, T., and McCarthy, M.A. 2013. Dynamic finite element analysis of axially vibrating nonlocal rods. *Finite Elements in Analysis and Design*, 63: 42-50.
- Adhikari, S., Murmu, T. and McCarthy, M.A. 2014. Frequency domain analysis of Nonlocal rods embedded in an elastic medium. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 59: 33-40.
- Agarwal, T. "Introduction to Nanorobots and Its Medical Applications". <https://www.elprocus.com/nanorobots-and-its-application-in-medicine/> [Son Erişim Tarihi: 04.02.2018].
- Akgöz, B. 2010. Yüksek mertebeden elastisite teorileriyle mikro ve nano yapıların lineer ve lineer olmayan analizleri. Yüksek lisans tezi, Akdeniz Üniversitesi, Antalya, 72 s.
- Alberts, B., Johnson, A., Lewis, J., Raff, M., Roberts, K. and Walter, P. 2002. *Molecular Biology of the Cell*, Garland, New York.
- Alshorbagy, A.E., Eltaher, M.A., and Mahmoud, F.F. 2013. Static analysis of nanobeams using nonlocal FEM. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 27: 2035-2041.
- Anonim 1: Nickel Nanowires. <https://www.americanelements.com/nickel-nanowires-7440-02-0>
- Anonim 2: <https://www.nano.gov/nanotech-101/what/working-nanoscale> [Son erişim tarihi: 29.07.2017]
- Aydogdu, M. 2009a. Axial vibration of the nanorods with the nonlocal continuum rod model, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 41(5), 861-864.
- Aydogdu, M. 2009b. A general nonlocal beam theory: its application to nanobeam bending, buckling and vibration. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 41: 1651-1655.
- Aydogdu, M. 2012. Axial vibration analysis of nanorods (carbon nanotubes) embedded in an elastic medium using nonlocal elasticity, *Mechanics Research Communications*, 43: 34-40.
- Barretta, R., Feo, L., Luciano, R., and De Sciarra, F. M. 2016. Application of an enhanced version of the Eringen differential model to nanotechnology, *Composites Part B: Engineering*, 96: 274-280.
- Basel, U. "Nanosensors support skin cancer therapy". <https://www.sciencedaily.com/releases/2013/02/130214075439.htm> [Son Erişim Tarihi: 14.02.2013].
- Benvenuti, E., and Simone, A. 2013. One-dimensional nonlocal and gradient elasticity: closed-form solution and size effect, *Mechanics Research Communications*, 48: 46-51.
- Chen, Y. 2014. *Nanotubes and nanosheets*, CRC Press, Boca Raton, 607 s.



- Civalek, Ö., and Demir, C. 2016. A simple mathematical model of microtubules surrounded by an elastic matrix by nonlocal finite element method, *Applied Mathematics and Computation*, 289: 335-352.
- Civalek, Ö., ve Demir, Ç. 2011. Bending analysis of microtubules using nonlocal Euler–Bernoulli beam theory, *Applied Mathematical Modelling*, 35: 2053-2067.
- Civalek, Ö., Demir, Ç., ve Akgöz, B. 2010. Free vibration and bending analyses of cantilever microtubules based on nonlocal continuum model. *Mathematical and Computational Applications*, 15: 289-298.
- Erkoç, Ş. 2001. Karbon nano yapılar, *Bilim ve Teknik Dergisi*.
- Işık, Ç. 2011. Nano ve mikro yapıların yerel olmayan elastisite teorisi ile eğilme ve titreşim hesabı. Yüksek lisans tezi, Akdeniz Üniversitesi, 143s.
- Karaoğlu, P. 2011. Karbon nanotüplerin sürekli ortam kirış modelleri ile titreşim analizi. Yüksek lisans tezi, Trakya Üniversitesi, 50 s.
- Karlicic, D., Murmu, T., Adhikari, S., and Mccarthy, M. 2015. Non-local structural mechanics, John Wiley & Sons.
- Omurtag, M.H. 2013. Mukavemet Cilt 2. Birsen Yayınevi, İstanbul, 480 s.
- Omurtag, M.H. 2014. Mukavemet Cilt 1. Birsen Yayınevi, İstanbul, 484 s.
- Reddy, J.N. 2007. Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams. *International Journal of Engineering Science*, 45: 288-307.
- Selim, M.M., Abe S., and Harigaya K. 2009. Effects of initial compression stress on wave propagation in carbon nanotubes. *The European Physical Journal B*, 69: 523-8.
- Tepe, A. 2007. Nanoteknolojide nano ölçekteki yapıların yerel olmayan elastisite çerçevesinde incelenmesi. Doktora tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, 99 s.
- Yaylı, M.Ö. 2010. Yerel olmayan elastisite teorisine göre nano ölçekteki kirışlerin doğrusal olmayan teoriye göre incelenmesi. Doktora tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, 85 s.
- Yetim, A. 2011. Karbon Nanotüpler, Yüksek lisans tezi, Çukurova Üniversitesi.
- Zheng, B. and Lowther, J.E. 2010. Numerical investigations into mechanical properties of hexagonal silicon carbon nanowires and nanotubes. *The Royal Society of Chemistry*, 2: 1733–1739

## ÖZGEÇMİŞ

**FURKAN KATI**  
furkankati@hotmail.com



### ÖĞRENİM BİLGİLERİ

Yüksek Lisans 2019 – 2022	Akdeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Antalya
Lisans 2015 – 2019	Akdeniz Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Antalya

### MESLEKİ VE İDARİ GÖREVLER

Çelik Konstrüksiyon Proje Müdürü 2019 – Devam Ediyor	Pak Metal, Antalya
Şantiye Stajı – 2018	Antalya Büyükşehir Belediyesi
Ofis Stajı - 2017	TMH Mühendislik – Proje Ofisi